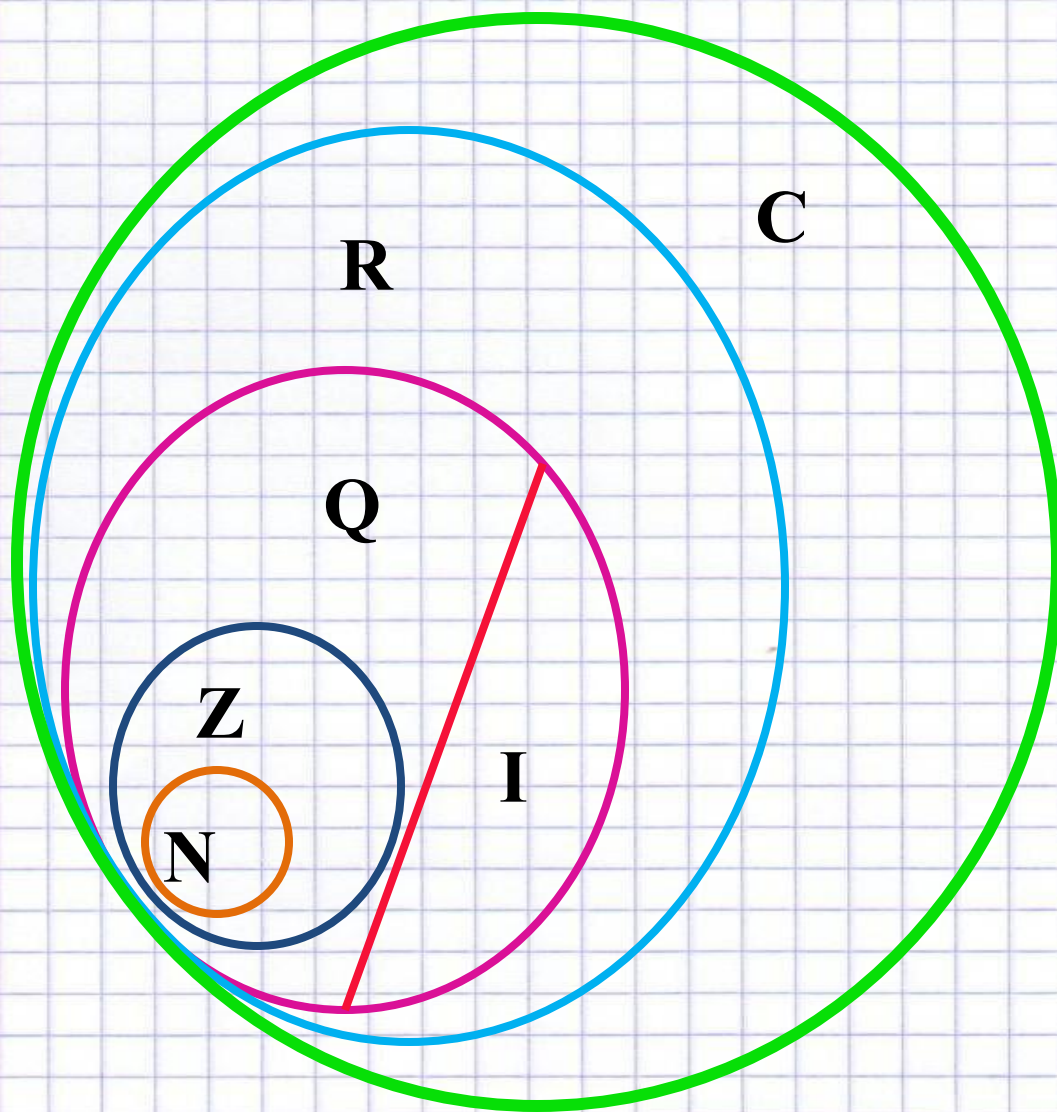


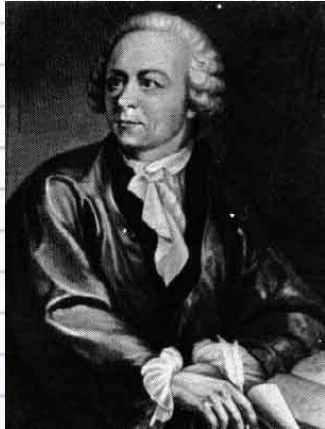
Комплексные числа

Множество комплексных чисел
обозначается \mathbb{C}





Термин “*мнимые числа*” ввел в 1637 году французский математик и философ Р. Декарт, а в 1777 году один из крупнейших математиков XVIII века - Л. Эйлер предложил использовать первую букву французского слова *imaginaire* (мнимый) для обозначения числа i (мнимой единицы). Этот символ вошел во всеобщее употребление благодаря К. Гауссу. Термин “*комплексные числа*” также был введен Гауссом в 1831 году. Слово «*комплекс*» (от латинского *complexus*) означает связь, сочетание, совокупность понятий, предметов, явлений и т. д. образующих единое целое.



Большой вклад в развитие теории функций комплексного переменного внесли русские и советские ученые:

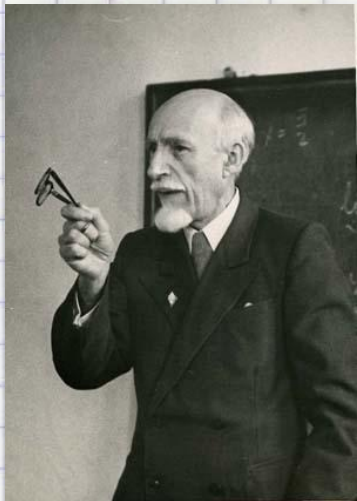
Н. И. Мусхелишвили занимался ее применениями к теории упругости;



М. В. Келдыш и *М. А. Лаврентьев* - к аэро- и гидродинамике



Н. Н. Богомолов и *В. С. Владимиров* - к проблемам квантовой теории поля.



**Комплексным числом
называется число вида
 $a+bi$, где a, b – некоторые
действительные числа, а
 i – мнимая единица,
причем:**

Обозначение:

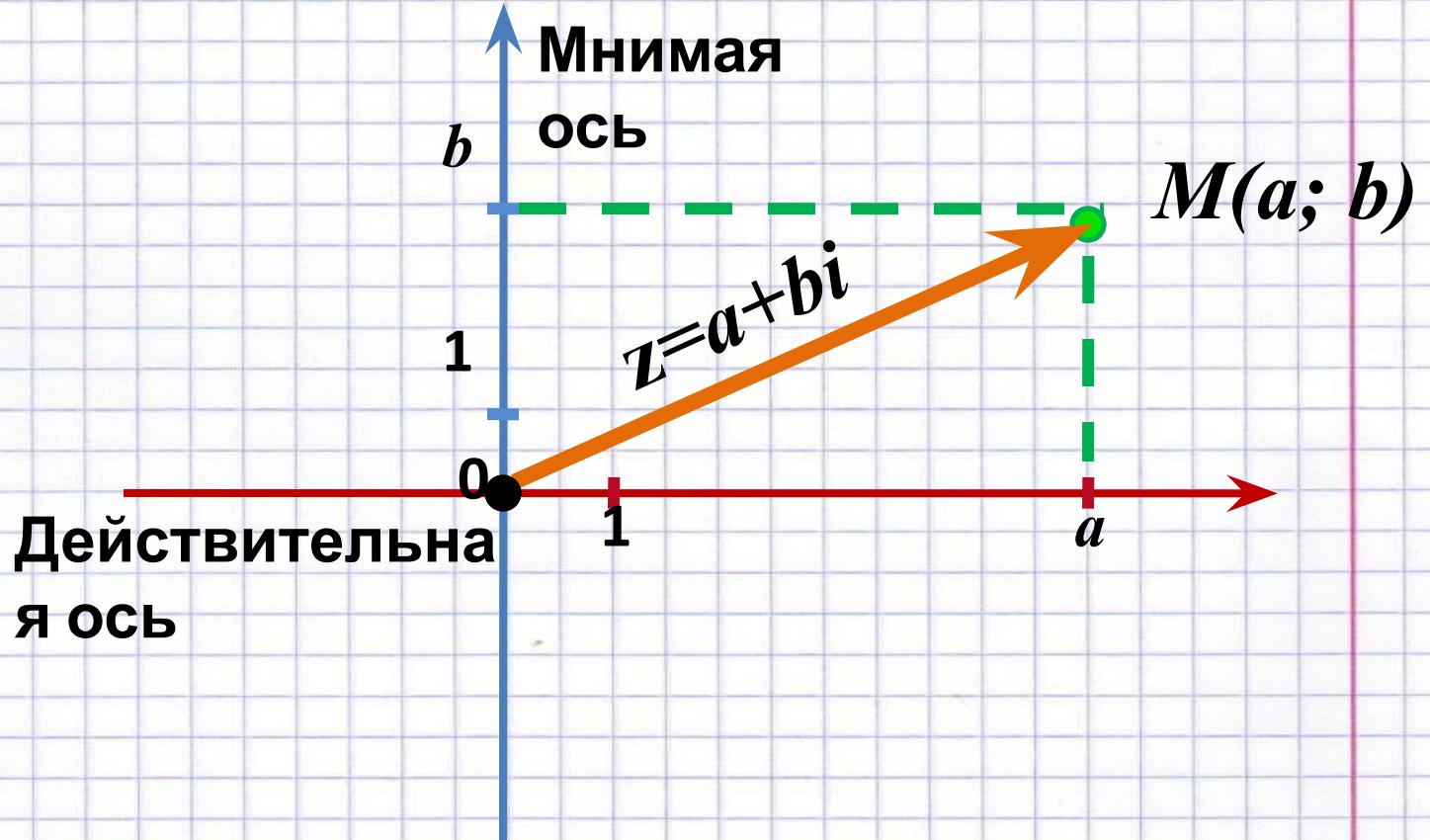
алгебраическая форма записи
комплексного числа

$$z = a + b \cdot i$$

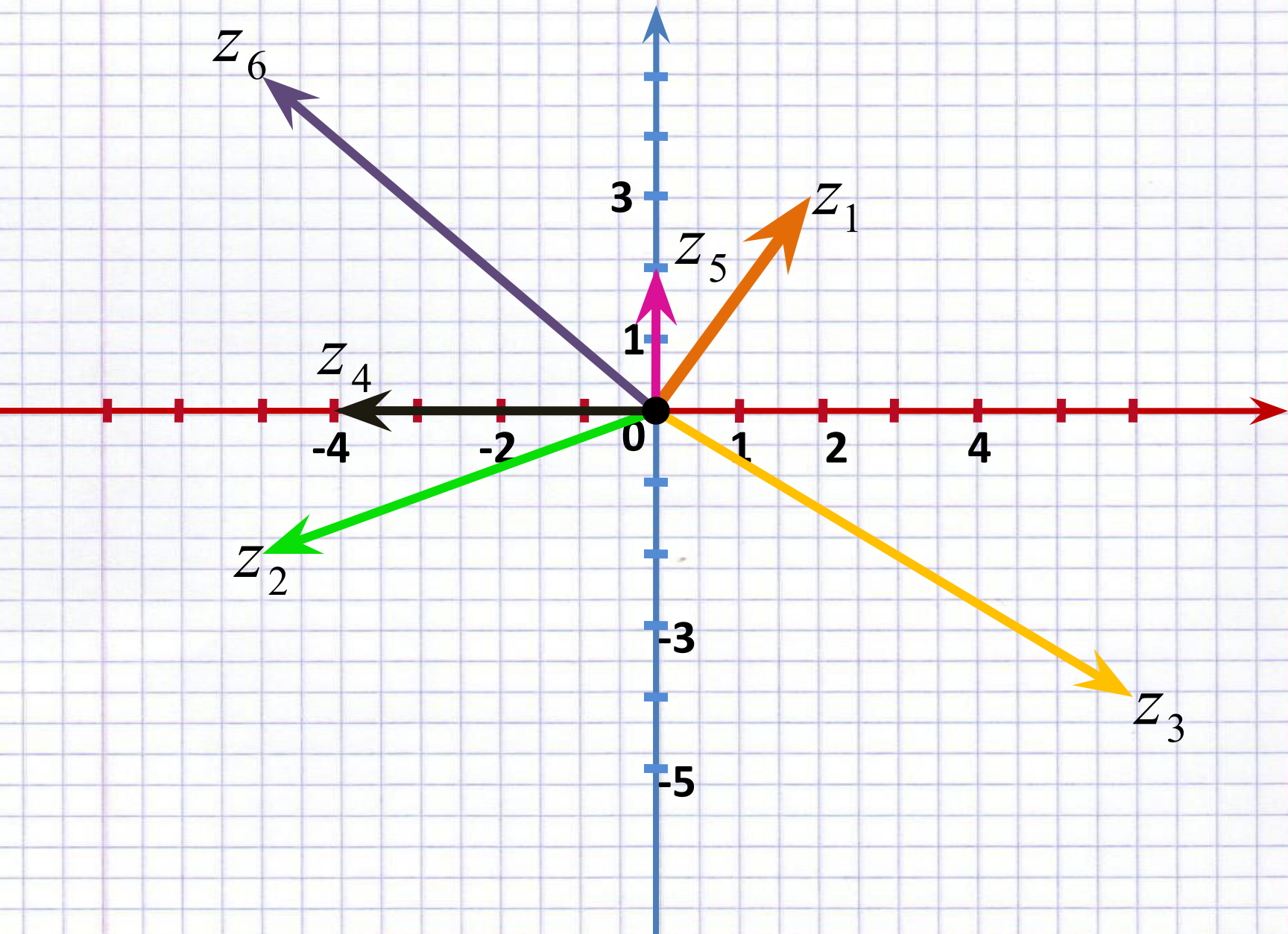
a - действительная часть комплексного числа z . Обозначается $a = \operatorname{Re} z$.

b - мнимая часть комплексного числа z . Обозначается $b = \operatorname{Im} z$.

Геометрическое изображение комплексных чисел



2) Запишите комплексные числа, изображенные на координатной плоскости, в алгебраической форме.



Примеры:

1) Изобразите комплексные числа на плоскости

$$z_1 = -1 + 5i;$$

$$z_2 = 7 - 3i;$$

$$z_3 = 1,5 - 5i;$$

$$z_4 = -3,5 + 2i$$

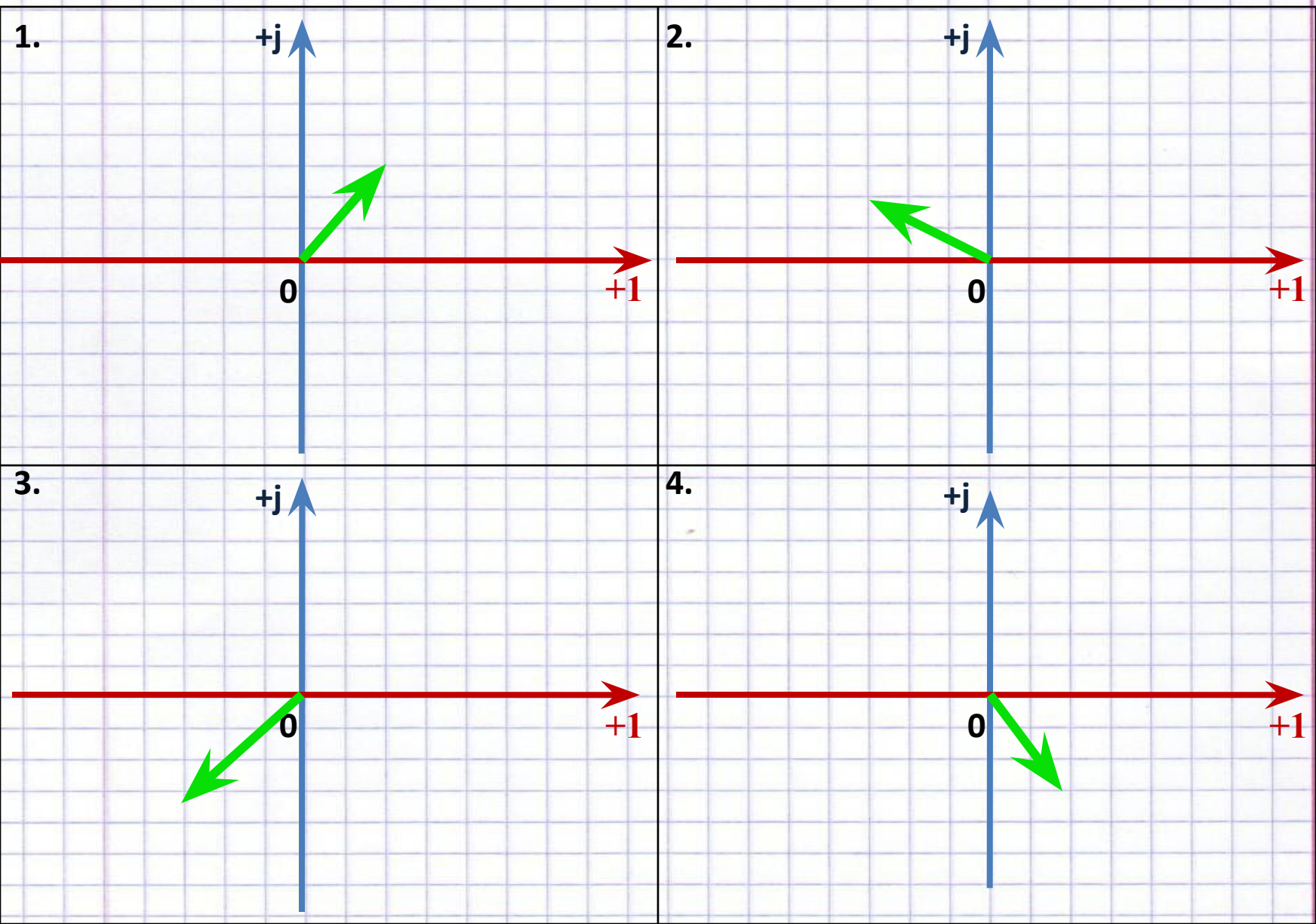
$$z_5 = -3$$

$$z_6 = 6i$$

$$z_7 = 2 - i;$$

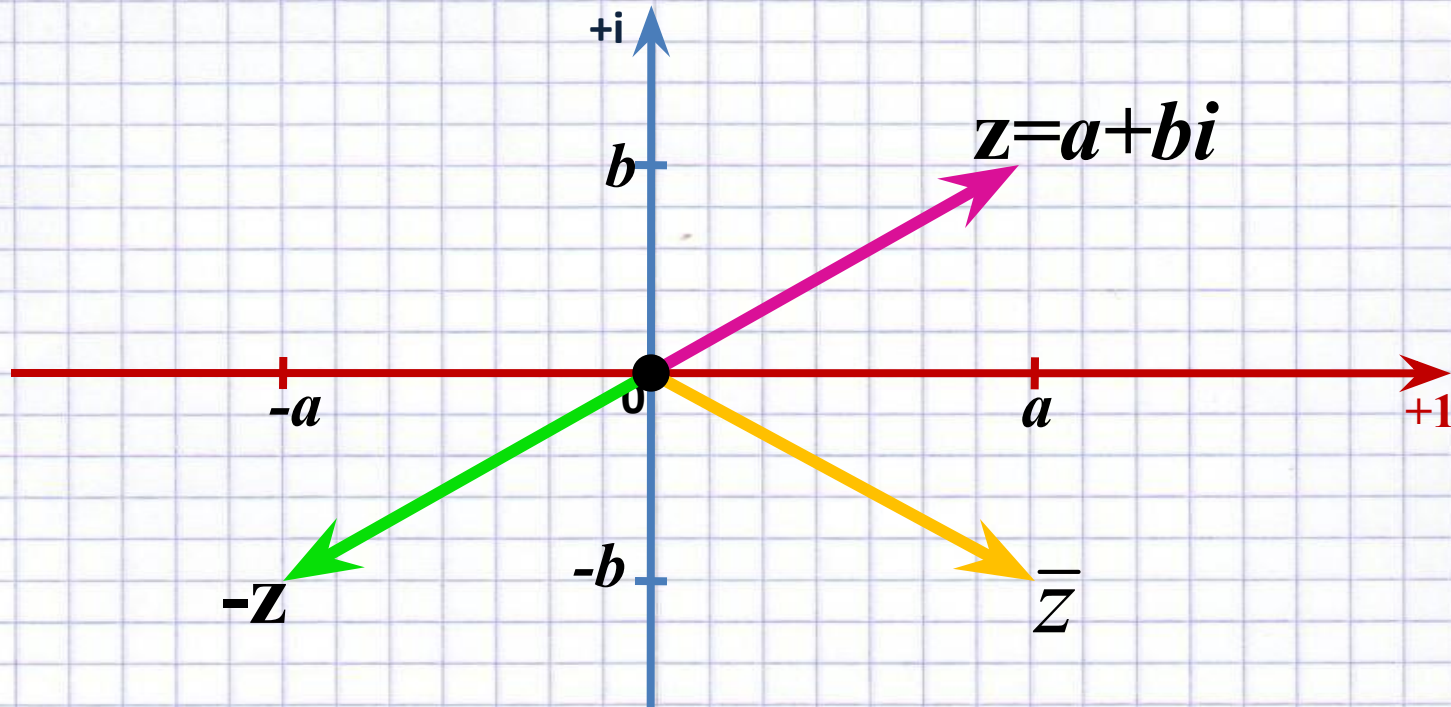
3) На какой из координатных плоскостей изображено число

$$z = 2 - 3i$$



Определение: Комплексное число $-z = -a - b \cdot i$
называется противоположным
комплексному числу $z = a + bi$

Определение: Комплексное число $\bar{z} = a - b \cdot i$
называется сопряженным
комплексному числу $z = a + bi$



Примеры:

1. Запишите числа, противоположные и сопряженные

данным: $z_1 = 7 + 3i$

$$z_2 = 1 - 5i$$

$$z_3 = i + 1$$

$$z_4 = 5i$$

$$z_5 = 6$$

2. Какие из данных чисел являются сопряженным и противоположным для числа $z = \sqrt{3} + 2i$

а) $z = -\sqrt{3} + 2i$

б) $z = -\sqrt{3} - 2i$

в) $z = \sqrt{3} - 2i$

г) $z = \sqrt{3}i + 2$.

***Модуль и
аргумент***

***КОМПЛЕКСНОГО
числа***

Определение: Модулем комплексного числа $z = a + b \cdot i$ называется действительное число

$$r = |z| = \sqrt{a^2 + b^2} \geq 0.$$

Примеры:

Найти модуль комплексных

чисел: $z_1 = 3 - 4i \Rightarrow r_1 = |z_1| =$

$$z_2 = -12 + 5i \Rightarrow$$

$$z_3 = -1 + \sqrt{3}i \Rightarrow$$

$$z_4 = -3 \Rightarrow$$

$$z_5 = 2i \Rightarrow$$

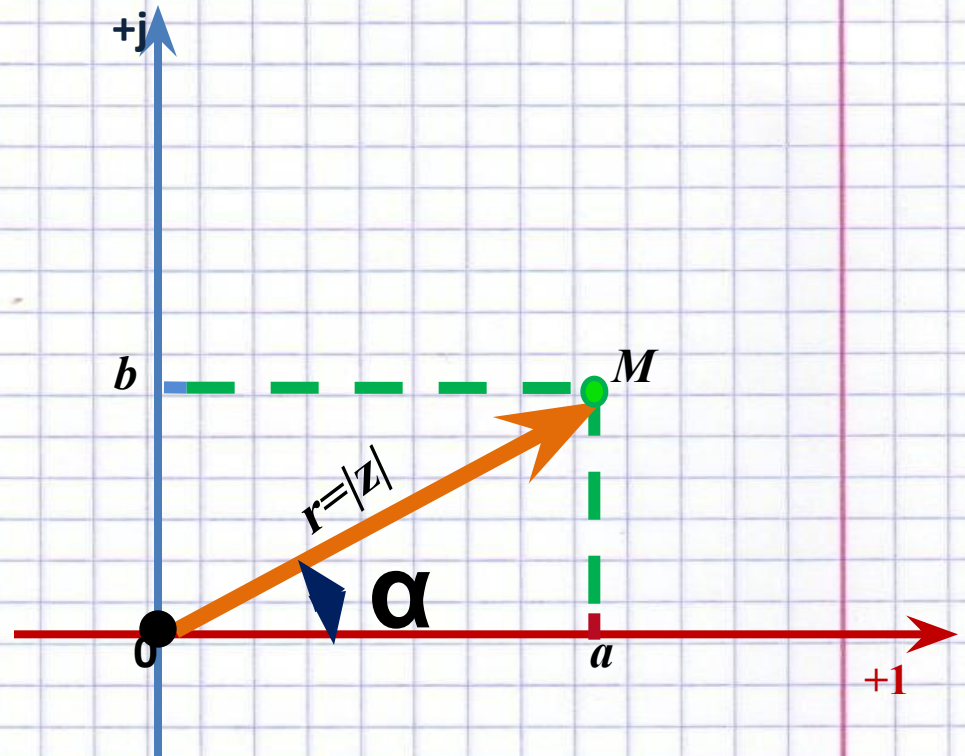
Определение: Аргументом комплексного числа z называется угол α , между положительным направлением действительной оси и вектором \vec{OM}

Обозначение:

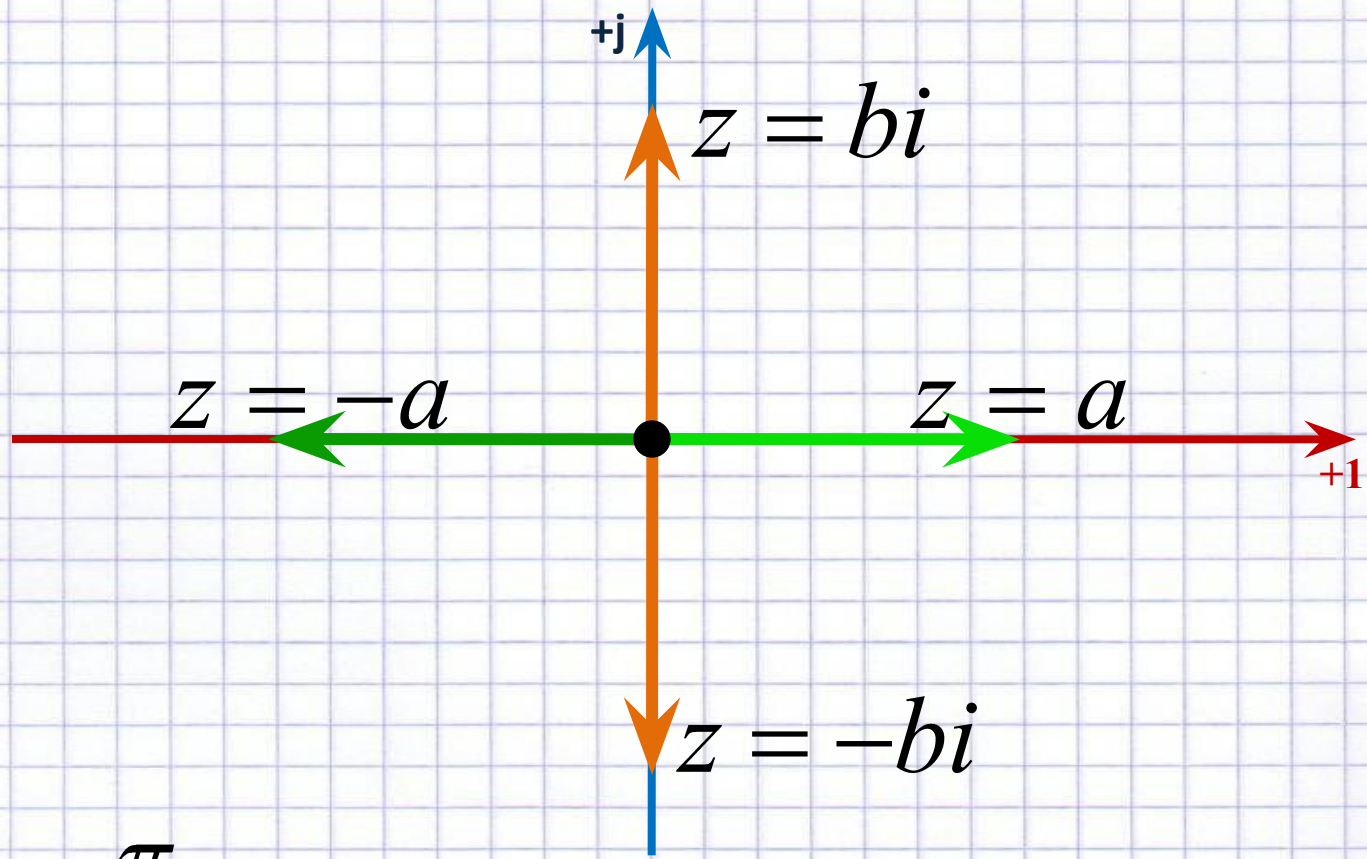
$$\arg z = \alpha$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{b}{a}$$

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{b}{a}$$



Частные
случаи



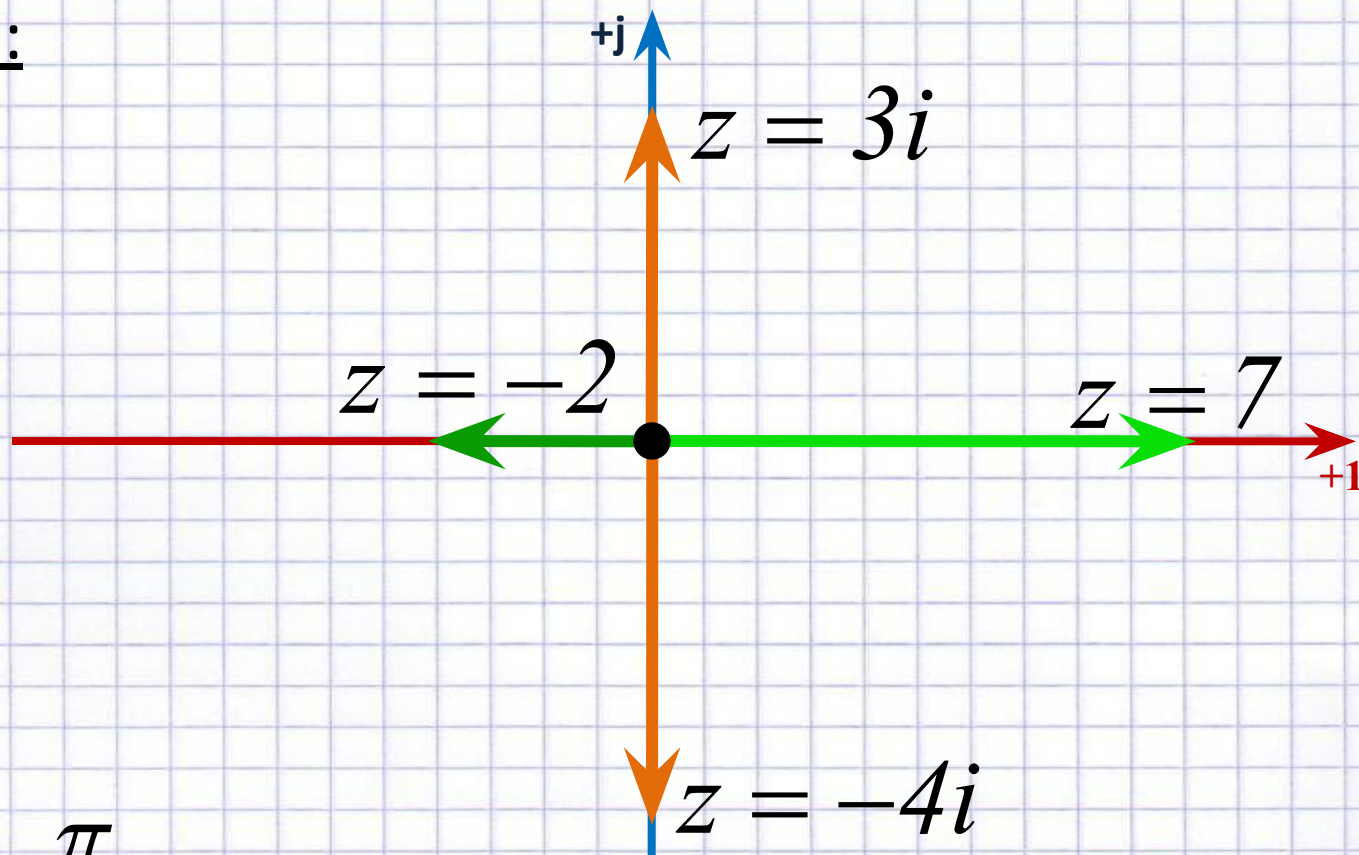
$$\operatorname{arg} bi = \frac{\pi}{2},$$

$$\operatorname{arg}(-bi) = \frac{3\pi}{2},$$

$$\operatorname{arg} a = 0,$$

$$\operatorname{arg}(-a) = \pi.$$

Примеры:



$$\arg 3i = \frac{\pi}{2}$$

$$\arg(-4i) = \frac{3\pi}{2}$$

$$\arg 7 = \mathbf{0}$$

$$\arg(-2) = \mathbf{\pi}$$