МЕТОДЫ ЭКСПЕРТНОГО ОЦЕНИВАНИЯ

Перевозчиков Г.П. (405 гр.)
+
Чечурова Д.А. (402 гр.)

Group choice problem

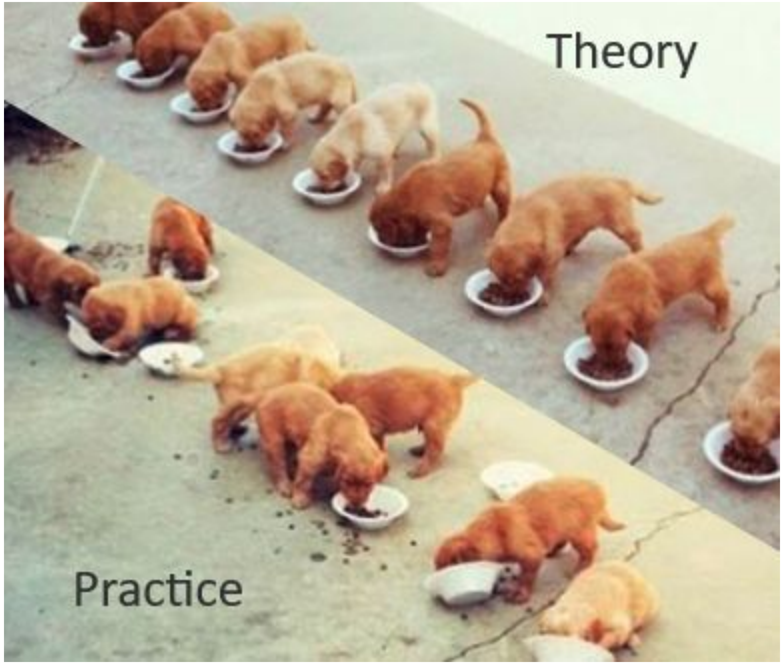
- ## Теория:

...мы просто выполним ранжирование объектов по их предпочтительности. Пусть F(a) - интенсивность предпочтительности объекта a. Тогда для объектов a,b,c получим: F(a)=0.3 F(b)=0.2 F(c)=0.1. Положим что наши оценки устойчивы. Тогда достаточно найти их среднее.

- ## Практика:

...2 члена экспертной комиссии вчера плохо спали, поэтому они поставили всем по 0…

В реальных ситуациях группового выбора итоговое решение зависит от огромного числа трудноуловимых факторов...



Некоторые сложности

- Члены жюри могут придерживаться противоположных точек зрения в своих оценках:
  - f1(a)=5, f1(b)=3, f1(c)=0
  - f2(a)=0, f2(b)=3, f2(c)=5
    - => b - наилучший средний результат
  - На практике прибегают к различным *процедурам обмена мнениями*.
    - Удается придти к какому-либо единому мнению
    - Решимость экспертов остаться при своем мнении возрастает, тогда побеждают интересы руководства.
- Проблема соизмерения предпочтений различных экспертов
  - Проблема решается нормализацией оценок в заданном диапазоне (0...1)

$$f'(a) = \frac{f(a) - f}{\overline{f} - \underline{f}}$$

    - где F(_ сверху) == max, F(_ снизу) == min

Экспертиза

- проведение группой экспертов измерения некоторых характеристик для подготовки принятия решения.
  - Оценка имеющихся объектов (оценка качества товара)
  - Построение объектов (сценарии развития магазина)
  - Построение объектов и их оценка (разработка системы признаков для оценки каждого из сценариев развития и оценка весомости каждого из признаков)
- После проведения экспертизы идет ее анализ. Уделяется внимание тем кто дал крайние оценки. Затем на основе оценок экспертов принимается решение. Если решение невозможно принять - экспертиза повторяется.
- Экспертиза анализируется 2 подходами
  - Анализ оценок экспертов
  - Анализ компетентности экспертов

1. Анализ оценок экспертов

Самый простой способ - найти среднее

- $x_i = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} x_{ij}$ - среднее
- $x_i = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} q_j x_{ij}$ - среднее с учетом компетентности эксперта (q)
- $\lambda_k = \sum_{j=1}^{n} q_j \lambda_{kj}$ $\quad x_i = \sum_j \sum_k \lambda_k x_{ij}^k q_j$ - иногда сложный показатель разбивают

2.1 ищем Q по взаимооценкам

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

- матрица выигрышей 5 команд (0 проигрыш, 1 ничья, 2 выигрыш)

Распределение очков: $q^1 = <\overset{V}{3},\overset{I}{3},\overset{II}{3},\ \overset{IV}{3},3\ \overset{III}{3}>$. Кажется несправедливым. что первая команда, выигравшая у лидера, находится на последнем месте.

Если к очкам каждой прибавить очки тех, с кем у нее была ничья, и удвоить количество очков победителю, то $q^2 = <\overset{IV}{17},\overset{I}{37},\overset{II}{26},\overset{V}{17},\overset{III}{17}>$. Продолжая процедуру, получим итерационный процесс $q^t = Bq^{t-1}$, где B - матрица самооценок и взаимных оценок. Начиная с некоторого шага распределение мест стабилизируется.

2.1 ищем Q по взаимооценкам

Определение. B - разложимая матрица, если $M = \{1,\dots,n\} = I_1 \cup I_2$: $b_{ij} = 0$ $\forall i \in I_1$, $\forall j \in I_2$. Это означает, что все эксперты из I_2 считаются некомпетентными экспертами из I_1. Это недопустимо при работе экспертной комиссии.

Теорема. Неотрицательная неразложимая матрица обязательно имеет вещественное положительное собственное число λ, превосходящее модули всех остальных ее собственных чисел; ему соответствует собственный вектор q - положительный, и любой другой собственный вектор имеет отрицательную компоненту.

Для неотрицательной неразложимой матрицы к этому вектору сходится итерационный процесс

$\bar{q}^{t} = \frac{1}{\lambda^t} B \bar{q}^{t-1}$, $\bar{q}^{0} > 0$, $\sum_{j=1}^{n} \bar{q}_j^{t} = 1$ => $\bar{q}^{0} = <\frac{1}{n},\dots,\frac{1}{n}>$, $t = 1,2\dots$

$\lambda^t = \sum_{i,j} b_{ij} \bar{q}_j^{t-1}$, $\lambda = \lim_{t\to\infty} \lambda^t$, $\bar{q} = \lim_{t\to\infty} \bar{q}^{t}$.

соответствующий рассмотренной процедуре

2.2 на основе оценок объектов

$$X = \begin{pmatrix} 0,8 & 0,4 & 0,7 \\ 0,2 & 0,6 & 0,3 \end{pmatrix}$$ (номера столбцов соответствуют номерам экспертов, строк - объектов).

$$x_1^1 = \frac{1}{3}(0,8 + 0,4 + 2,7) = 0,63$$

$$x_2^1 = \frac{1}{3}(0,2 + 0,6 + 0,3) = 0,37$$

$$q_1^1 = 0,8x_1^1 + 0,2x_2^1 = 0,58$$

$$q_2^1 = 0,4x_1^1 + 0,6x_2^1 = 0,47$$

$$q_1^1 = 0,7x_1^1 + 0,3x_2^1 = 0,55$$

$$x^1 = Xq^0, \quad q^0 = < \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3} >$$

2.2 на основе оценок объектов

$$\bar{q}^{1} = \langle 0{,}36; 0{,}36; 0{,}37 \rangle$$ - нормированный

$$x^t = Xq^{t-1} \qquad q^0 = \left\langle \frac{1}{n}, \frac{1}{n}, \frac{1}{n} \right\rangle$$

,

или

$$x^t = \frac{1}{\lambda^{t-1}} XX^T x^{t-1}$$

$$q^t = \frac{1}{\lambda^t} X^T Xq^{t-1}$$

Поскольку вид итерационного процесса соответствует рассмотренному в предыдущем пункте, условия его сходимости те же

Обработка результатов парных сравнений

Оценка b_{ijk}, данная j- м экспертом степени предпочтительности i - го объекта по сравнению с k - м, может выражать:

1. Просто факт предпочтительности i по сравнению с k.
2. Балльную оценку этой предпочтительности.
3. Долю суммарной интенсивности предпочтения этих двух объектов, приходящуюся на объект i, так что: $b_{ijk} + b_{kij} = 1$.
4. Во сколько раз объект i предпочтительнее объекта k.

1 - 3 типы можно свести к 4-му.

Оценки типа 4 должны удовлетворять определенным соотношениям. Будем считать, что $b_{ij} + b_{jk} = b_{ik}$ (*). Очевидно, в частности,

$$b_{ii} b_{ij} = b_{ii} \Rightarrow b_{ii} = 1$$

$$b_{ij} b_{ji} = 1 \Rightarrow b_{ij} = \frac{1}{b_{ji}}$$

Обработка результатов парных сравнений

Матрица $B = (b_{ijk})$ для которой выполняется условие (*) называется сверхтранзитивной.

Утверждение. Матрица B является сверхтранзитивной тогда и только тогда, когда существует положительный вектор $x = (x_1, \dots, x_N) > 0$ такой, что $b_{ik} = \frac{x_i}{x_k}$

Элементы x_i, определяющие B элементы матрицы , можно трактовать как оценки степени предпочтительности объектов i. Тогда $\frac{x_i}{x_k}$ выражает, во сколько раз $X = By$ предпочтительнее . , где y может быть $y = (1, \dots, 1)$ или $y = \left(\frac{1}{b_{i1}}, \dots, \frac{1}{b_{iN}}\right)$ для любого i .