Электрические цепи с распределенными параметрами при переходных процессах

Электрические цепи с распределенными параметрами при ПП

Решение уравнений однородной неискажающей линии при переходном процессе операторным методом

$$u(t,x) \doteqdot U(p,x) = \int_0^\infty u(t,x)e^{-pt}\,dt \qquad \frac{\partial u}{\partial t} \doteqdot pU(p,x) - u(0,x) \qquad \frac{\partial u}{\partial x} \doteqdot \frac{d}{dx}U(p,x)$$

$$i(t,x) \doteqdot I(p,x) = \int_0^\infty i(t,x)e^{-pt}\,dt \qquad \frac{\partial i}{\partial t} \doteqdot pI(p,x) - i(0,x) \qquad \frac{\partial i}{\partial x} \doteqdot \frac{d}{dx}I(p,x)$$

$$\begin{cases} -\dfrac{\partial u}{\partial x} = ri + L\dfrac{\partial i}{\partial t} \\ -\dfrac{\partial i}{\partial x} = gu + C\dfrac{\partial u}{\partial t} \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} -\dfrac{dU(p,x)}{dx} = rI(p,x) + pLI(p,x) - Li(0,x) \\ -\dfrac{dI(p,x)}{dx} = gU(p,x) + pCU(p,x) - Cu(0,x) \end{cases}$$

Электрические цепи с распределенными параметрами при ПП

Решение уравнений однородной неискажающей линии при переходном процессе операторным методом

При нулевых начальных условиях $[u(0, x) = 0$ и $i(0, x) = 0]$

$$\begin{cases} -\dfrac{dU(p,x)}{dx} = (r + pL)I(p,x) \\ -\dfrac{dI(p,x)}{dx} = (g + pC)U(p,x) \end{cases}$$

$$\frac{d^2U(p,x)}{dx^2} = \gamma^2 U(p,x)$$

$$U(p,x) = A_1 e^{-\gamma x} + A_2 e^{\gamma x}$$

$$\begin{cases} A_1 = F_1(p) \\ A_2 = F_2(p) \end{cases}$$

$$I(p,x) = -\frac{1}{r + pL}\frac{dU(p,x)}{dx} = \frac{\gamma}{r + pL}(A_1 e^{-\gamma x} - A_2 e^{\gamma x}) = \sqrt{\frac{g + pC}{r + pL}}(A_1 e^{-\gamma x} - A_2 e^{\gamma x})$$

$$\begin{cases} U(p,x) = A_1 e^{-\gamma x} + A_2 e^{\gamma x} \\ I(p,x) = \dfrac{1}{Z(p)}(A_1 e^{-\gamma x} - A_2 e^{\gamma x}) \end{cases}$$

$$\gamma = \sqrt{(r + pL)(g + pC)}$$

$$Z(p) = \sqrt{\frac{r + pL}{g + pC}}$$

Электрические цепи с распределенными параметрами при ПП

Решение уравнений однородной неискажающей линии при переходном процессе операторным методом

для неискажающей линии

$$\frac{r}{L} = \frac{g}{C} \quad \Longrightarrow \quad Z(p) = \sqrt{\frac{L}{C}} \qquad \gamma = \sqrt{rg} + p\sqrt{LC} = \alpha + \frac{p}{v}$$

$$\begin{cases} U(p,x) = A_1 e^{-\gamma x} + A_2 e^{\gamma x} \\ I(p,x) = \dfrac{1}{Z(p)}\left(A_1 e^{-\gamma x} - A_2 e^{\gamma x}\right) \end{cases} \quad \Longrightarrow \quad \begin{cases} U(p,x) = \left[F_1(p)\, e^{-p\frac{x}{v}}\right] e^{-\alpha x} + \left[F_2(p)\, e^{p\frac{x}{v}}\right] e^{\alpha x} \\ I(p,x) = \sqrt{\dfrac{C}{L}}\left[F_1(p)\, e^{-p\frac{x}{v}}\right] e^{-\alpha x} - \sqrt{\dfrac{C}{L}}\left[F_2(p)\, e^{p\frac{x}{v}}\right] e^{\alpha x} \end{cases}$$

Электрические цепи с распределенными параметрами при ПП

Решение уравнений однородной неискажающей линии при переходном процессе операторным методом

$$\varphi(t,x)=\frac{1}{2\pi j}\int\limits_{c-j\infty}^{c+j\infty}\left[F_1(p)e^{-p\frac{x}{v}}\right]e^{pt}\,dp=\frac{1}{2\pi j}\int\limits_{c-j\infty}^{c+j\infty}F_1(p)e^{-p\frac{1}{v}(x-vt)}\,dp.$$

$$\psi(t,x)=\frac{1}{2\pi j}\int\limits_{c-j\infty}^{c+j\infty}\left[F_2(p)e^{p\frac{x}{v}}\right]e^{pt}\,dp=\frac{1}{2\pi j}\int\limits_{c-j\infty}^{c+j\infty}F_2(p)e^{p\frac{1}{v}(x+vt)}\,dp$$

$$\boxed{\begin{aligned}\varphi(t,x)&=\varphi(x-vt)\\ \psi(t,x)&=\psi(x+vt)\end{aligned}}$$

$$\begin{cases}U(p,x)=\left[F_1(p)e^{-p\frac{x}{v}}\right]e^{-\alpha x}+\left[F_2(p)e^{p\frac{x}{v}}\right]e^{\alpha x}\doteqdot\varphi(x-vt)\,e^{-\alpha x}+\psi(x+vt)\,e^{\alpha x}\\[2ex] I(p,x)=\sqrt{\dfrac{C}{L}}\left[F_1(p)e^{-p\frac{x}{v}}\right]e^{-\alpha x}-\sqrt{\dfrac{C}{L}}\left[F_2(p)e^{p\frac{x}{v}}\right]e^{\alpha x}\doteqdot\sqrt{\dfrac{C}{L}}\left[\varphi(x-vt)\,e^{-\alpha x}-\psi(x+vt)\,e^{\alpha x}\right]\end{cases}$$

Электрические цепи с распределенными параметрами при ПП

Решение уравнений однородной неискажающей линии при переходном процессе операторным методом

для линии без потерь

$$r=0 \text{ и } g=0 \qquad \Longrightarrow \qquad e^{-\alpha x}=e^{\alpha x}=1$$

$$\begin{cases} U(p,x)=F_1(p)e^{-p\frac{x}{v}}+F_2(p)e^{p\frac{x}{v}} \doteq \varphi(x-vt)+\psi(x+vt)=u_\varphi+u_\psi \\ I(p,x)=\sqrt{\dfrac{C}{L}}\left[F_1(p)e^{-p\frac{x}{v}}-F_2(p)e^{p\frac{x}{v}}\right] \doteq \left[\varphi(x-vt)\Big/\sqrt{\dfrac{L}{C}}\right]+\left[\psi(x+vt)\Big/\left(-\sqrt{\dfrac{L}{C}}\right)\right]=i_\varphi+i_\psi \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{cases} u=u_\varphi+u_\psi \\ i=i_\varphi+i_\psi \end{cases} \qquad z=\sqrt{L/C} \qquad i_\varphi=\frac{u_\varphi}{z} \quad i_\psi=-\frac{u_\varphi}{z}}$$