Системы логарифмических уравнений

Вспомним, что

Система уравнений – это некоторое количество уравнений, объединенных фигурной скобкой, имеющих множество решений уравнений, которые одновременно являются решениями для всей системы.

Пара значений переменных, которые одновременно обращают каждое уравнение системы в верное числовое равенство, называется решением системы.

Решить систему уравнений **- это значит множество общих для обоих уравнений решений или доказать, что их нет.**

Как можно решить систему уравнений?

Системы уравнений с двумя переменными можно решить методом подстановки:

Для того чтобы решить методом подстановки надо:

1.выразить какую-либо переменную через другую

2.подставить это выражение в другое уравнения системы вместо выраженной переменной.

$$\begin{cases} 3x-y=7 \\ 2x+3y=-10 \end{cases} \quad \begin{cases} y=3x-7 \\ 2x+3y=-10 \end{cases} \quad \begin{cases} y=3x-7 \\ 2x+3\cdot(3x-7)=-10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=3x-7 \\ x=1 \end{cases} \quad \begin{cases} y=3\cdot 1-7=-4 \\ x=1 \end{cases}$$

Система уравнений имеет единственное решение: пару чисел x=1, y=-4.

Ответ: (1; -4)

Рассмотрим пример

$$\begin{cases} \log_2 x + \log_2 y = 2, \\ \log_3 (y - x) = 1; \end{cases} \qquad \begin{cases} \log_2 (xy) = 2, \\ \log_3 (y - x) = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = 2^2, \\ y - x = 3; \end{cases} \qquad \begin{cases} yx = 4, \\ y - x = 3; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1, \\ y = 4; \end{cases}$$

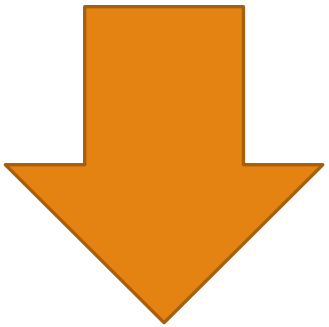
Проверка.

$$\begin{cases} \log_2 1 + \log_2 4 = 2, \\ \log_3 (4 - 1) = 1; \end{cases} \qquad \begin{cases} 2 = 2, \\ 1 = 1. \end{cases}$$

Ответ: (1;4).

Решить систему самостоятельно

$$\begin{cases} \log_{0,2}(4x-2y) = -1, \\ \log_{2}(x+2y) = 2. \end{cases}$$



Проверяем решение

$$\begin{cases} \log_{0,2}(4x-2y) = -1, \\ \log_{2}(x+2y) = 2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x-2y = 5, \\ x+2y = 4 \end{cases}$$

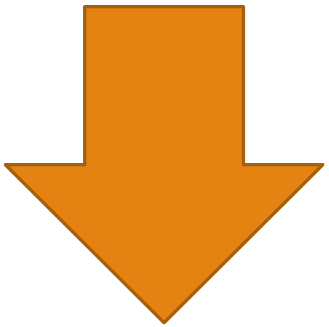
$$\begin{cases} 5x = 9, \\ x+2y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1{,}8 \\ y = 1{,}1 \end{cases}$$

*не забываем про Ответ!

Решить систему самостоятельно

$$\begin{cases} \log_5(x+y)=1 \\ \log_6 x+\log_6 y=1 \end{cases}$$



Проверяем решение

$$\begin{cases} \log_5(x+y)=1 \\ \log_6 x+\log_6 y=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_5(x+y)=1 \\ \log_6(xy)=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=1 \\ xy=6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=5-y \\ (5-y)\,y=6 \end{cases}$$

$$5y-y\,y-6=0$$

$y = 3$ $\quad$ $y = 2$

$x = 2$ $\quad$ $x = 3$

Подходят обе пары

Ответ: (2;3), (3;2)

Как можно решить систему уравнений?

Системы уравнений с двумя переменными можно решить методом сложения:

Для того чтобы решить методом сложения надо:
1.посмотреть на систему и выбрать переменную, у которой в каждом уравнении стоят одинаковые либо противоположные коэффициенты;
2.выполнить алгебраическое вычитание (для противоположных чисел — сложение) уравнений друг из друга, после чего привести подобные слагаемые;
3.решить новое уравнение, получившееся после второго шага.

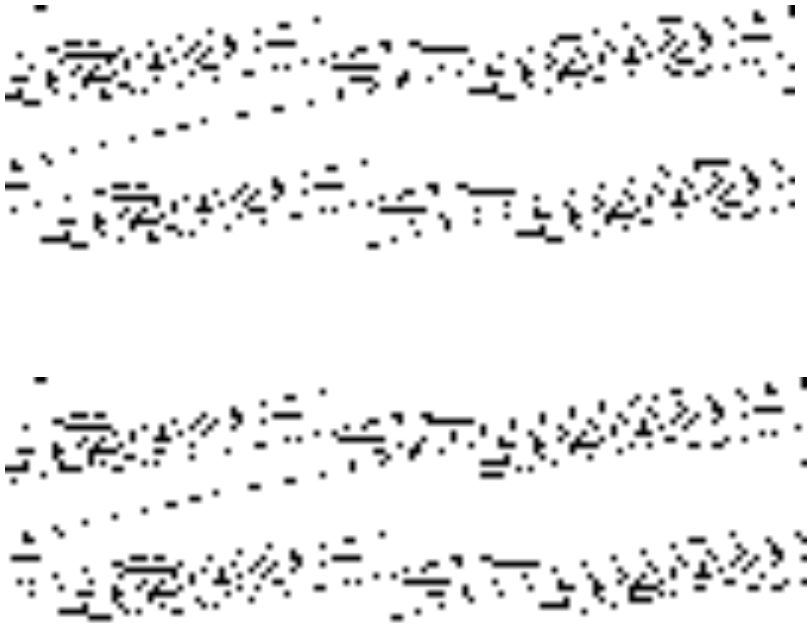
$$\begin{cases} x - y - 4 = 0 \\ 3x + y - 8 = 0 \end{cases}$$

$4x-12=0$

$4x=12 \quad x=3$

$3-y-4=0 \quad y=-1$

Ответ: (3;−1).(3; −1).



$$\begin{cases} \lg(x-4y)=0 \\ \lg 2x+\lg y=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_2(x+3y)=2 \\ \log_3 xy=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=4 \\ \log_2 x+\log_2 y=\log_2 3 \end{cases}$$

По рассмотренным примерам решите следующие системы логарифмических уравнений

$$\begin{cases} \log_5(x^2+y^2)=2, \\ \log_4 x = 1+\log_4 5-\log_4 y. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_{13}(x^2+y^2)=2, \\ \log_5 x = \log_5 y+1-\log_5 12 \end{cases}$$

*Выполненное задание приносим НА ЗАНЯТИЕ!
не скидывайте

Удачи в выполнении ☺