Элементы нелинейного функциональног о анализа

Глава 2. Гладкие многообразия

§ 4. Атлас на сфере

1-
$$\bar{u}$$
 cuo co \bar{v} , $S^2: x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

 $u_1: \bar{z} > 0$
 $u_2: \bar{z} < 0$
 $v_1: v_2 = 1$
 $v_2: \bar{z} < 0$
 $v_1: v_2 = 1$
 $v_2: \bar{z} < 0$
 $v_2: \bar{z} < 0$
 $v_1: v_2 = 1$

$$\varphi_{1}: \mathcal{U}_{1} \to V_{1}$$
 $\mathcal{U}_{1} = \{(x,y,z) \in S^{2} | z > 0 \}, \quad \mathcal{U}_{2}$
 $\mathcal{U}_{2} = \{(x,y,z) \in S^{2} | z < 0 \}, \quad \mathcal{V}_{3}$
 $V_{1} = V_{2} - \mu \rho y z \text{ paguyca } R = 1 \text{ 6 np-ke}$
 $V_{1} = V_{2} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^{2} | x^{2} + y^{2} < 1 \}, \quad \mathcal{V}_{1}$
 $\varphi_{1}^{-1}(x,y) = (x,y, \sqrt{1-x^{2}-y^{2}}), \quad \varphi_{1}^{-1}: V_{1} \to \mathcal{U}_{1}.$
 $\varphi_{1}: \mathcal{U}_{1} \to V_{1} - \text{ roweosuppersyst.}$

$$\mathcal{U}_{3} = \{(x,y,z) \in S^{2} | y>0 \mathcal{Y},\$$
 $\mathcal{U}_{4} = \{(x,y,z) \in S^{2} | y<0 \mathcal{Y}.\$
 $\varphi_{3}: (x,y,z) \longmapsto (x,z), \quad \varphi_{3}: \mathcal{U}_{3} \longrightarrow \mathcal{V}_{3};\$
 $\varphi_{4}: (x,y,z) \longmapsto (x,z), \quad \varphi_{4}: \mathcal{U}_{4} \longrightarrow \mathcal{V}_{4};\$
 $\mathcal{V}_{3} = \mathcal{V}_{4} = \{(x,z) | x^{2} + z^{2} < 1 \mathcal{Y} - \mu p y z \quad b \quad n p - b e \quad R^{2}$
 $\mathcal{U}_{6} = \{(x,y,z) \in S^{2} | x<0 \mathcal{Y}_{5};\$
 $\mathcal{U}_{7} = \{(x,y,z) \in S^{2} | x<0 \mathcal{Y}_{7};\$
 $\mathcal{U}_{7} = \{(x,$

Рассиотрии срукну ию керекода от карты (U_1, φ_1) к карте (U_3, φ_3) : $\varphi_{13} = \varphi_1 \circ \varphi_3^{-1} : \varphi_3 (u_1 \cap u_3) \longrightarrow \varphi_1 (u_1 \cap u_3)$ $(X,Z) \mapsto \frac{\varphi_3^{-1}}{(X,\sqrt{1-X^2-z^2},Z)} \mapsto (X,\sqrt{1-X^2-z^2})$ $\varphi_{13}(X, 2) = (X, \sqrt{1-x^2-2^2}) - naguoe$ $\varphi_{13}(X, 2) = (X, \sqrt{1-x^2-2^2}) - naguoe$ $\varphi_{13}(X, 2) = (X, \sqrt{1-x^2-2^2}) - naguoe$ $\varphi_{13}(X, 2) = (X, \sqrt{1-x^2-2^2}) - naguoe$

<u>gouagas</u> ειο raguses (un. C^{∞}).

Итак, об-е перехода 413 — С°-диерфеоперфум => 1-е и 3-е парт С°-естае.

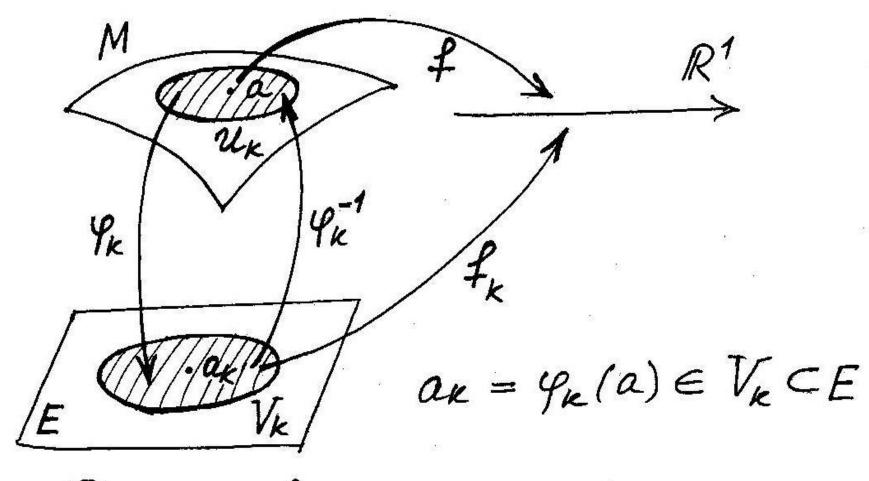
Anasonnuo upolep-al Cº- eoraacofannocos ocrasbunx nap napr.

Creg-uo, arrae $\{(u_i, y_i)_{i=1}^6 - C^\infty$ arrac.

§ 5. Гладкие функции на многообразии

Tyens M - C= muoroospajne, БПЕ - ero модельное пр-во. Расси-и кепрер. срукнушь $f: M \longrightarrow R^1$ u neuof. $T. a \in M$. Tryems (Uk, 4k) - kapra ny arkaca mor-a M, vanad, 200 a E UK. Torga Vu = 4k (Uk) -osupourse ии-во в Е. Расси-и фунцию fu = fo qu': Vu -> R1.

fu = fo qui: Vu - R1.



Pyrnyme fre nag-ce <u>npegerabnemmen</u> op-ym f b napre (Mr, 4r).

(Win Vk) W-onperson T. an (W-osuperson mu-to b E, an EW).

ynp. Thuamuse, 250 250 nomerne (raquoen boupeesnoen T.a) ne zabuent of brisopa napsin.

ynp. Fouauuse, 250 250 nomerce (raquoen boupeesmoen 7.a) ne zatueus os brisopa napon.

Замечание. Для этого пучно расси-Го др. парту (И;, 4;), тапую, го a∈U; Torga Un 11; ≠ \$ u upegerabneune f; = foy; 1 op-yeur f в парче (И;, 4;) будет чание С'-срупиque le neuor, oupeernoen τ , $a_j = \varphi_j(a)$. След-ио, определение 1 порреняно.

Oup. 2. Pyunyun $f: M \rightarrow \mathbb{R}^1$ naj-an C^2 -opyunyun va M, eenu ona uba-an C^2 -opyunyun b oupeernoern naugan $T. a \in M$.

Tryens f - C'-cpynnyme na M. Oup.3. T. a & M way-ar upurureenout Tornoù op-yun f, eenn F Kapra (UK, YK), Tavare, 200 a & UK U T. $a_k = \varphi_k(a) \in V_k = \varphi_k(u_k)$ авп-ал приничесный голиний ор-уши $f_{\mathbf{k}} = f \circ \varphi_{\mathbf{k}}^{-1}, \quad \tau.e., \quad f_{\mathbf{k}}'(a_{\mathbf{k}}) = \theta.$ Kp-e Ppeuce ob-your fx Abs-al upurerecusió roman op-que $f_{\mathbf{k}} = f \circ \varphi_{\mathbf{k}}^{-1}, \quad \text{r.e.} \quad f_{\mathbf{k}}'(a_{\mathbf{k}}) = \theta.$ Kp-e Ppeuce do-your fx The Donamuse, no nomerne upurur-es vous ranne ne gabueur or brisopa rapsol (T.e. eenu fr(au) = 0, To $f'(a_s) = \theta$ gree motor report (U; φ_s), Tauois, un $a \in \mathcal{U}_j$).

Spumep. f(x,y,z) = x+y+z ua S^2 . Kapra (U1, φ1); U1: Z>0, 113 Rpegerabreune & b napre (U1,41): $f_1(x,y) = (f \circ \varphi_1^{-1})(x,y) = x + y + \sqrt{1-x^2y^2}$ f1: V1 - R1 - M. Co (gow-76!) Увайдем прих. гогим в в жой парке.

Увайдем прия чоги в в жой парке.

$$\int \frac{\partial f_1}{\partial x} (x, y) = 1 - \frac{x}{\sqrt{1 - x^2 - y^2}} = 0,$$

$$\int \frac{\partial f_1}{\partial y}(x,y) = 1 - \frac{y}{\sqrt{1-x^2-y^2}} = 0.$$

Решае данную спечену, получаем:

$$X = y = \frac{1}{\sqrt{3}} \implies Z = \sqrt{1 - x^2 - y^2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Uran, op-e & b napre (U1, 41) remeer egnuerb-10 upur rormy (\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}).

Литература

Борисович Ю.Г. и др. «Введение в топологию»