«Логарифмические уравнения»

Логарифмические уравнения

Определение.
Логарифмическим уравнением называют уравнения вида $\log_a f(x) = \log_a g(x)$, где а – положительное число, отличное от нуля, и уравнения, сводящиеся к этому виду.

Методы решения логарифмических уравнений

1. **По определению логарифма**.
2. **Потенцирование.**
3. **Введение новой переменной**.
4. **Логарифмирование обеих частей уравнения.**

Решение логарифмического уравнения по определению

- $\log_a x = в \Leftrightarrow$ **x =** $a^в$ **, где a** $> 0, a \neq 1$ (по определению логарифма)

<u>Пример:</u>

$\log_{0,5} x = 2,$

$x = 0,5^2,$ *(по определению логарифма)*

x = 0,25

Ответ: 0,25.

Пример:

решить уравнение: $log_3\left(x^2+72\right)=4.$

Решение

ОДЗ: $x^2+72>0 \Rightarrow x \in R.$

По определению логарифма получаем

$x^2+72=3^4;$

$x^2+72=81;$

$x^2+72-81=0;$

$x^2-9=0;$

$(x-3)(x+3)=0 \Rightarrow x_1=3, x_2=-3.$

Ответ: $x_1=3, x_2=-3.$

Метод **потенцирование**

- $$\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}, \text{где } a > 0, a \neq 1$$

Пример:

1. $\log_2(3x-6)=\log_2(2x-3) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-6=2x-3 \\ 3x-6>0 \\ 2x-3>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x>2 \\ x>1{,}5 \end{cases}$

$\Leftrightarrow x=3.$

Ответ: 3.

Решение:

$$\log_{\frac{1}{8}}(7x-9) = \log_{\frac{1}{8}}(x-1) \Leftrightarrow \begin{cases} 7x-9 = x-1 \\ 7x-9 > 0 \\ x-1 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6x = 8 \\ x > 1\frac{2}{7} \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{3} \\ x > 1\frac{2}{7} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{4}{3}.$$

Ответ: $\frac{4}{3}$.

Решить уравнения:

1) $\log_2(4x+5)=\log_2(9-2x)$;

2) $\log_3(x^2-5x-23)=0$;

3) $\lg(x+2)+\lg(x-2)=\lg(5x+10)$;