

# Пределы

Раскрытие неопределенности

2 часть

## Метод умножения числителя и знаменателя на сопряженное выражение

Найти предел 
$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+6} - \sqrt{10x-21}}{5x-15}$$

Сначала пробуем подставить 3 в выражение под знаком предела **это первое, что нужно выполнять для ЛЮБОГО предела.**

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+6} - \sqrt{10x-21}}{5x-15} = \frac{0}{0} = (*)$$

Получена неопределенность вида 0/0 , которую нужно устранять

Когда в числителе (знаменателе) находится разность корней (или корень минус какое-нибудь число), то для раскрытия неопределенности используют **метод умножения числителя и знаменателя на сопряженное выражение.**

$$(*) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(\sqrt{x+6} - \sqrt{10x-21}) \cdot (\sqrt{x+6} + \sqrt{10x-21})}{(5x-15) \cdot (\sqrt{x+6} + \sqrt{10x-21})} = (*)$$

$$(*) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(\sqrt{x+6})^2 - (\sqrt{10x-21})^2}{(5x-15) \cdot (\sqrt{x+6} + \sqrt{10x-21})} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+6 - (10x-21)}{(5x-15) \cdot (\sqrt{x+6} + \sqrt{10x-21})} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+6-10x+21}{(5x-15) \cdot (\sqrt{x+6} + \sqrt{10x-21})} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-9x+27}{(5x-15) \cdot (\sqrt{x+6} + \sqrt{10x-21})} = (*)$$

$$(*) = \frac{1}{6} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-9(x-3)}{5(x-3)} = \frac{1}{6} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-9}{5} = \frac{1}{6} \cdot \left( \frac{-9}{5} \right) = -\frac{3}{10}$$

## 2. Раскрытие неопределенности

- При нахождении предела иногда сталкиваются с неопределенностями вида  $\left(\frac{0}{0}\right), \left(\frac{\infty}{\infty}\right), (\infty - \infty), (1^\infty), (0^\infty), (0^0)(\infty^0)$ .
- Отыскание предела в таких случаях называется раскрытием неопределенности.

1) Для того, чтобы раскрыть неопределенность  $\infty/\infty$  необходимо разделить числитель и знаменатель на  $x$  в старшей степени.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x - 5}{1 + x + 3x^2} = \frac{\infty}{\infty} = (*) \quad \text{Разделим числитель и знаменатель на } x^2$$
$$(*) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{2x^2 - 3x - 5}{x^2}}{\frac{1 + x + 3x^2}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{2x^2}{x^2} - \frac{3x}{x^2} - \frac{5}{x^2}}{\frac{1}{x^2} + \frac{x}{x^2} + \frac{3x^2}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - \frac{3}{x} - \frac{5}{x^2}}{\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} + 3} = \frac{2}{3}$$

2) В следующем примере разделим числитель и знаменатель на  $x^4$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 + 15x^2 + 9x + 1}{5x^4 + 6x^2 - 3x - 4} = \frac{\infty}{\infty} = (*)$$

$$(*) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{7x^3 + 15x^2 + 9x + 1}{x^4}}{\frac{5x^4 + 6x^2 - 3x - 4}{x^4}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{7^{\rightarrow 0}}{x} + \frac{15^{\rightarrow 0}}{x^2} + \frac{9^{\rightarrow 0}}{x^3} + \frac{1^{\rightarrow 0}}{x^4}}{5 + \frac{6^{\rightarrow 0}}{x^2} - \frac{3^{\rightarrow 0}}{x^3} - \frac{4^{\rightarrow 0}}{x^4}} =$$

$$= \frac{0 + 0 + 0 + 0}{5 + 0 - 0 - 0} = \frac{0}{5} = 0$$

3) В следующем примере разделим числитель и знаменатель на  $x^2$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x - 5}{x + 1} = \frac{\infty}{\infty} = (*)$$

$$(*) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{2x^2 - 3x - 5}{x^2}}{\frac{x + 1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - \frac{3 \rightarrow 0}{x} - \frac{5 \rightarrow 0}{x^2}}{\frac{1 \rightarrow 0}{x} + \frac{1 \rightarrow 0}{x^2}} = \frac{2}{0} = \infty$$

подразумевается не деление на ноль (делить на ноль нельзя), а деление на бесконечно малое число.

**ВЫВОД:** Таким образом, при раскрытии неопределенности может получиться *конечное число*, ноль или бесконечность.

ВЫЧИСЛИТЕ САМОСТОЯТЕЛЬНО

1.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 5x - 6}{2x^2 + 3x - 5}$

2.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x^2 - 11x - 3}{x - 3}$

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^3 - 2x^2}{6x^3 - 4x^2}$

4.  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{t^2 + 6t + 9}{t^2 + t - 6}$