

Системы логарифмических уравнений

Вспомним, что

Система уравнений – это некоторое количество уравнений, объединенных фигурной скобкой, имеющих множество решений уравнений, которые одновременно являются решениями для всей системы.

Пара значений переменных, которые одновременно обращают каждое уравнение системы в верное числовое равенство, называется решением системы.

Решить систему уравнений - это значит множество общих для обоих уравнений решений или доказать, что их нет.

Как можно решить систему уравнений?

Системы уравнений с двумя переменными можно решить методом подстановки:

Для того чтобы решить методом подстановки надо:

1. выразить какую-либо переменную через другую
2. подставить это выражение в другое уравнения системы вместо выраженной переменной.

$$\begin{cases} 3x - y = 7 \\ 2x + 3y = -10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3x - 7 \\ 2x + 3y = -10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3x - 7 \\ 2x + 3 \cdot (3x - 7) = -10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3x - 7 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3 \cdot 1 - 7 = -4 \\ x = 1 \end{cases}$$

**Система уравнений имеет
единственное решение: пару
чисел $x=1, y=-4$.**

Ответ: (1; -4)



Рассмотрим пример

$$\begin{cases} \log_2 x + \log_2 y = 2, \\ \log_3 (y - x) = 1; \end{cases} \quad \begin{cases} \log_2 (xy) = 2, \\ \log_3 (y - x) = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = 2^2, \\ y - x = 3; \end{cases} \quad \begin{cases} yx = 4, \\ y - x = 3; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1, \\ y = 4; \end{cases}$$

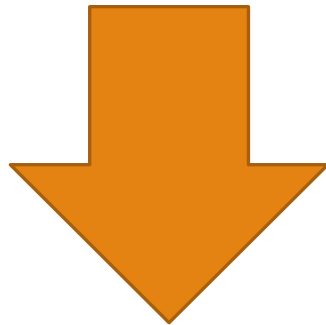
Проверка.

$$\begin{cases} \log_2 1 + \log_2 4 = 2, \\ \log_3 (4 - 1) = 1; \end{cases} \quad \begin{cases} 2 = 2, \\ 1 = 1. \end{cases}$$

Ответ: (1;4).

**Решить систему
самостоятельно**

$$\begin{cases} \log_{0,2} (4x - 2y) = -1, \\ \log_2 (x + 2y) = 2. \end{cases}$$



Проверяем решение

$$\begin{cases} \log_{0,2}(4x - 2y) = -1, \\ \log_2(x + 2y) = 2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x - 2y = 5, \\ x + 2y = 4 \end{cases}$$

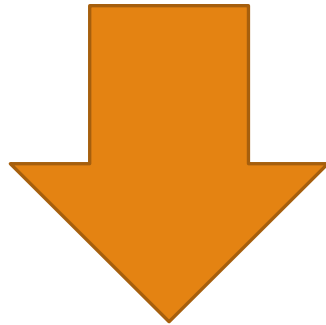
$$\begin{cases} 5x = 9, \\ x + 2y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1,8 \\ y = 1,1 \end{cases}$$

*не забываем про Ответ!

Решить систему самостоятельно

$$\left\{ \begin{array}{l} \log_5(x + y) = 1 \\ \log_6 x + \log_6 y = 1 \end{array} \right.$$



Проверяем решение

$$\begin{cases} \log_5(x + y) = 1 \\ \log_6 x + \log_6 y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_5(x + y) = 1 \\ \log_6(xy) = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ xy = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 5 - y \\ (5 - y)y = 6 \end{cases}$$

$$5y - y^2 - 6 = 0$$

$$y = 3$$

$$y = 2$$

$$x = 2$$

$$x = 3$$

Подходят обе пары

Ответ: (2;3), (3;2)

Как можно решить систему уравнений?

Системы уравнений с двумя переменными можно решить методом сложения:

Для того чтобы решить методом сложения надо:

1. посмотреть на систему и выбрать переменную, у которой в каждом уравнении стоят одинаковые либо противоположные коэффициенты;
2. выполнить алгебраическое вычитание (для противоположных чисел — сложение) уравнений друг из друга, после чего привести подобные слагаемые;
3. решить новое уравнение, получившееся после второго шага.

$$\begin{cases} x - y - 4 = 0 \\ 3x + y - 8 = 0 \end{cases}$$



$$4x - 12 = 0$$



$$4x = 12 \quad x = 3$$

$$3 - y - 4 = 0 \quad y = -1$$

ОТВЕТ: (3; -1). (3; -1).

١٤٤٠
١٤٤٠

١٤٤٠
١٤٤٠

$$\begin{cases} \lg(x - 4y) = 0 \\ \lg 2x + \lg y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_2(x + 3y) = 2 \\ \log_3 xy = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ \log_2 x + \log_2 y = \log_2 3 \end{cases}$$

По рассмотренным примерам решите следующие системы логарифмических уравнений

$$\begin{cases} \log_5(x^2 + y^2) = 2, \\ \log_4 x = 1 + \log_4 5 - \log_4 y. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_{13}(x^2 + y^2) = 2, \\ \log_5 x = \log_5 y + 1 - \log_5 12 \end{cases}$$

*Выполненное задание приносим НА ЗАНЯТИЕ!
не скидывайте

Удачи в выполнении ☺