

Электрические цепи с
распределенными
параметрами при переходных
процессах

Электрические цепи с распределенными параметрами при ПП

Решение уравнений однородной неискажающей линии при переходном процессе операторным методом

$$u(t, x) \doteq U(p, x) = \int_0^{\infty} u(t, x) e^{-pt} dt \quad \frac{\partial u}{\partial t} \doteq pU(p, x) - u(0, x) \quad \frac{\partial u}{\partial x} \doteq \frac{d}{dx} U(p, x)$$

$$i(t, x) \doteq I(p, x) = \int_0^{\infty} i(t, x) e^{-pt} dt \quad \frac{\partial i}{\partial t} \doteq pI(p, x) - i(0, x) \quad \frac{\partial i}{\partial x} \doteq \frac{d}{dx} I(p, x)$$

$$\left[\begin{array}{l} -\frac{\partial u}{\partial x} = ri + L \frac{\partial i}{\partial t} \\ -\frac{\partial i}{\partial x} = gu + C \frac{\partial u}{\partial t} \end{array} \right. \longrightarrow \left[\begin{array}{l} -\frac{dU(p, x)}{dx} = rI(p, x) + pLI(p, x) - Li(0, x) \\ -\frac{dI(p, x)}{dx} = gU(p, x) + pCU(p, x) - Cu(0, x) \end{array} \right.$$

Электрические цепи с распределенными параметрами при ПП

Решение уравнений однородной неискажающей линии при переходном процессе операторным методом

При нулевых начальных условиях [$u(0, x) = 0$ и $i(0, x) = 0$]

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{dU(p, x)}{dx} = (r + pL)I(p, x) \\ -\frac{dI(p, x)}{dx} = (g + pC)U(p, x) \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2U(p, x)}{dx^2} = \gamma^2 U(p, x) \\ U(p, x) = A_1 e^{-\gamma x} + A_2 e^{\gamma x} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} A_1 = F_1(p) \\ A_2 = F_2(p) \end{array} \right.$$

$$I(p, x) = -\frac{1}{r + pL} \frac{dU(p, x)}{dx} = \frac{\gamma}{r + pL} (A_1 e^{-\gamma x} - A_2 e^{\gamma x}) = \sqrt{\frac{g + pC}{r + pL}} (A_1 e^{-\gamma x} - A_2 e^{\gamma x})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} U(p, x) = A_1 e^{-\gamma x} + A_2 e^{\gamma x} \\ I(p, x) = \frac{1}{Z(p)} (A_1 e^{-\gamma x} - A_2 e^{\gamma x}) \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \gamma = \sqrt{(r + pL)(g + pC)} \\ Z(p) = \sqrt{\frac{r + pL}{g + pC}} \end{array} \right.$$

Электрические цепи с распределенными параметрами при ПП

Решение уравнений однородной неискажающей линии
при переходном процессе операторным методом

для неискажающей линии.

$$\frac{r}{L} = \frac{g}{C} \quad \Rightarrow \quad Z(p) = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad \gamma = \sqrt{rg} + p\sqrt{LC} = \alpha + \frac{p}{v}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} U(p, x) = A_1 e^{-\gamma x} + A_2 e^{\gamma x} \\ I(p, x) = \frac{1}{Z(p)} (A_1 e^{-\gamma x} - A_2 e^{\gamma x}) \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} U(p, x) = \left[F_1(p) e^{-\frac{p x}{v}} \right] e^{-\alpha x} + \left[F_2(p) e^{\frac{p x}{v}} \right] e^{\alpha x} \\ I(p, x) = \sqrt{\frac{C}{L}} \left[F_1(p) e^{-\frac{p x}{v}} \right] e^{-\alpha x} - \sqrt{\frac{C}{L}} \left[F_2(p) e^{\frac{p x}{v}} \right] e^{\alpha x} \end{array} \right.$$

Электрические цепи с распределенными параметрами при ПП

Решение уравнений однородной неискажающей линии
при переходном процессе операторным методом

$$\varphi(t, x) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} \left[F_1(p) e^{-p\frac{x}{v}} \right] e^{pt} dp = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F_1(p) e^{-p\frac{1}{v}(x-vt)} dp.$$

$$\psi(t, x) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} \left[F_2(p) e^{p\frac{x}{v}} \right] e^{pt} dp = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F_2(p) e^{p\frac{1}{v}(x+vt)} dp$$

$$\varphi(t, x) = \varphi(x - vt)$$

$$\psi(t, x) = \psi(x + vt)$$

$$U(p, x) = \left[F_1(p) e^{-p\frac{x}{v}} \right] e^{-\alpha x} + \left[F_2(p) e^{p\frac{x}{v}} \right] e^{\alpha x} \doteq \varphi(x - vt) e^{-\alpha x} + \psi(x + vt) e^{\alpha x}$$

$$I(p, x) = \sqrt{\frac{C}{L}} \left[F_1(p) e^{-p\frac{x}{v}} \right] e^{-\alpha x} - \sqrt{\frac{C}{L}} \left[F_2(p) e^{p\frac{x}{v}} \right] e^{\alpha x} \doteq \sqrt{\frac{C}{L}} [\varphi(x - vt) e^{-\alpha x} - \psi(x + vt) e^{\alpha x}]$$

Электрические цепи с распределенными параметрами при ПП

Решение уравнений однородной неискажающей линии при переходном процессе операторным методом

для линии без потерь

$$r=0 \text{ и } g=0 \quad \Longrightarrow \quad e^{-\alpha x} = e^{\alpha x} = 1$$

$$\left[\begin{array}{l} U(p, x) = F_1(p) e^{-p\frac{x}{v}} + F_2(p) e^{p\frac{x}{v}} \doteq \varphi(x - vt) + \psi(x + vt) = u_\varphi + u_\psi \\ I(p, x) = \sqrt{\frac{C}{L}} \left[F_1(p) e^{-p\frac{x}{v}} - F_2(p) e^{p\frac{x}{v}} \right] \doteq \left[\varphi(x - vt) / \sqrt{\frac{L}{C}} \right] + \left[\psi(x + vt) / \left(-\sqrt{\frac{L}{C}} \right) \right] = i_\varphi + i_\psi \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} u = u_\varphi + u_\psi \\ i = i_\varphi + i_\psi \end{array} \right. \quad z = \sqrt{L/C} \quad \begin{array}{l} i_\varphi = \frac{u_\varphi}{z} \\ i_\psi = -\frac{u_\psi}{z} \end{array}$$