



# Тема 7

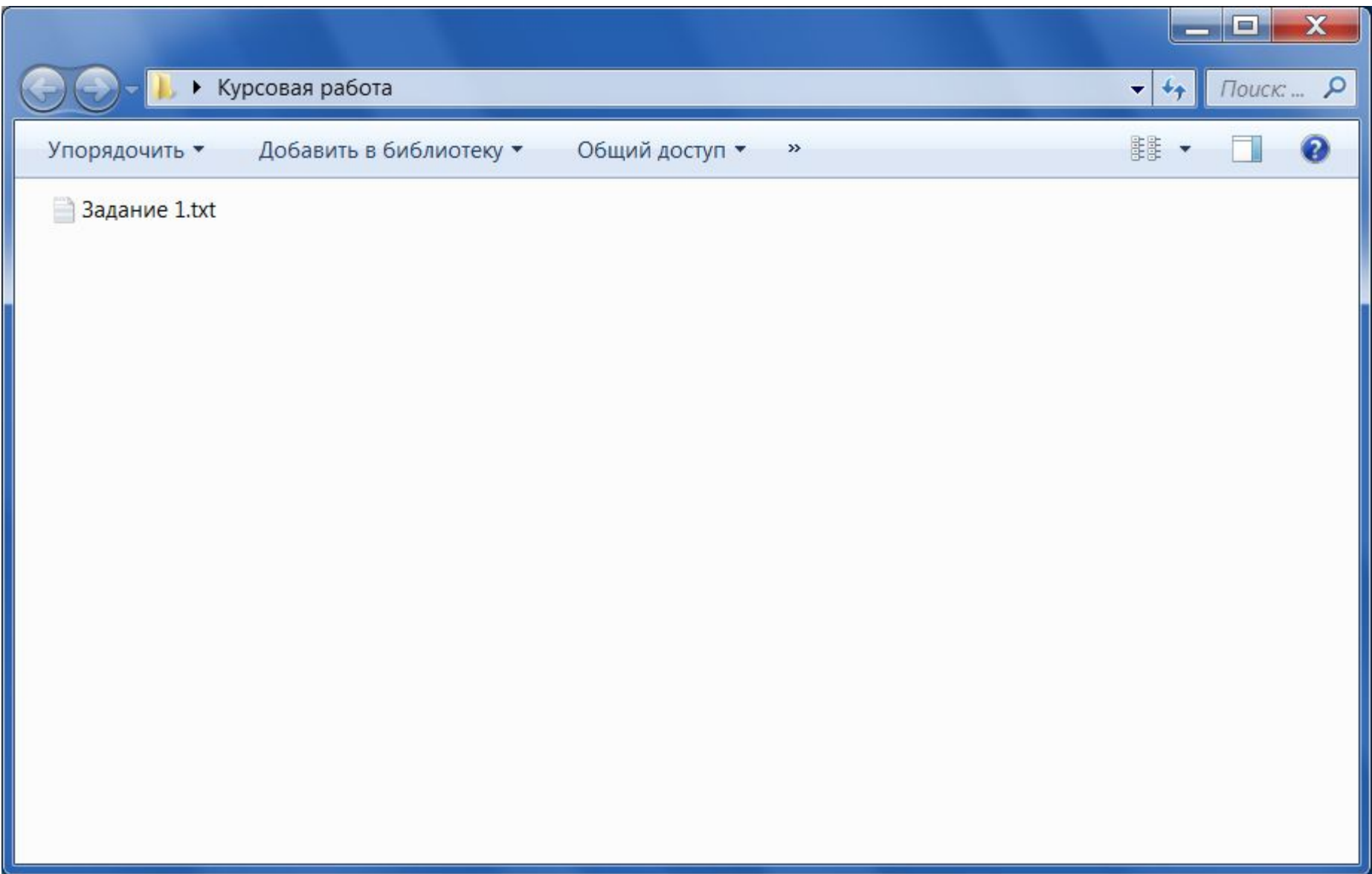
## РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ОПИСАТЕЛЬНОЙ СТАТИСТИКИ В МАТНСАД

---

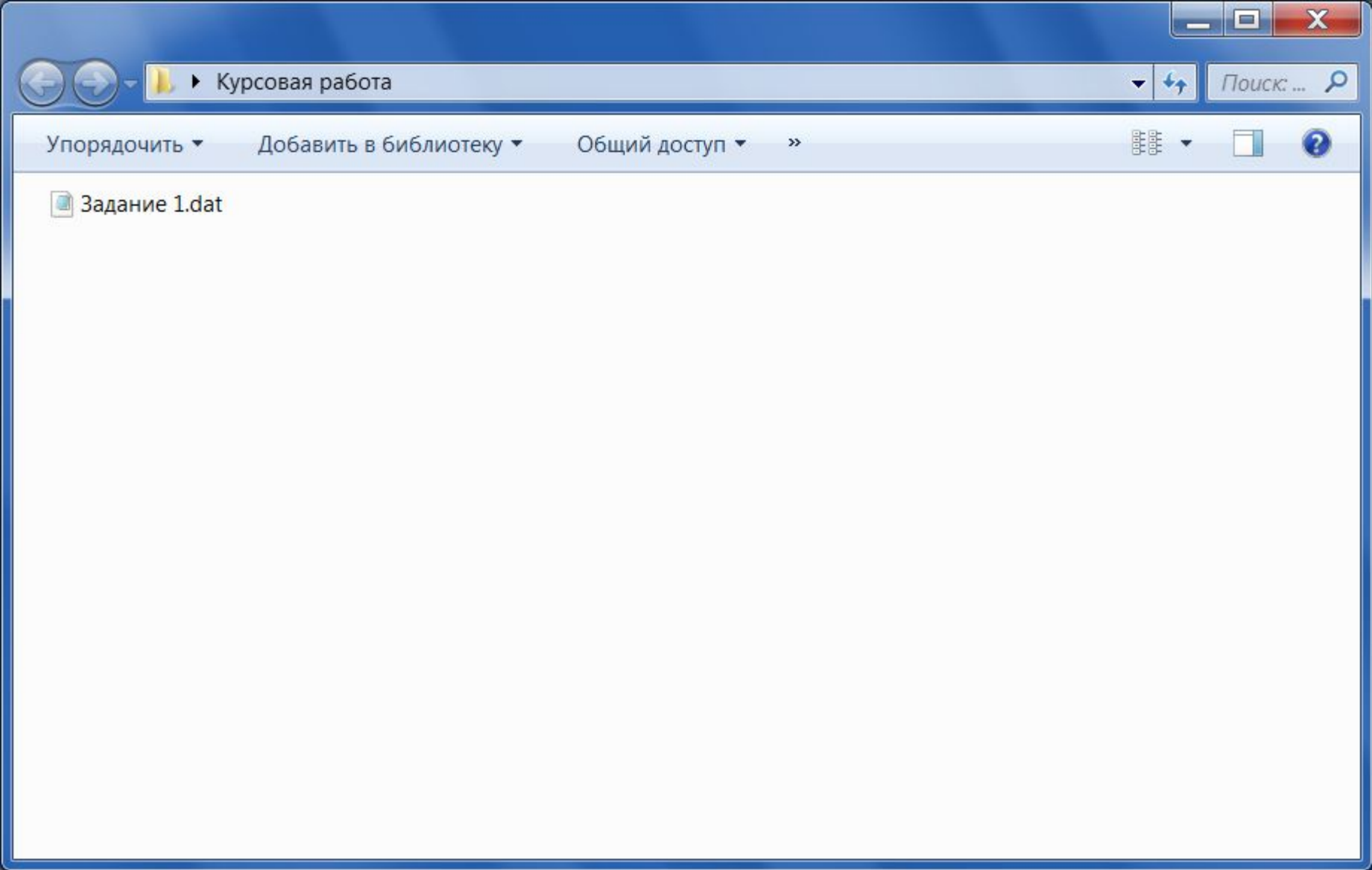
Доцент кафедры ТАМ, к.т.н.

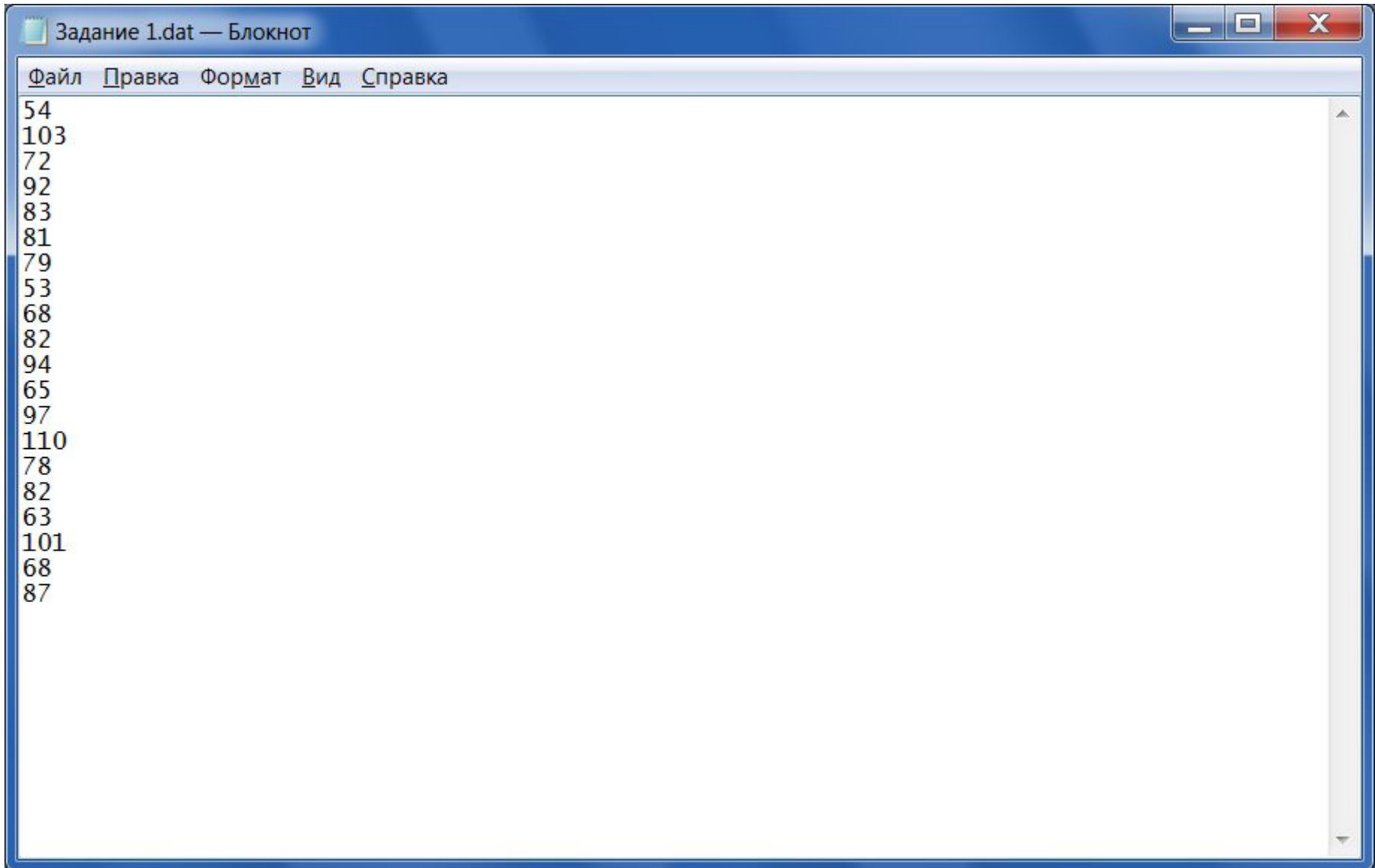
Шипулин Леонид Викторович

# Ввод исходных данных для расчета

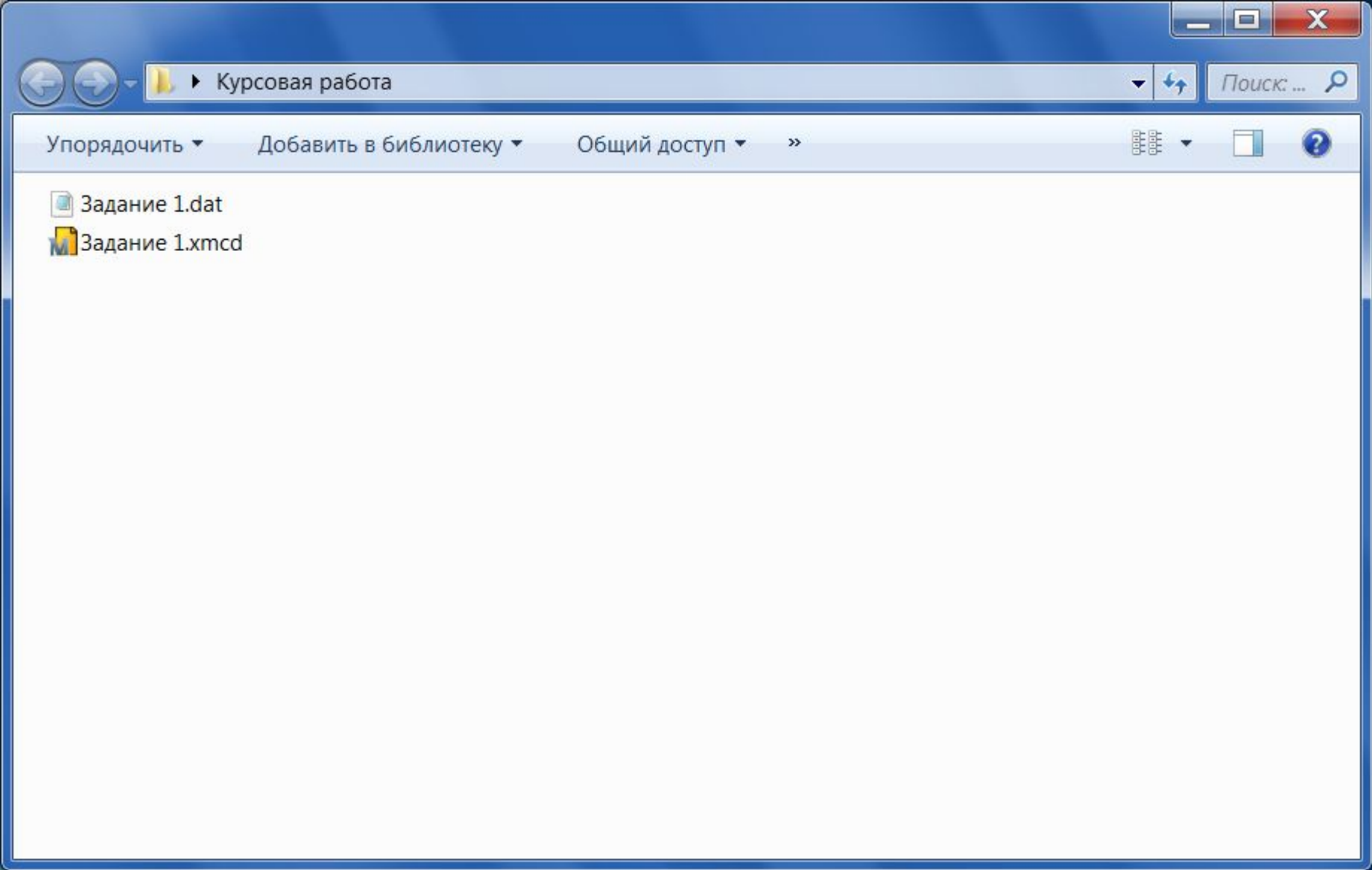


# Ввод исходных данных для расчета





# Ввод исходных данных для расчета



# Считывание данных в вектор

Mathcad - [Задание 1.xmcd]

File Edit View Insert Format Tools Symbolics Window Help

Normal Arial 10 B I U

ORIGIN := 1

Задаем вектор-столбец X и считываем его из файла "Задание 1.dat"

$X := \text{READPRN}(\text{"Задание 1.dat"})$

	1
1	54
2	103
3	72
4	92
5	83
6	81
7	79
8	53
9	...

$X^T =$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	54	103	72	92	83	81	79	53	...

$X^T =$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	54	103	72	92	83	81	79	53	68

Matrix

$\times_n$   $\times^{-1}$   $|\times|$

$\vec{f}(M)$   $M^{\langle \rangle}$   $M^T$   $m..n$

$\vec{a} \cdot \vec{b}$   $\vec{a} \times \vec{b}$   $\Sigma U$

# Среднее арифметическое. Среднеквадратичное отклонение выборки

Mathcad - [Задание 1.xmcd]

File Edit View Insert Format Tools Symbolics Window Help

Normal Arial 10 B I U

$X := \text{READPRN}(\text{"Задание 1.dat"})$

	1
1	54
2	103
3	72
4	92
5	83
6	81
7	79
8	53
9	...

$X^T =$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	54	103	72	92	83	81	79	53	...

$X^T =$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	54	103	72	92	83	81	79	53	...

Рассчитаем среднее арифметическое и среднеквадратичное отклонение выборки

$X_{\text{ср}} := \text{mean}(X)$        $S := \text{Stdev}(X)$

$X_{\text{ср}} = 80.6$        $S = 15.952$

Matrix

$\times_n$   $\times^{-1}$   $|\times|$

$f(\vec{M})$   $M^{\langle \rangle}$   $M^T$   $m..n$

$\vec{a} \cdot \vec{b}$   $\vec{a} \times \vec{b}$   $\sum U$   $\frac{\partial}{\partial x}$

Mathcad - [Задание 1.xmcd]

File Edit View Insert Format Tools Symbolics Window Help

Normal Arial 10 B I U

Рассчитаем модуль отклонения каждого результата от среднего значения

$i := 1..last(X)$

$\Delta X_i := |X_i - X_{cp}|$

$\Delta X_i =$

26.6
22.4
8.6
11.4
2.4
0.4
1.6
27.6
12.6
...

+

Matrix

Matrix symbols:  $x_n$ ,  $x^{-1}$ ,  $|x|$ ,  $f(M)$ ,  $M^c$ ,  $M^T$ ,  $m..n$ ,  $\sum$

Greek

Greek letters:  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \zeta, \eta, \theta, \iota, \kappa, \lambda, \mu, \nu, \xi, \omicron, \pi, \rho, \sigma, \tau, \upsilon, \phi, \chi, \psi, \omega, \Lambda, \text{B}, \Gamma, \Delta, \text{E}, \text{Z}, \text{H}, \Theta, \text{I}, \text{K}, \Lambda, \text{M}, \text{N}, \Xi, \text{O}, \text{P}, \text{R}, \Sigma, \text{T}, \text{Y}, \Phi, \text{X}, \Psi, \Omega$



# Выбор значения $\tau$ -критерия (для $\alpha=0,05$ )

Количество о испытаний n	$T_{\text{крит}}$	Количество о испытаний n	$T_{\text{крит}}$	Количество о испытаний n	$T_{\text{крит}}$
3	1.15	11	2.23	19	2.53
4	1.46	12	2.29	20	2.56
5	1.67	13	2.33	21	2.58
6	1.82	14	2.37	22	2.60
7	1.94	15	2.41	23	2.62
8	2.03	16	2.44	24	2.64
9	2.11	17	2.48	25	2.66
10	2.18	18	2.50		

# Т-критерий и критическое отклонение величины

Mathcad - [Задание 1.xmcd]

File Edit View Insert Format Tools Symbolics Window Help

Normal Arial 10 B I U  $x^2$   $x_2$

Рассчитаем модуль отклонения каждого результата от среднего значения

$i := 1 \dots \text{last}(X)$

$\Delta X_i := |X_i - X_{\text{ср}}|$

$\Delta X_i =$

26.6
22.4
8.6
11.4
2.4
0.4
1.6
27.6
12.6
...

Критерий t для уровня значимости  $\alpha = 0,05$

$t_{\text{кр}} := 2.56$

$\Delta X_{\text{кр}} := t_{\text{кр}} \cdot S = 40.837 +$

Matrix

Greek

$\alpha$   $\beta$   $\gamma$   $\delta$   $\varepsilon$   $\zeta$   
 $\eta$   $\theta$   $\iota$   $\kappa$   $\lambda$   $\mu$   
 $\nu$   $\xi$   $\omicron$   $\pi$   $\rho$   $\sigma$   
 $\tau$   $\upsilon$   $\phi$   $\chi$   $\psi$   $\omega$   
 $\Lambda$   $\text{B}$   $\Gamma$   $\Delta$   $\text{E}$   $\text{Z}$   
 $\text{H}$   $\Theta$   $\text{I}$   $\text{K}$   $\Lambda$   $\text{M}$   
 $\text{N}$   $\Xi$   $\text{O}$   $\text{P}$   $\Sigma$   
 $\text{T}$   $\text{Y}$   $\Phi$   $\text{X}$   $\Psi$   $\Omega$

# Проверка на критическое отклонение случайной величины от среднеарифметического

10

Просматриваем вектор  $\Delta X_i$ . Если некоторое значение превышает критическое значение  $\Delta X_{кр}$ , то это значение из первоначально заданной выборки следует выкинуть (в текстовом файле .dat) и пересчитать все заново, сменив значение  $\tau$ -критерия для уровня значимости  $\alpha = 0,05$ .

В выборке, приведенной в примере, каждое значение вектора  $\Delta X_i$  меньше, чем критическое  $\Delta X_{кр}$ . Поэтому никакие значения выкидывать не будем. Иными словами, **резко выделяющиеся значения отсутствуют**.

Можно приступать к дальнейшему исследованию выборки.

$\Delta X_i =$

26.6	✓
22.4	✓
8.6	✓
11.4	✓
2.4	✓
0.4	✓
1.6	✓
27.6	✓
12.6	✓
1.4	✓
13.4	✓
15.6	✓
16.4	✓
29.4	✓
2.6	✓
1.4	✓
17.6	✓
20.4	✓
12.6	✓
6.4	✓

# Параметры выборки

---

Выборочное среднее значение

$$\text{mean}(X) = 80.6$$

Смещенная дисперсия

$$\text{var}(X) = 241.74$$

Несмещенная дисперсия

$$\text{Var}(X) = 254.463$$

Стандартное отклонение на основе смещенной дисперсии

$$\text{stdev}(X) = 15.548$$

Стандартное отклонение на основе несмещенной дисперсии

$$\text{Stdev}(X) = 15.952$$

Коэффициент асимметрии

$$\text{kurt}(X) = -0.653$$

Коэффициент эксцесса

$$\text{skew}(X) = -4.46 \times 10^{-4}$$

# Построение гистограммы

Количество интервалов  $N := 8$

Автоматическое построение гистограммы

$H := \text{histogram}(N, X)$

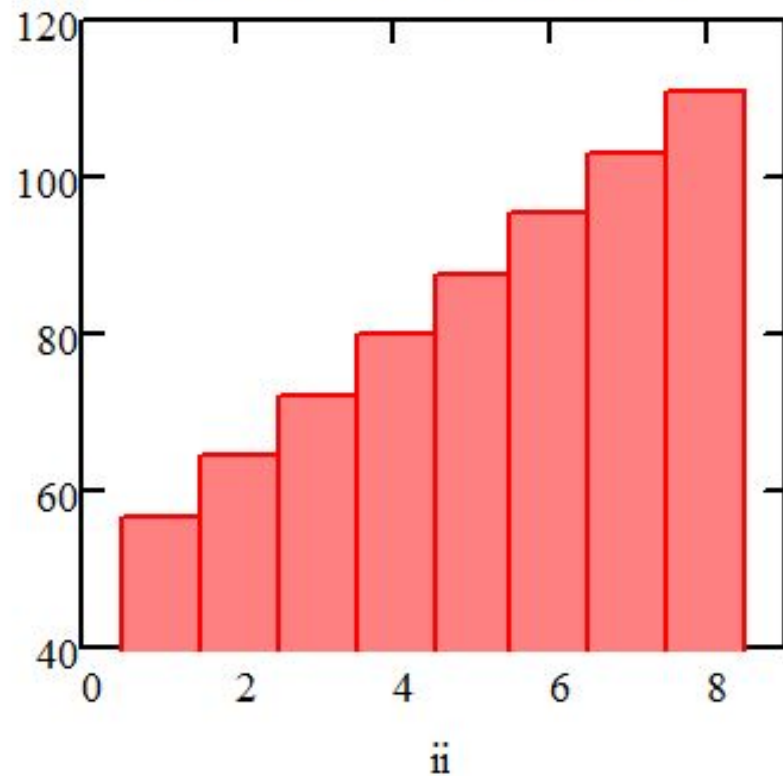
$H =$

56.562	2
63.687	2
70.813	3
77.938	3
85.063	4
92.188	2
99.313	2
106.438	2

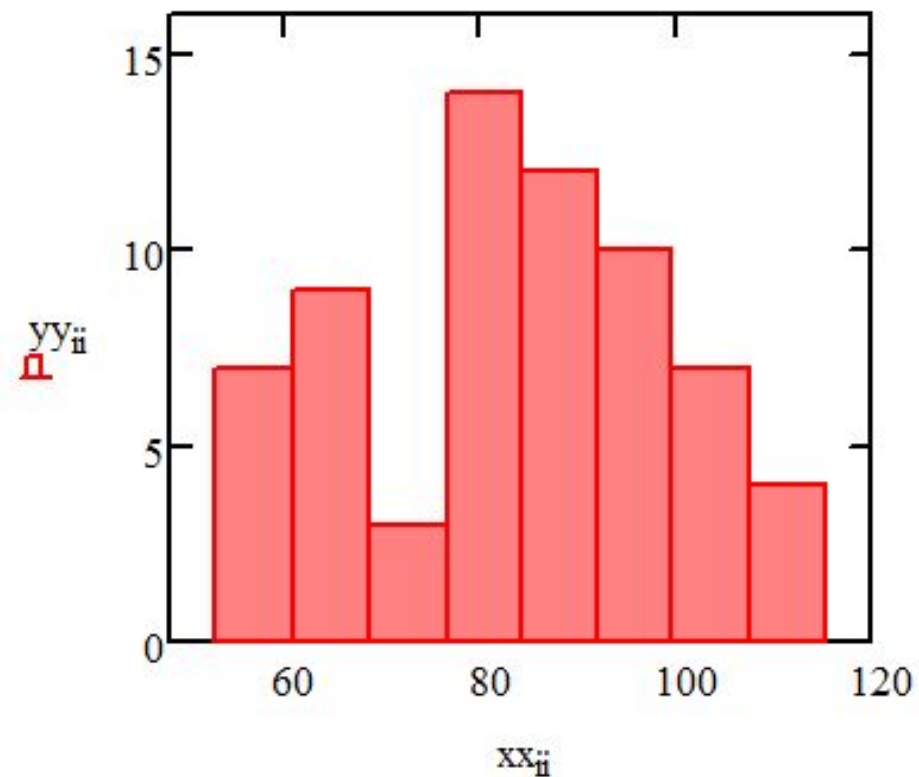
# Построение гистограммы

 $ii := 1 .. N$ 
 $xx := H^{(1)}$ 
 $yy := H^{(2)}$ 

Интервалы гистограммы  $ii$



Количество попаданий в интервалы



# Построение гистограммы

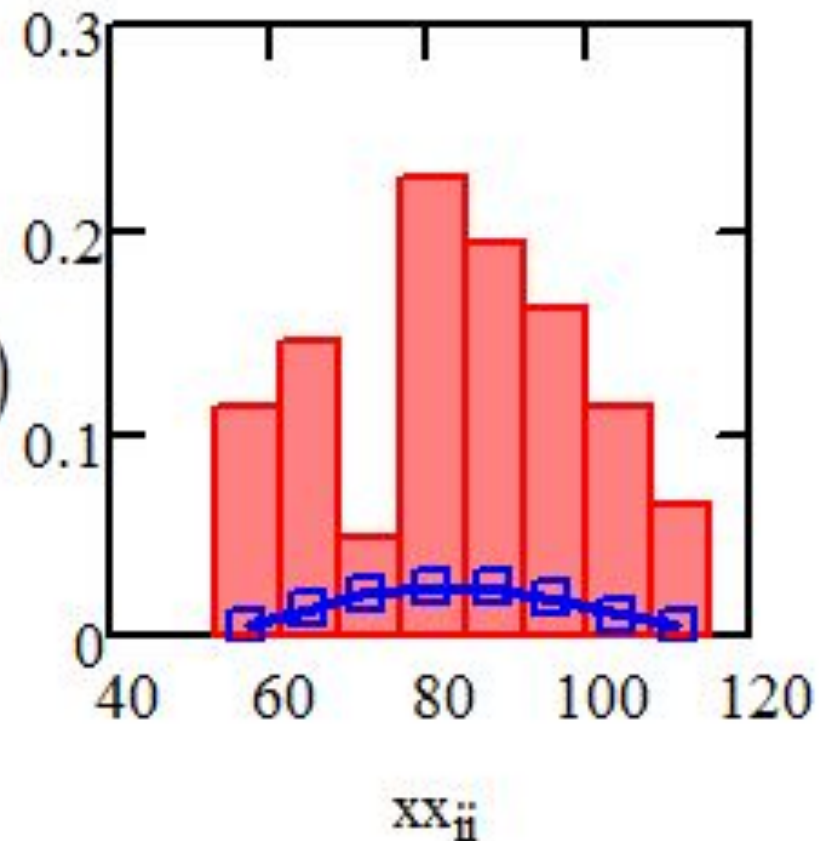
$$p := \frac{y_i}{N \cdot (xx_2 - xx_1)}$$

нормированные высоты столбцов

$P_{ii}$   
□

$dnorm(xx_{ii}, \text{mean}(X), \text{stdev}(X))$

□□□□



# Гипотеза о нормальном распределении

Выдвигается гипотеза о том, что теоретический закон распределения случайной величины имеет вид нормального распределения. Воспользуемся критерием Пирсена для того, чтобы проверить это.

Значения середин интервалов:

$$x := H^{(1)}$$

Значения функции распределения:

$$\phi_{ii} := \frac{1}{\text{stdev}(X) \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{(x_{ii} - \text{mean}(X))^2}{\text{stdev}(X)^2 \cdot 2}}$$

Шаг между серединами интервалов:

$$h21 := x_2 - x_1 = 7.75 \quad h32 := x_3 - x_2 = 7.75$$

$$h := h21 = 7.75$$



Значения теоретических частот:

$$n0_{ii} := \text{last}(X) \cdot h \cdot \phi_{ii}$$

Значения фактических частот:

$$n := H^{(2)}$$

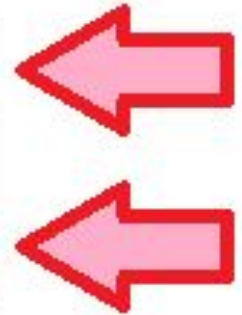
Вычисление слагаемых для критерия  $\chi^2$ :

$$\chi_{ii} := \frac{(n_{ii} - n0_{ii})^2}{n0_{ii}}$$

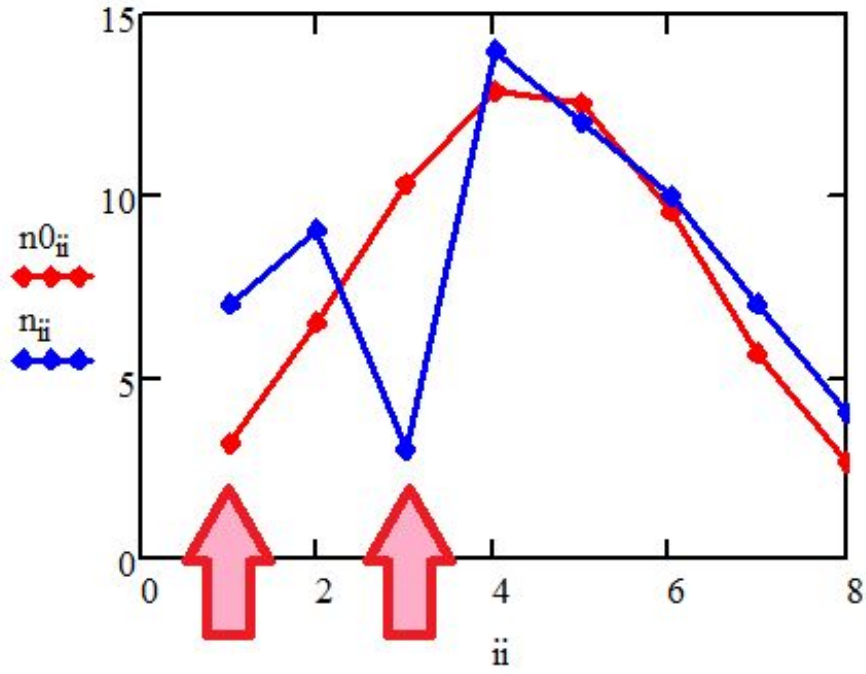
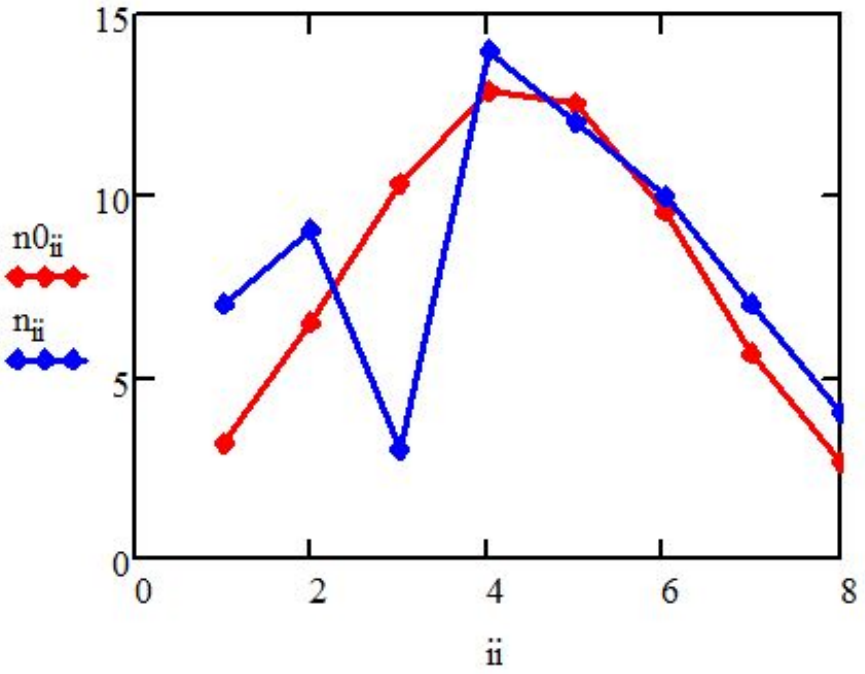
# Гипотеза о нормальном распределении

Вывод результатов:

$x_{ii} =$	$\phi_{ii} =$	$n0_{ii} =$	$n_{ii} =$	$\chi_{ii} =$
56.875	$6.131 \cdot 10^{-3}$	3.136	7	4.762
64.625	0.013	6.443	9	1.015
72.375	0.02	10.32	3	5.192
80.125	0.025	12.888	14	0.096
87.875	0.025	12.548	12	0.024
95.625	0.019	9.524	10	0.024
103.375	0.011	5.636	7	0.33
111.125	$5.083 \cdot 10^{-3}$	2.6	4	0.754



# Гипотеза о нормальном распределении



Расчет критерия  $\chi^2$ :

$$\chi^2_{\text{н}} := \sum_{k=1}^N \chi_k = 12.197$$

Табличное значение  $\chi^2$  для количества степеней свободы  $K = 8 - 1 = 7$  и для уровня значимости  $\alpha = 0.05$ :

$$\chi^2_{\text{т}} := 14.1$$

Поскольку  $\chi^2_{\text{н}} = 12.2$  меньше, чем  $\chi^2_{\text{т}}$ , то нулевая гипотеза о нормальном распределении принимается для данного уровня значимости.

Построение доверительного интервала для математического ожидания генеральной совокупности

Критерий Стьюдента для количества степеней свободы  $K = 7$  и вероятности ошибки  $\alpha = 0.05$ :

$$t := 2.37$$

Максимальное отклонение от среднего в доверительном интервале:

$$\varepsilon := \frac{t \cdot \text{stdev}(X)}{\sqrt{N}} = 13.015$$

Границы доверительного коридора:

$$(\text{mean}(X) - \varepsilon \quad \text{mean}(X) + \varepsilon) = (70.152 \quad 96.182)$$

С вероятностью 0.95 можно утверждать, что среднее значение при выборке большего объема не выйдет за пределы интервала (70.152 96.182).