

ТЕМА:

**ПРИМЕНЕНИЕ ПРОИЗВОДНОЙ ДЛЯ
ИССЛЕДОВАНИЯ ФУНКЦИЙ НА
МОНОТОННОСТЬ И ЭКСТРЕМУМЫ**

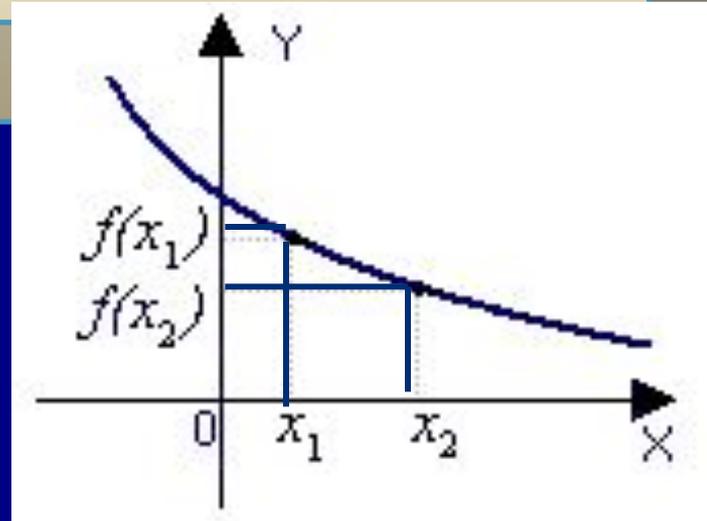
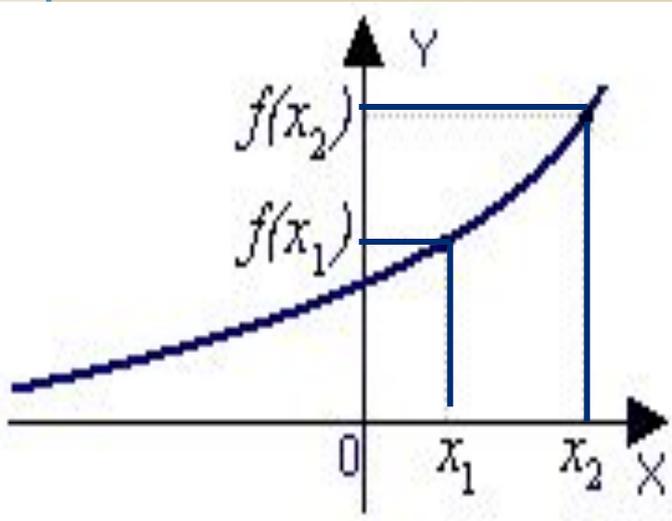
ПОВТОРИМ : ВОЗРАСТАЮЩАЯ И УБЫВАЮЩАЯ ФУНКЦИИ

Функция $f(x)$ называется **убывающей на отрезке** $[a; b]$ если для любых двух точек

x_1 и x_2 из отрезка $[a; b]$ утверждение $x_1 < x_2$ влечет другое утверждение $f(x_1) > f(x_2)$.
Другие утверждения имеют значения $f(x_1) > f(x_2)$ и $f(x_1) < f(x_2)$.

Функция $f(x)$ называется **возрастающей на отрезке** $[a; b]$ если для любых двух точек

Промежутки, в которых функция $y = f(x)$ возрастает или убывает называются промежутками монотонности функции $y = f(x)$.



Необходимое условие экстремума

(теорема Ферма): если точка x_0 является точкой экстремума функции $f(x)$, и в этой точке существует производная $f'(x)$, то она равна нулю: $f'(x) = 0$.

Точками экстремума могут служить только **критические точки**, т.е. точки принадлежащие области определения функции, в которых производная обращается в нуль или не существует.

если в некоторой точке x_0 производная функции $f(x)$ обращается в нуль и, кроме того, проходя через нее слева направо, меняет свой знак, то в этой точке функция достигает экстремума:

- если производная меняет знак с «+» на «-», то x_0 – точка максимума функции $f(x)$;
- если производная меняет знак с «-» на «+», то x_0 – точка минимума функции $f(x)$.

ПРИЗНАК МАКСИМУМА ФУНКЦИИ

$(a;b)$	$(a; x_0)$	x_0	$(x_0;b)$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$		max $f_{\max}(x) = f(x_0)$	

Поведение функции при её исследовании с помощью производной на экстремумы проиллюстрируем таблицами:

$(a;b)$	$(a; x_0)$	x_0	$(x_0;b)$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$		min $f_{\min}(x) = f(x_0)$	

ПРИЗНАК МИНИМУМА ФУНКЦИИ

АЛГОРИТМ ИССЛЕДОВАНИЯ ФУНКЦИИ НА ТОЧКИ ЭКСТРЕМУМА ПО ГРАФИКУ ПРОИЗВОДНОЙ ФУНКЦИИ

1

Найти область определения функции и интервалы, на которых функция непрерывна.

2

Найти критические точки, т.е. точки в которых $f'(x) = 0$ или не существует.

3

Определить знак производной $f'(x)$ на каждом промежутке.

4

Определить точки экстремума.

4.1. Если $f'(x)$ в точке x_0 меняет знак с «+» на «-», то x_0 – точка максимума.

4.2. Если $f'(x)$ в точке x_0 меняет знак с «-» на «+», то x_0 – точка минимума.