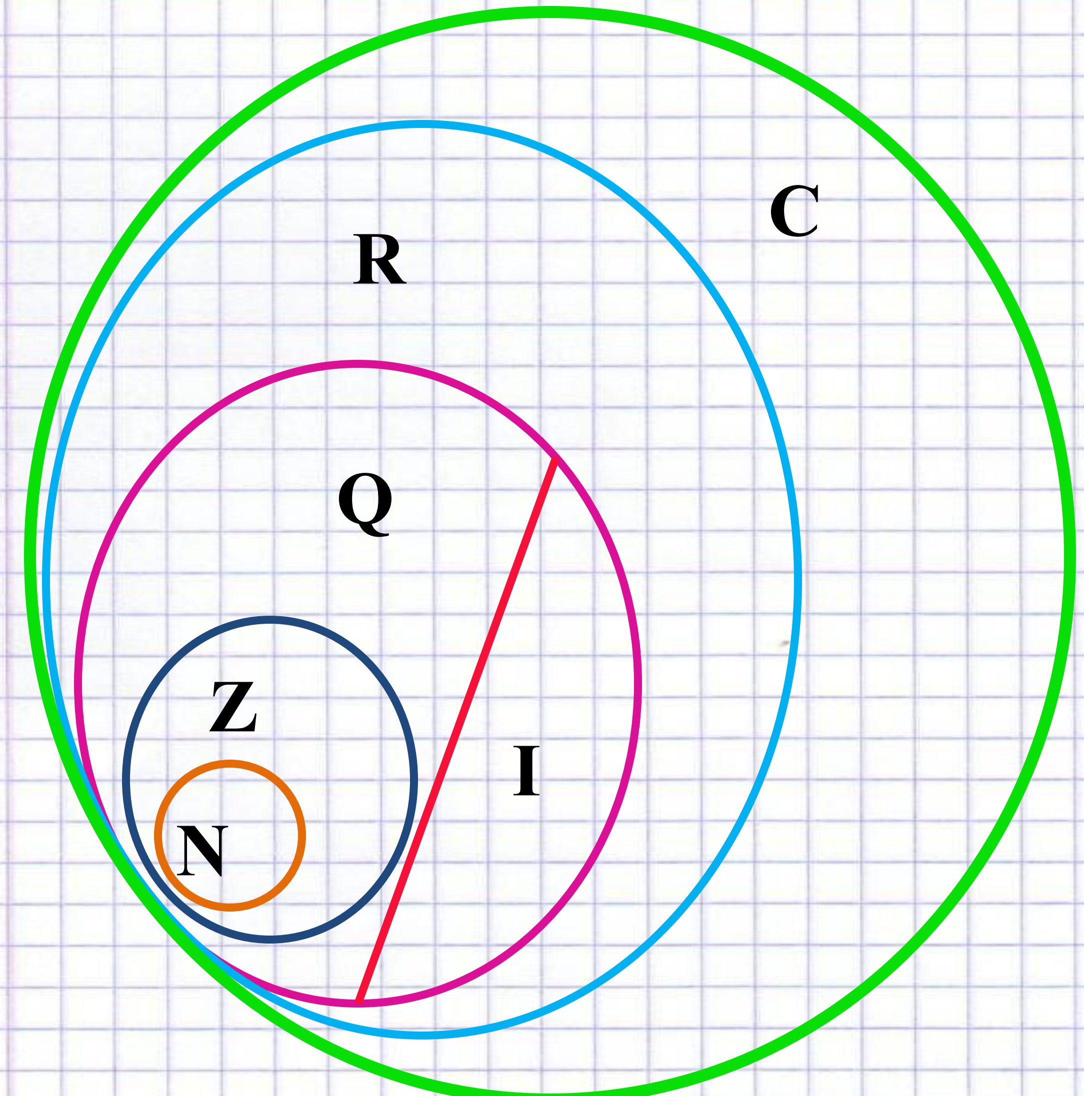
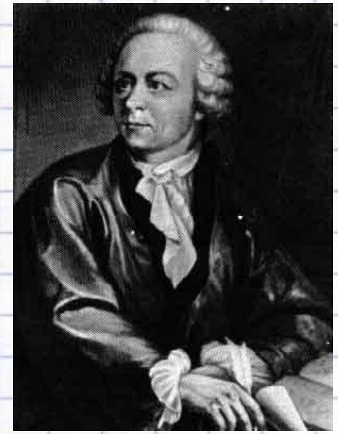
Комплексные числа

Множество комплексных чисел обозначается **C**

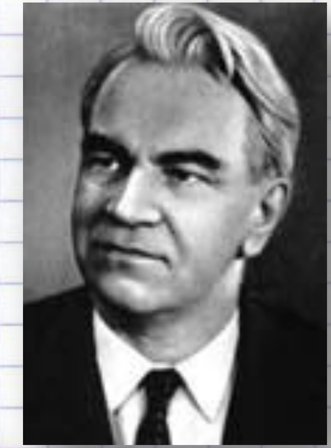




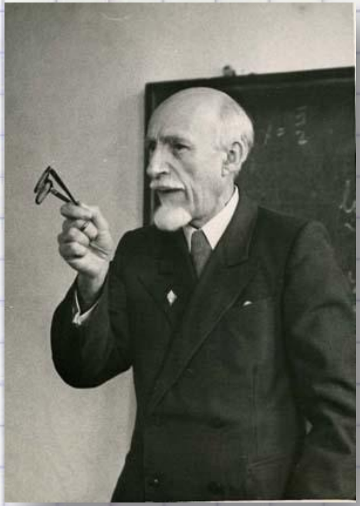
Термин *“мнимые числа”* ввел в 1637 году французский математик и философ Р. Декарт, а в 1777 году один из крупнейших математиков XVIII века - Л. Эйлер предложил использовать первую букву французского слова *imaginaire* (мнимый) для обозначения числа ***i***(мнимой единицы). Этот символ вошел во всеобщее употребление благодаря К. Гауссу . Термин *“комплексные числа”* так же был введен Гауссом в 1831 году. Слово «*комплекс»* (от латинского *complexus*) означает связь, сочетание, совокупность понятий, предметов, явлений и т. д. образующих единое целое.

Большой вклад в развитие теории функций комплексного переменного внесли русские и советские ученые:

Н. И. Мусхелишвили занимался ее применениями к теории упругости;



М. В. Келдыш и *М. А. Лаврентьев* - к аэро- и гидродинамике;



Н. Н. Боголомов и *В. С. Владимиров* - к проблемам квантовой теории поля.

Комплексным числом называется число вида $a+bi$, где a, b − некоторые действительные числа, а i− мнимая единица, причем:

Обозначение:

алгебраическая форма записи комплексного числа

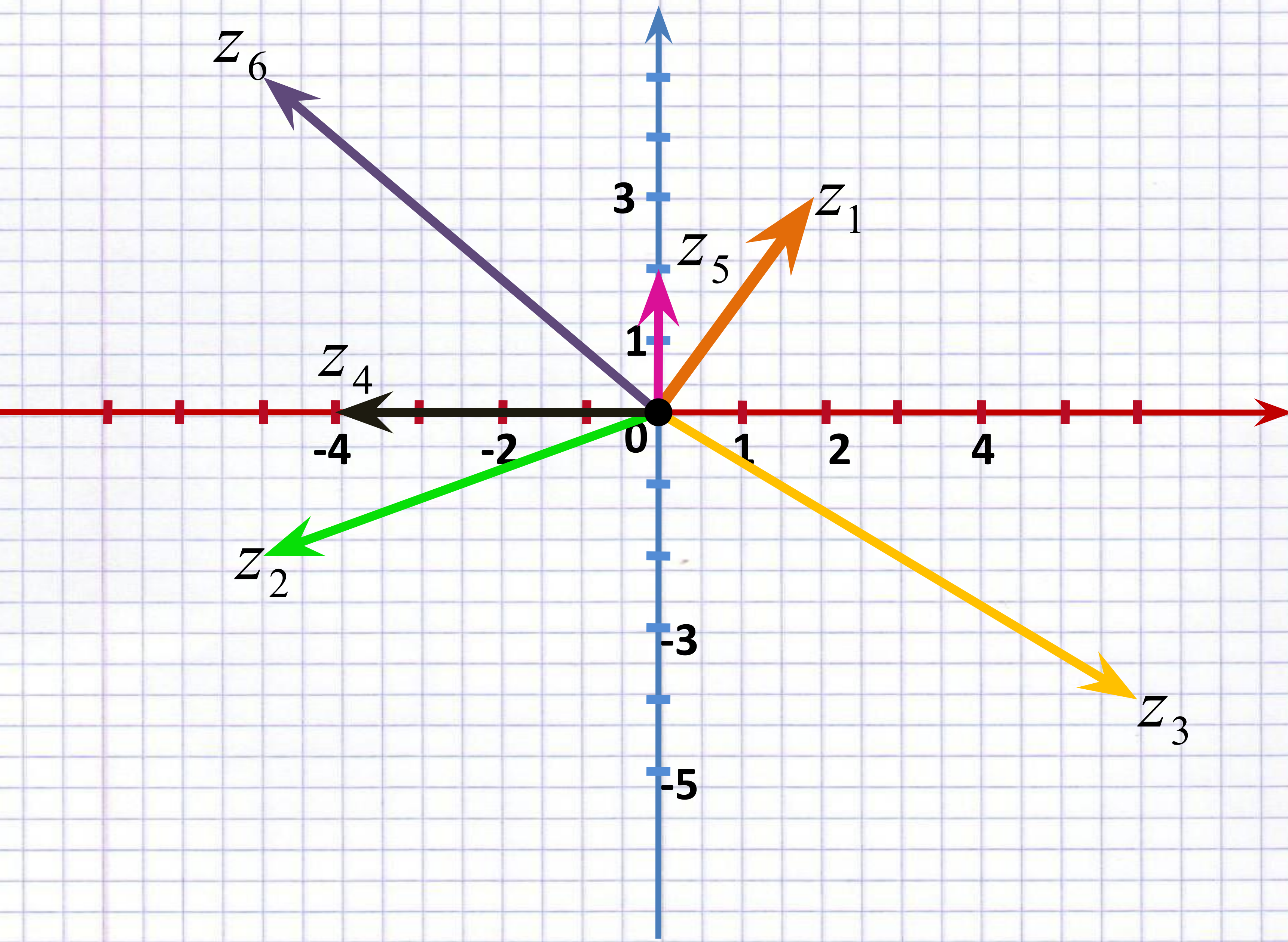
$$z = a + b \cdot i$$

a - действительная часть комплексного числа **z**. Обозначается ***a=Re* z**.

b -мнимая часть комплексного числа **z**. Обозначается ***b=Im* z**.

Геометрическое изображение комплексных чисел

2) Запишите комплексные числа, изображенные на координатной плоскости, в алгебраической форме.



Примеры:

1) Изобразите комплексные числа на плоскости

$$z_1 = -1 + 5i;$$

$$z_2 = 7 - 3i;$$

$$z_3 = 1{,}5 - 5i;$$

$$z_4 = -3{,}5 + 2i$$

$$z_5 = -3$$

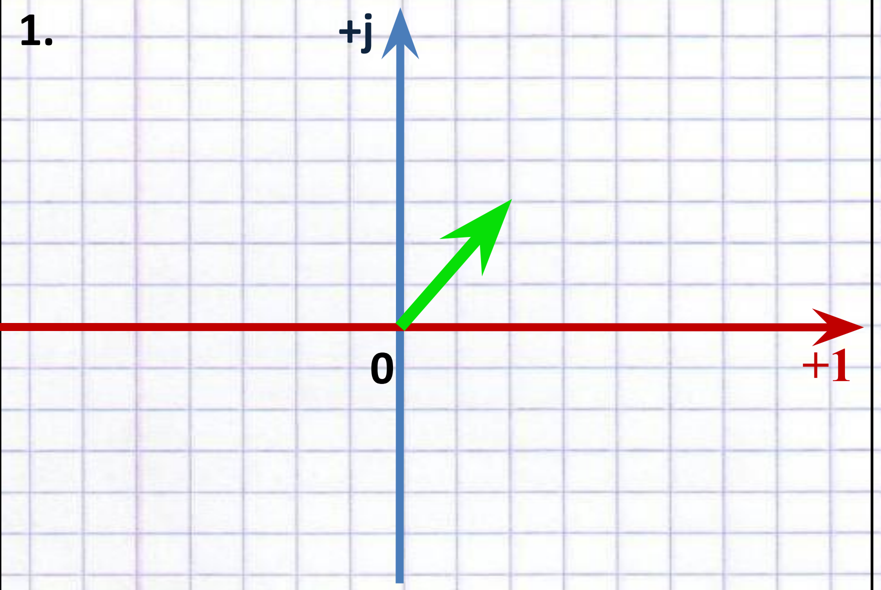
$$z_6 = 6i$$

$$z_7 = 2 - i;$$

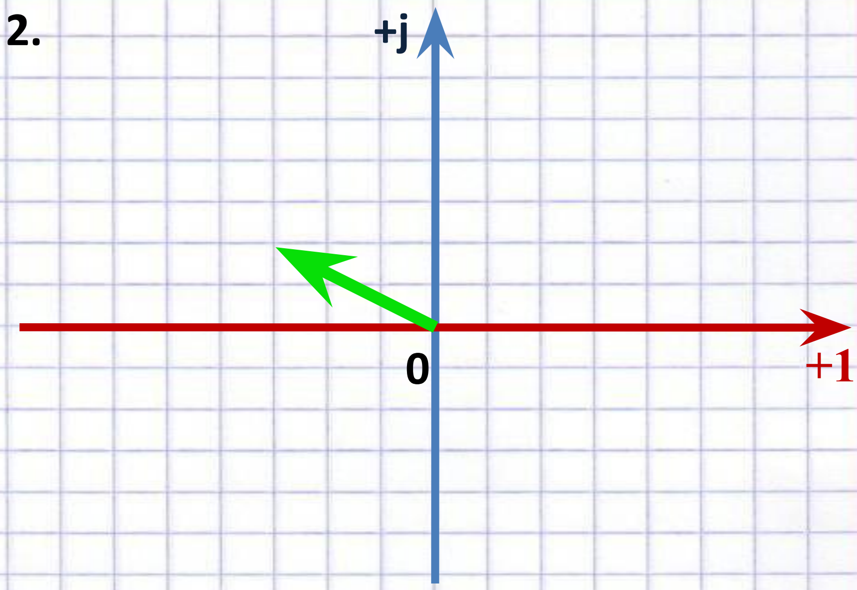
3) На какой из координатных плоскостей изображено число

$$z = 2 - 3i$$

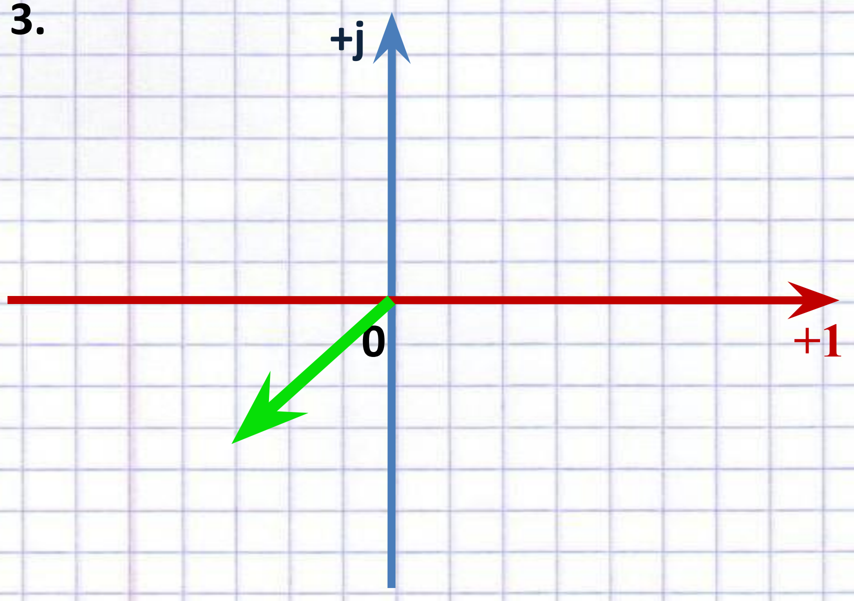
1.



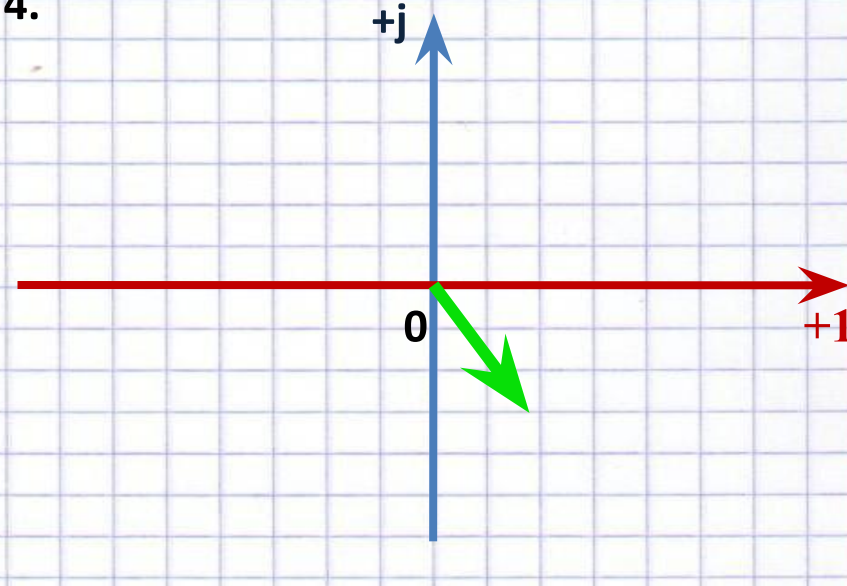
2.



3.

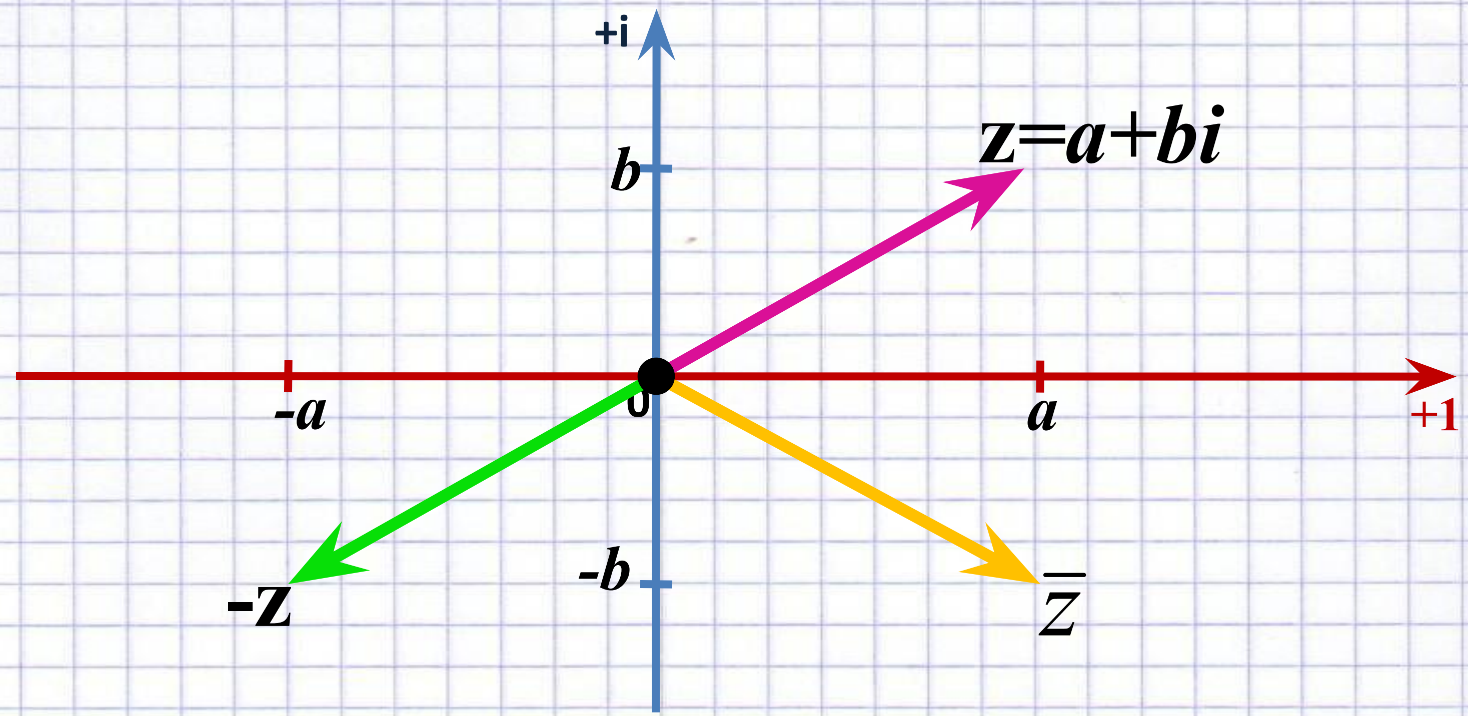


4.



Определение :Комплексное число $-z = -a - b \cdot i$ называется противоположным комплексному числу $z=a+bi$

Определение :Комплексное число $\overline{z} = a - b \cdot i$ называется сопряженным комплексному числу $z=a+bi$



Примеры:

1. Запишите числа, противоположные и сопряженные данным:

$$z_1 = 7 + 3i$$

$$z_2 = 1 - 5i$$

$$z_3 = i + 1$$

$$z_4 = 5i$$

$$z_5 = 6$$

2. Какие из данных чисел являются сопряженным и противоположным для числа $z = \sqrt{3} + 2i$

$а) \quad z = -\sqrt{3} + 2i$

$б) \quad z = -\sqrt{3} - 2i$

$в) \quad z = \sqrt{3} - 2i$

$г) \quad z = \sqrt{3}i + 2.$

Модуль и аргумент комплексного числа

Определение: Модулем комплексного числа $z = a + b \cdot i$ называется действительное число

$$r = |z| = \sqrt{a^2 + b^2} \geq 0.$$

Примеры:

Найти модуль комплексных чисел:

$$z_1 = 3 - 4i \Rightarrow r_1 = |z_1| =$$

$$z_2 = -12 + 5i \Rightarrow$$

$$z_3 = -1 + \sqrt{3}i \Rightarrow$$

$$z_4 = -3 \Rightarrow$$

$$z_5 = 2i \Rightarrow$$

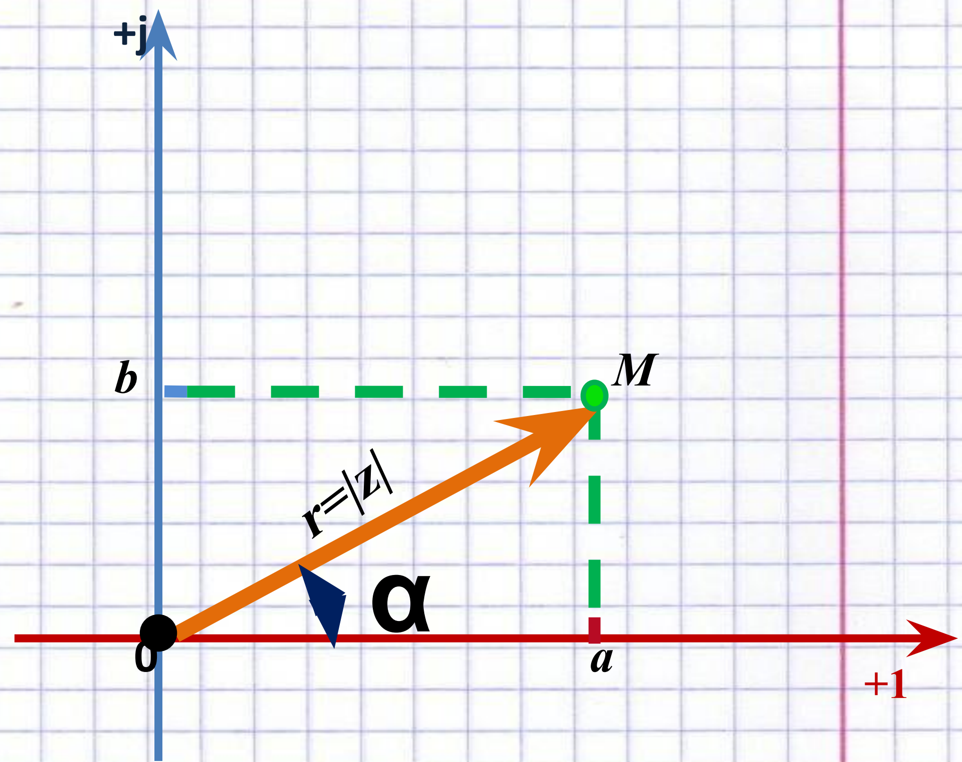
Определение: Аргументом комплексного числа z называется угол **α**, между положительным направлением действительной оси и вектором $\overrightarrow{OM}$

Обозначение:

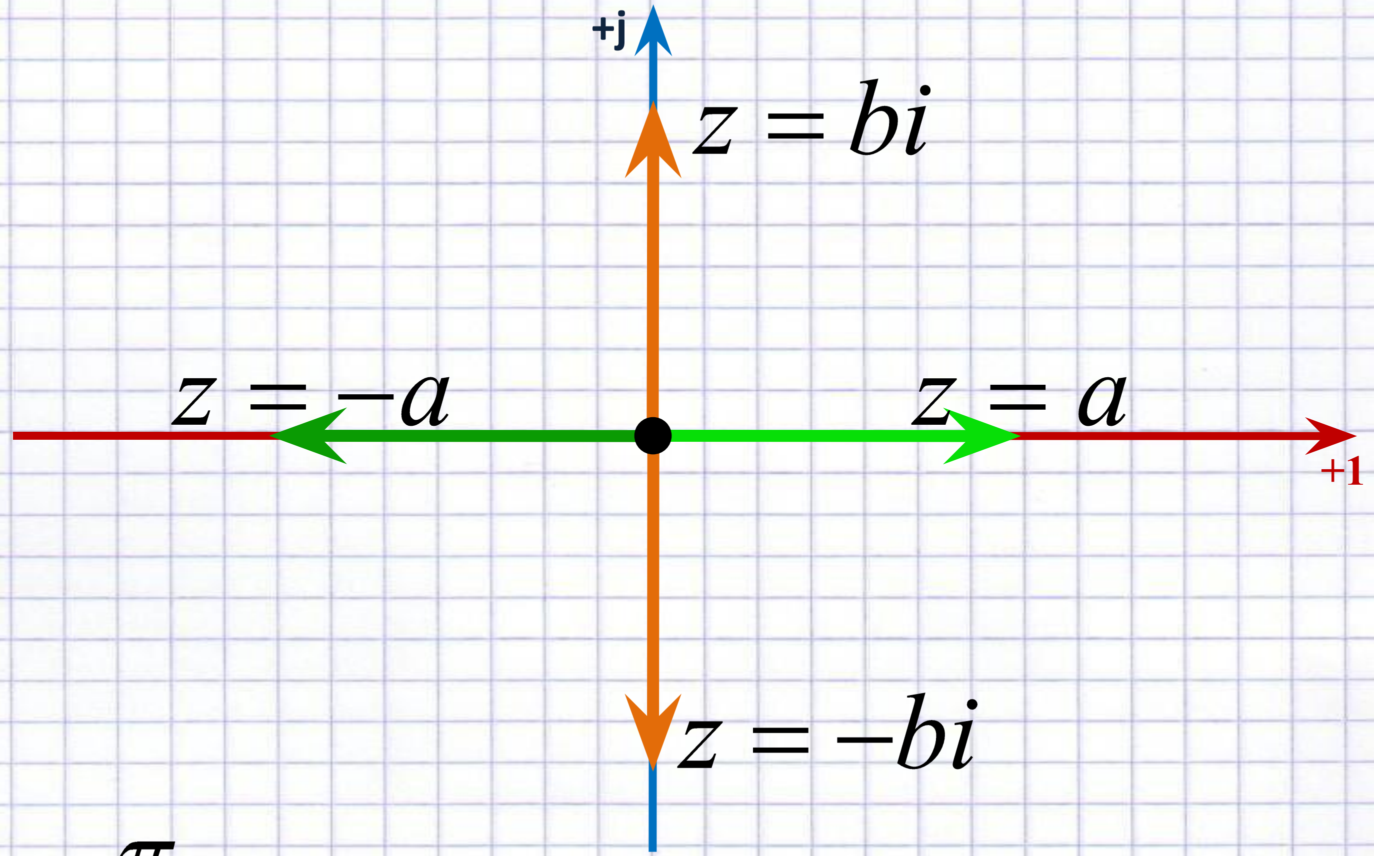
$$arg\ z = \alpha$$

$$tg\alpha = \frac{b}{a}$$

$$\alpha = arctg\frac{b}{a}$$



Частные случаи



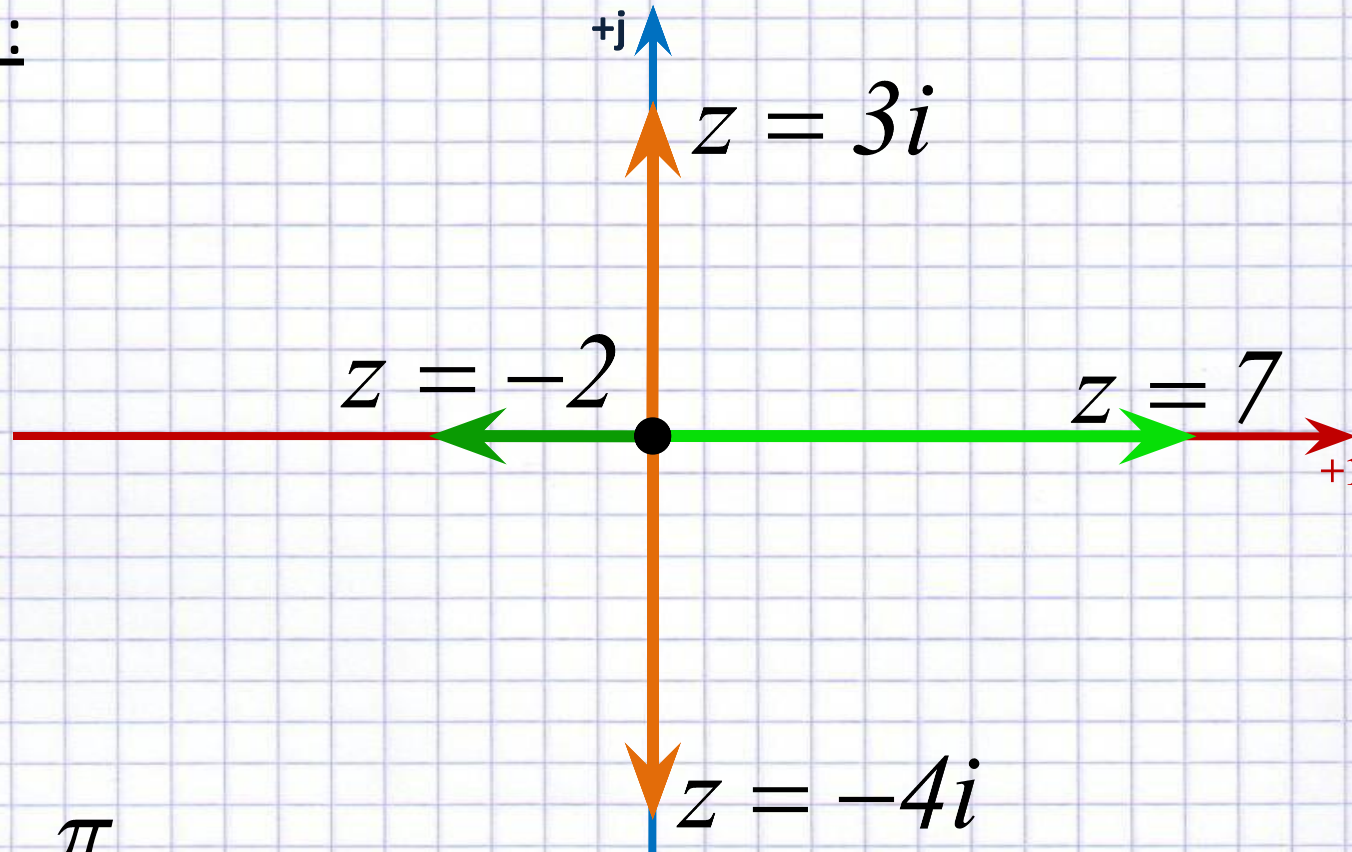
$$\arg bi = \frac{\pi}{2},$$

$$\arg(-bi) = \frac{3\pi}{2},$$

$$\arg a = 0,$$

$$\arg(-a) = \pi.$$

Примеры:



$$\arg 3i = \frac{\pi}{2}$$

$$\arg 7 = 0$$

$$\arg(-4i) = \frac{3\pi}{2}$$

$$\arg(-2) = \pi$$