

# Булева алгебра

- *Булева алгебра* — раздел математики, изучающий логические выражения и операции.
- Логические выражения представляют собой *высказывания* — некоторые утверждения, которым всегда можно сопоставить одно из двух логических значений: *ложь* или *истина* (их можно обозначать как  $0$ ,  $1$ ).
- Булева алгебра получила свое название в честь своего создателя Джорджа Буля (1854 г.), являющегося одним из основателей математической логики.

# Логические выражения можно преобразовывать в соответствии с законами алгебры логики:

- *Законы рефлексивности*

$$a \vee a = a$$

$$a \wedge a = a$$

- *Законы коммутативности*

- $a \vee b = b \vee a$

$$a \wedge b = b \wedge a$$

- *Законы ассоциативности*

$$(a \wedge b) \wedge c = a \wedge (b \wedge c)$$

$$(a \vee b) \vee c = a \vee (b \vee c)$$

- *Законы дистрибутивности*

$$a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$$

$$a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c)$$

- *Закон отрицания отрицания*

$$\neg(\neg a) = a$$

- *Законы де Моргана*

$$\neg(a \wedge b) = \neg a \vee \neg b$$

$$\neg(a \vee b) = \neg a \wedge \neg b$$

- *Законы поглощения*

$$a \vee (a \wedge b) = a$$

$$a \wedge (a \vee b) = a$$

# Сводная таблица

*Законы коммутативности (переместительный)*

$$a \vee b = b \vee a$$

$$a \wedge b = b \wedge a$$

$$\wedge a$$

*Законы ассоциативности (сочетательный)*

$$a \vee (b \vee c) = (a \vee b) \vee c$$

$$a \wedge (b \wedge c) = (a \wedge b) \wedge c$$

$$b) \wedge c$$

*Законы дистрибутивности (распределительный)*

$$a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c)$$

$$a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$$

$$\wedge c)$$

$$a \vee b \wedge c = (a \vee b) \wedge (a \vee c)$$

$$a \wedge (b \vee c) = a \wedge b \vee a \wedge c$$

$$c$$

*Дополнение*

$$a \vee \neg a = 1$$

$$a \wedge \neg a = 0$$

*Законы де Моргана*

$$\neg (a \vee b) = \neg a \wedge \neg b$$

$$\neg (a \wedge b) = \neg a \vee \neg b$$

$$a \vee (\neg a \wedge b) = a \vee b \\ \wedge b$$

$$a \wedge (\neg a \vee b) = a$$

*Законы рефлексивности*

$$a \vee a = a$$

$$a \wedge a = a$$

*Закон отрицания отрицания (двойное отрицание)*

$$\neg \neg a = a$$

*Свойства единицы и нуля*

$$a \vee 0 = a$$

$$a \wedge 1 = a$$

$$a \vee 1 = 1$$

$$a \wedge 0 = 0$$

$$(a \vee b) \wedge (\neg a \vee b) = b \\ b) = b$$

$$(a \wedge b) \vee (\neg a \wedge$$

# выражений

- Сначала рекомендуется избавиться от всех производных логических операций.
- Так же полезно раскрыть все скобки, перейти к форме с тесными отрицаниями.
- В процессе полезно применить свойства идемпотентности, поглощения, дополнений, нуля и единицы.
- Иногда, чтобы упростить выражение, необходимо, наоборот, что-то вынести за скобку, чтобы сократить то, что в скобках останется.
- В целом, необходимо добиться минимального числа переменных, операций конъюнкции и дизъюнкции.
- При этом в упрощенной формуле должны быть тесные отрицания и не должно быть производных операций.