

ОСНОВНЫЕ ПРАВИЛА ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ

Производная алгебраической суммы (разности) конечного числа дифференцируемых функций равна сумме (разности) производных этих функций:

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$$

$$(f(x) - g(x))' = f'(x) - g'(x)$$

Производная произведения двух дифференцируемых функций равна сумме произведений производной первого сомножителя на второй и производной второго сомножителя на первый:

$$(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

*Постоянный множитель можно выносить за
знак производной:*

$$(cf(x))' = cf'(x)$$

Производная частного двух дифференцируемых функций находится по формуле:

$$\frac{f'(x)}{g'(x)} = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$$

Производная сложной функции находится по формуле:

$$(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

ПРИМЕРЫ.



Найти производную функции

$$y = 15 \cdot (x^4 - 1)$$

и вычислить ее значение в точке $x=1$.

Решение.

$$\begin{aligned}y' &= 15' \cdot (x^4 - 1) + 15 \cdot (x^4 - 1)' = \\ &= 15 \cdot (4x^3) = 60x^3\end{aligned}$$

Находим значение производной в точке $x=1$:

$$y'(1) = 60 \cdot 1^3 = 60$$

2

Найти производную функции

$$y = x^3 \cdot (\sqrt[4]{x} + 1)$$

и вычислить ее значение в точке $x=1$.

Решение.

$$\begin{aligned}y' &= (x^3)' \cdot (\sqrt[4]{x} + 1) + x^3 \cdot (\sqrt[4]{x} + 1)' = \\&= 3x^2 \cdot (\sqrt[4]{x} + 1) + \frac{1}{4} \cdot x^3 \cdot x^{-\frac{3}{4}} = \\&= 3x^{\frac{9}{4}} + 3x^2 + \frac{1}{4} \cdot x^{\frac{9}{4}} = \frac{13}{4} x^{\frac{9}{4}} + 3x^2\end{aligned}$$

Находим значение производной в точке $x=1$:

$$y'(1) = \frac{13}{4} \cdot 1^{\frac{9}{4}} + 3 \cdot 1^2 = \frac{25}{4}$$

3

Найти производную функции

$$y = \frac{x^3 - 1}{\sqrt{x}}$$

и вычислить ее значение в точке $x=1$.

Решение.

$$\begin{aligned}y' &= \frac{(x^3 - 1)' \cdot \sqrt{x} - (x^3 - 1) \cdot (\sqrt{x})'}{x} = \\&= \frac{3x^2 \cdot \sqrt{x} - (x^3 - 1) \cdot \frac{1}{2} \cdot x^{-\frac{1}{2}}}{x} = \\&= \frac{3x^{\frac{5}{2}} - \frac{1}{2}x^{\frac{5}{2}} + \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}}{x} = \frac{\frac{5}{2}x^{\frac{5}{2}} + \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}}{x}\end{aligned}$$

Находим значение производной в точке $x=1$:

$$y'(1) = \frac{\frac{5}{2} \cdot 1^{\frac{5}{2}} + \frac{1}{2} \cdot 1^{-\frac{1}{2}}}{1} = 3$$

4

Найти производную функции

$$y = \sqrt{4x^3 - 12x + 8}.$$

Решение.

$$\begin{aligned}y' &= \frac{1}{2\sqrt{4x^3 - 12x + 8}} \cdot (4x^3 - 12x + 8)' = \\ &= \frac{12x^2 - 12}{2\sqrt{4x^3 - 12x + 8}} = \frac{12x^2 - 12}{2\sqrt{4x^3 - 12x + 8}} = \frac{6x^2 - 6}{\sqrt{4x^3 - 12x + 8}}.\end{aligned}$$