ОСНОВНЫЕ ПРАВИЛА ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ

1

Производная алгебраической суммы (разности) конечного числа дифференцируемых функций равна сумме (разности) производных этих функций:

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$$

$$(f(x) - g(x))' = f'(x) - g'(x)$$

2

Производная произведения двух дифференцируемых функций равна сумме произведений производной первого сомножителя на второй и производной второго сомножителя на первый:

$$(f(x)\cdot g(x))' = f'(x)\cdot g(x) + f(x)\cdot g'(x)$$

3

Постоянный множитель можно выносить за знак производной:

$$(cf(x))'=cf'(x)$$

4

Производная частного двух дифференцируемых функций находится по формуле:

$$\frac{f'(x)}{g'(x)} = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$$

5

Производная сложной функции находится по формуле:

$$(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

ПРИМЕРЫ.

1

Найти производную функции

$$y = 15 \cdot (x^4 - 1)$$

и вычислить ее значение в точке x=1.

Решение.

$$y' = 15' \cdot (x^4 - 1) + 15 \cdot (x^4 - 1)' =$$

$$= 15 \cdot (4x^3) = 60x^3$$

Находим значение производной в точке *x=1*:

$$y'(1) = 60 \cdot 1^3 = 60$$

2

Найти производную функции

$$y = x^3 \cdot (\sqrt[4]{x} + 1)$$

и вычислить ее значение в точке x=1.

Решение.

$$y' = \left(x^3\right)' \cdot (\sqrt[4]{x} + 1) + x^3 \cdot (\sqrt[4]{x} + 1)' =$$

$$= 3x^2 \cdot (\sqrt[4]{x} + 1) + \frac{1}{4} \cdot x^3 \cdot x^{-\frac{3}{4}} =$$

$$= 3x^{\frac{9}{4}} + 3x^2 + \frac{1}{4} \cdot x^{\frac{9}{4}} = \frac{13}{4} x^{\frac{9}{4}} + 3x^2$$

Находим значение производной в точке *x=1*:

$$y'(1) = \frac{13}{4} \cdot 1^{\frac{9}{4}} + 3 \cdot 1^2 = \frac{25}{4}$$

3

Найти производную функции

$$y = \frac{x^3 - 1}{\sqrt{x}}$$

и вычислить ее значение в точке x=1.

Решение.

$$y' = \frac{\left(x^3 - 1\right)' \cdot \sqrt{x} - (x^3 - 1) \cdot \left(\sqrt{x}\right)'}{x} =$$

$$= \frac{3x^2 \cdot \sqrt{x} - (x^3 - 1) \cdot \frac{1}{2} \cdot x^{-\frac{1}{2}}}{x} =$$

$$= \frac{3x^{\frac{5}{2}} - \frac{1}{2}x^{\frac{5}{2}} + \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}}{x} = \frac{\frac{5}{2}x^{\frac{5}{2}} + \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}}{x}$$

Находим значение производной в точке *x=1*:

$$y'(1) = \frac{\frac{5}{2} \cdot 1^{\frac{5}{2}} + \frac{1}{2} \cdot 1^{-\frac{1}{2}}}{1} = 3$$

4

Найти производную функции

$$y = \sqrt{4x^3 - 12x + 8}.$$

Решение.

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{4x^3 - 12x + 8}} \cdot \left(4x^3 - 12x + 8\right)' =$$

$$= \frac{12x^2 - 12}{2\sqrt{4x^3 - 12x + 8}} = \frac{12x^2 - 12}{2\sqrt{4x^3 - 12x + 8}} = \frac{6x^2 - 6}{\sqrt{4x^3 - 12x + 8}}.$$