ТЕМА:

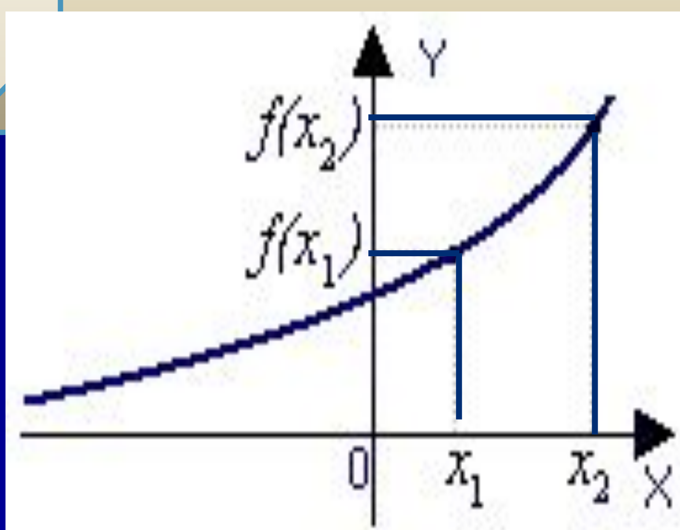
ПРИМЕНЕНИЕ ПРОИЗВОДНОЙ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ФУНКЦИЙ НА МОНОТОННОСТЬ И ЭКСТРЕМУМЫ

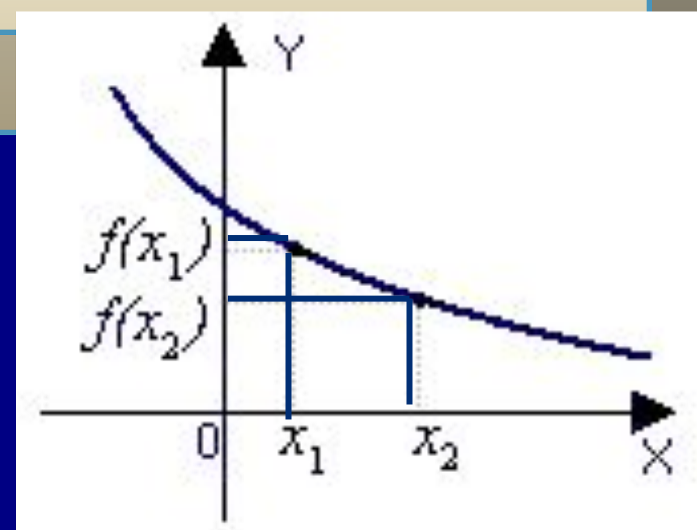
ПОВТОРИМ : ВОЗРАСТАЮЩАЯ И УБЫВАЮЩАЯ ФУНКЦИИ

Функция f(x) называется
убывающей на отрезке [a; b] если
для любых двух точек
x_1 и
утвер
Други
значе
значе

я f(x) называется
ающей на отрезке [a; b] если
ых двух точек
е

Промежутки, в которых функция y = f (x) возрастает или убывает называются промежутками монотонности функции y= f (x).





Необходимое условие экстремума (теорема Ферма): если точка x_0 является точкой экстремума функции f (x), и в этой точке существует производная *f '(x)*, то она равна нулю: *f '(x) =0* .

Точками экстремума могут служить только *критические точки*, т.е точки, принадлежащие области определения функции, в которых производная обращается в нуль или не существует.

если в некоторой точке x_0 производная функции f (x) обращается в нуль и, кроме того, проходя через нее слева направо, меняет свой знак, то в этой точке функция достигает экстремума:

-если производная меняет знак с «+» на «–», то x_0– точка максимума функции f (x) ;

- если производная меняет знак с «–» на «+», то x_0 – точка минимума функции f (x).

ПРИЗНАК МАКСИМУМА ФУНКЦИИ

(a;b)	$(a; x_0)$	x_0	$(x_0;b)$
f ' (x)	+	0	-
f (x)	↗	max $f_{max}(x) = f(x_0)$	↘

Поведение функции при её исследовании с помощью производной на экстремумы проиллюстрируем таблицами:

(a;b)	$(a; x_0)$	x_0	$(x_0;b)$
f ' (x)	-	0	+
f (x)	↘	min $f_{min}(x) = f(x_0)$	↗

ПРИЗНАК МИНИМУМА ФУНКЦИИ

АЛГОРИТМ ИССЛЕДОВАНИЯ ФУНКЦИИ НА ТОЧКИ ЭКСТРЕМУМА ПО ГРАФИКУ ПРОИЗВОДНОЙ ФУНКЦИИ

1 Найти область определения функции и интервалы, на которых функция непрерывна.

2 Найти критические точки, т.е. точки в которых $f'(x) = 0$ или не существует.

3 Определить знак производной $f'(x)$ на каждом промежутке.

4 Определить точки экстремума.

4.1. Если $f'(x)$ в точке x_0 меняет знак с «+» на «-», то x_0 – точка максимума.

4.2. Если $f'(x)$ в точке x_0 меняет знак с «-» на «+», то x_0 – точка минимума.