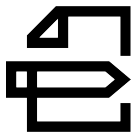


# Первая теорема сравнения

Разберемся, что такое первая теорема сравнения и как ее применять на практике.



Теорема звучит следующим образом:

Есть два ряда с неотрицательными членами  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  и  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ .

1. Если  $a_n \leq b_n$ , то из сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  следует сходимость ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ .

2. Если  $a_n \geq b_n$ , то из расходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  следует расходимость ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ .

# Как применить теорему на практике

1. Проверяем исходный пример на условия сходимости ряда:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0.$$

2. Если первое условие выполнено, проверяем  $a_n > 0$ ? Если да, то применяем первую теорему сравнения.

3. Устанавливаем справедливость одной из двух гипотез теоремы: исходный ряд — сходится или исходный ряд расходится.

4. Делаем выводы и записываем ответ.

# Немного примеров для закрепления

№1. Исследовать ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+n+2}$  на сходимость.

1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2+n+2} = 0.$

2.  $a_n > 0.$

3. Находим похожий ряд:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ . Ряд сходится по правилу.

4. Для всех  $n = 1, 2, 3 \dots$  справедливо  $n^2 + n + 2 > n^2$

5.  $\frac{1}{n^2+n+2} \leq \frac{1}{n^2}$

6. Делаем вывод: исходный ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+n+2}$  сходится, потому

что ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$  тоже сходится.

№2. Исследовать ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2-1}{n^4}$  на сходимость.

1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2-1}{n^4} = 0.$

2.  $a_n > 0.$

3. Находим похожий ряд:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ . Ряд сходится по правилу.

4.  $\frac{n^2-1}{n^4} < \frac{n^2}{n^4}$  для всех натуральных  $n$ .

5. Делаем вывод, что ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2-1}{n^4}$  сходится, так как ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$  тоже сходится и является обобщенным гармоническим рядом для исходного ряда.

Спасибо за внимание

Презентацию выполнил студент группы ЭР-11-20  
Иванов Михаил