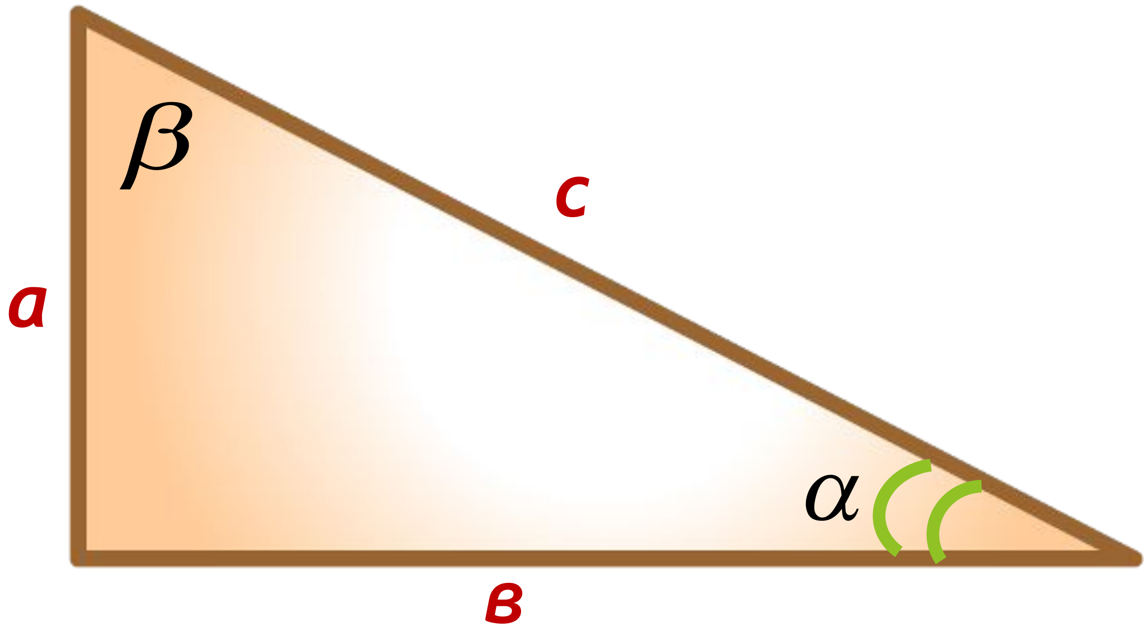
«Синус, косинус, тангенс и котангенс угла поворота»

Тригономе́трия (от греч. τρίγονο (треугольник) и греч. μετρειν (измерять), то есть измерение треугольников) — раздел математики, в котором изучаются тригонометрические функции и их приложения к геометрии.

Данный термин впервые появился в 1595 г. как название книги немецкого математика Бартоломеуса Питискуса (Bartholomäus Pitiscus, 1561—1613), а сама наука ещё в глубокой древности использовалась для расчётов в астрономии, геодезии и архитектуре.

$$0^\circ < \alpha < 90^\circ$$



$$\sin\alpha = \frac{a}{c} \qquad tg\alpha = \frac{a}{b}$$

$$\cos\alpha = \frac{b}{c} \qquad ctg\alpha = \frac{b}{a}$$

Синус острого угла в прямоугольном треугольнике – отношение противолежащего катета к гипотенузе.

Косинус – отношение прилежащего катета к гипотенузе.

Тангенс – отношение противолежащего катета к прилежащему.

Котангенс - отношение прилежащего катета к прилежащему

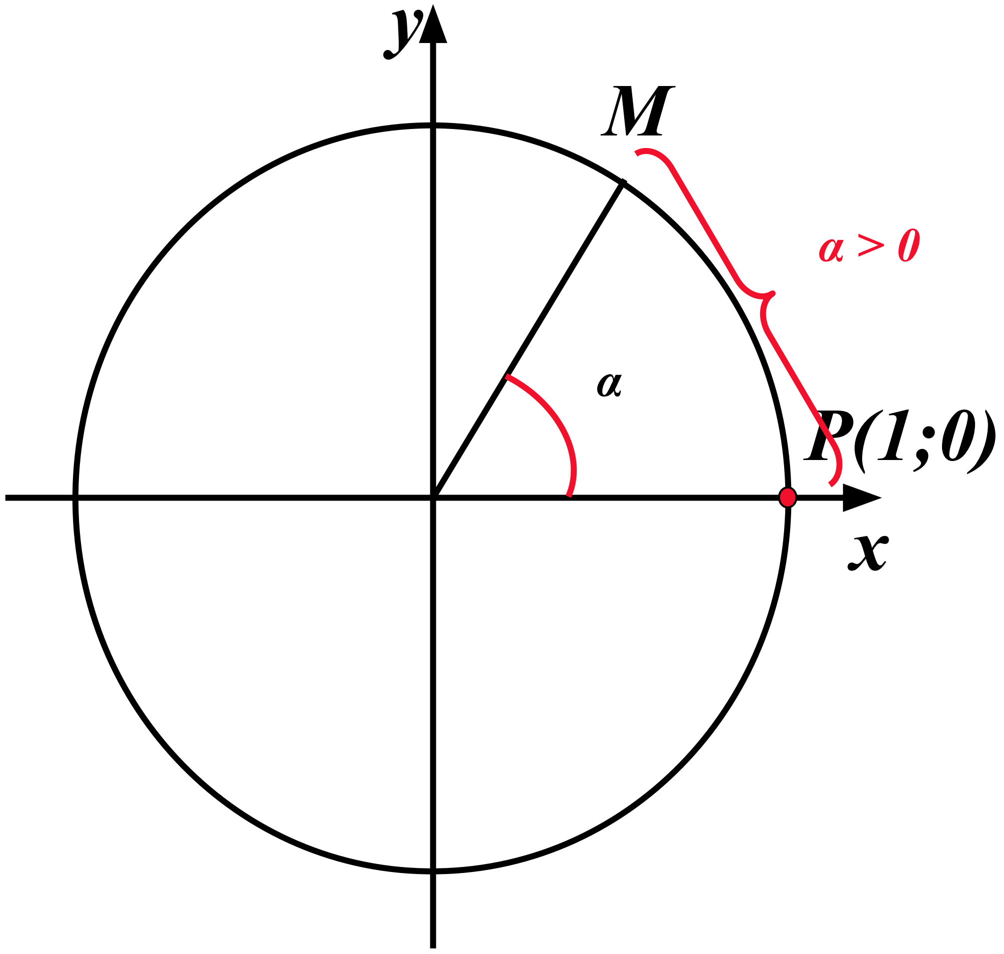
В XVIII веке Леонард Эйлер дал современные, более общие определения, расширив область определения этих функций на всю числовую ось.

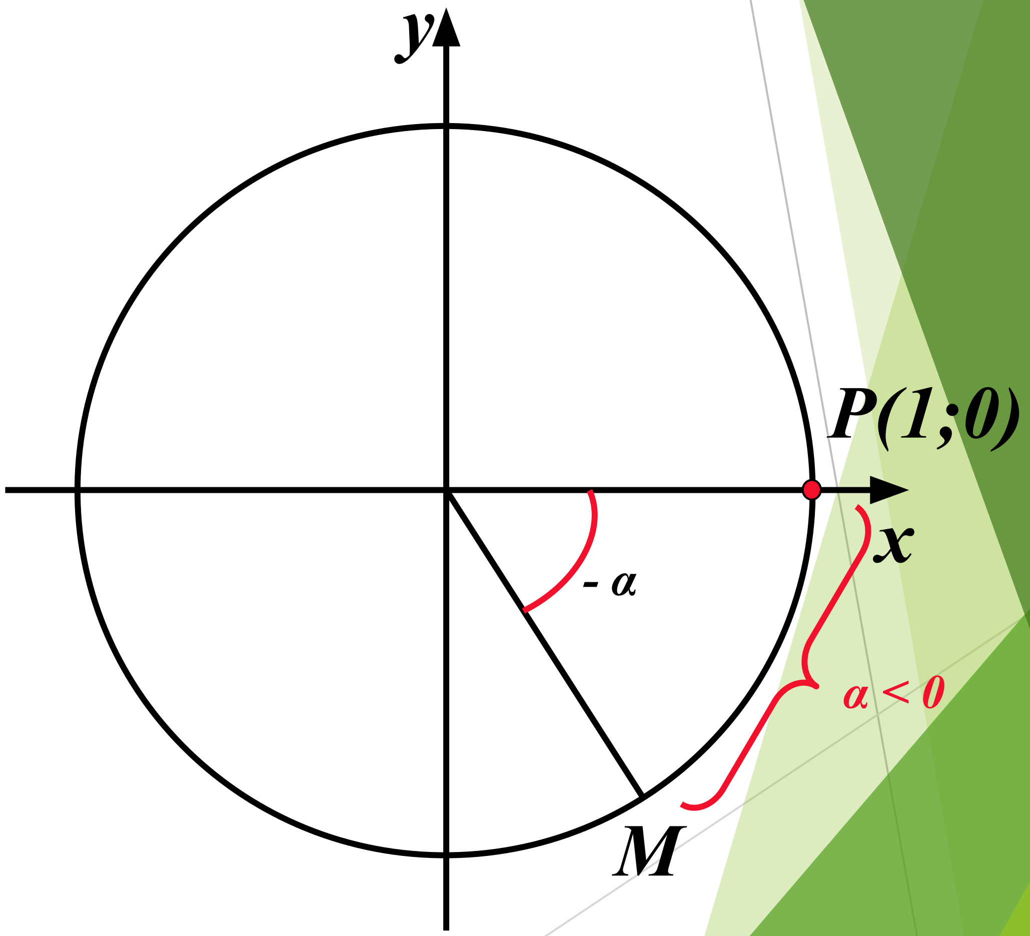
$$\alpha - угол\_поворота$$

$$-\infty < \alpha < +\infty$$

$$\alpha \in R$$

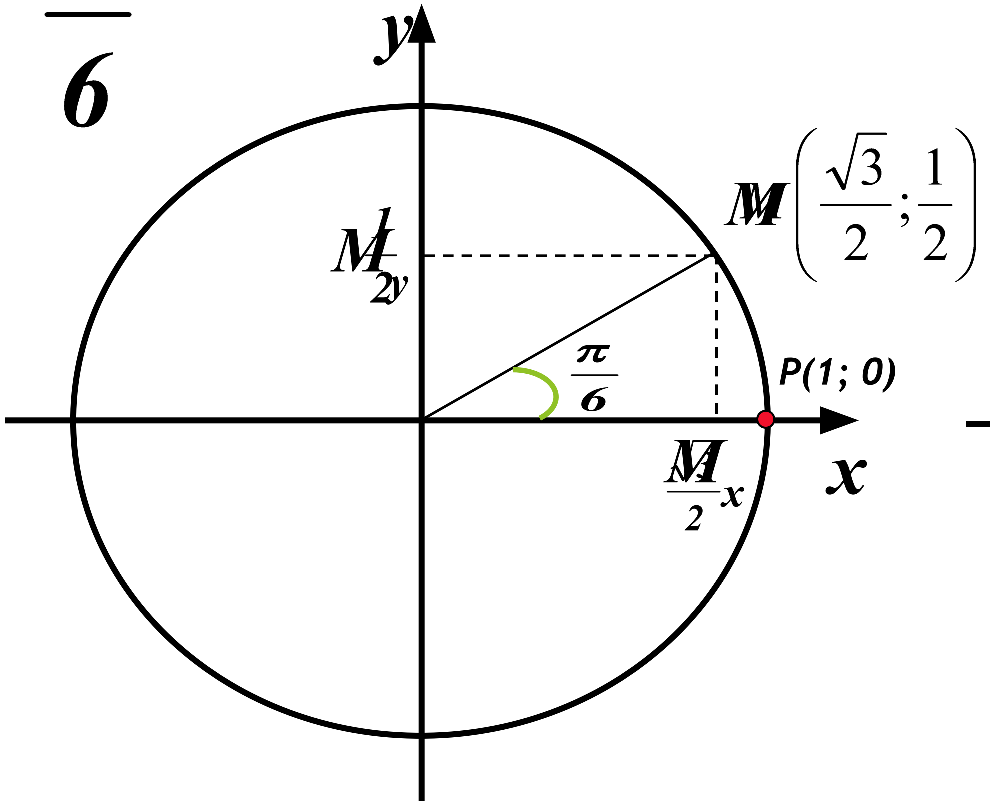
Поворот точки



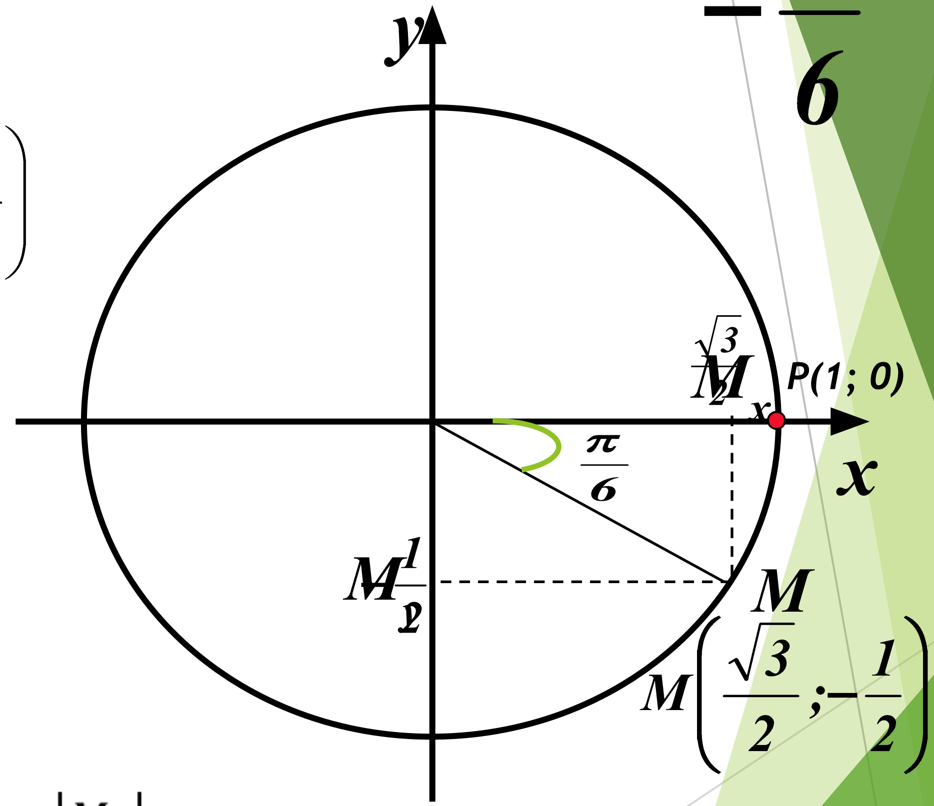


Поворот точки на угол

$\frac{\pi}{6}$



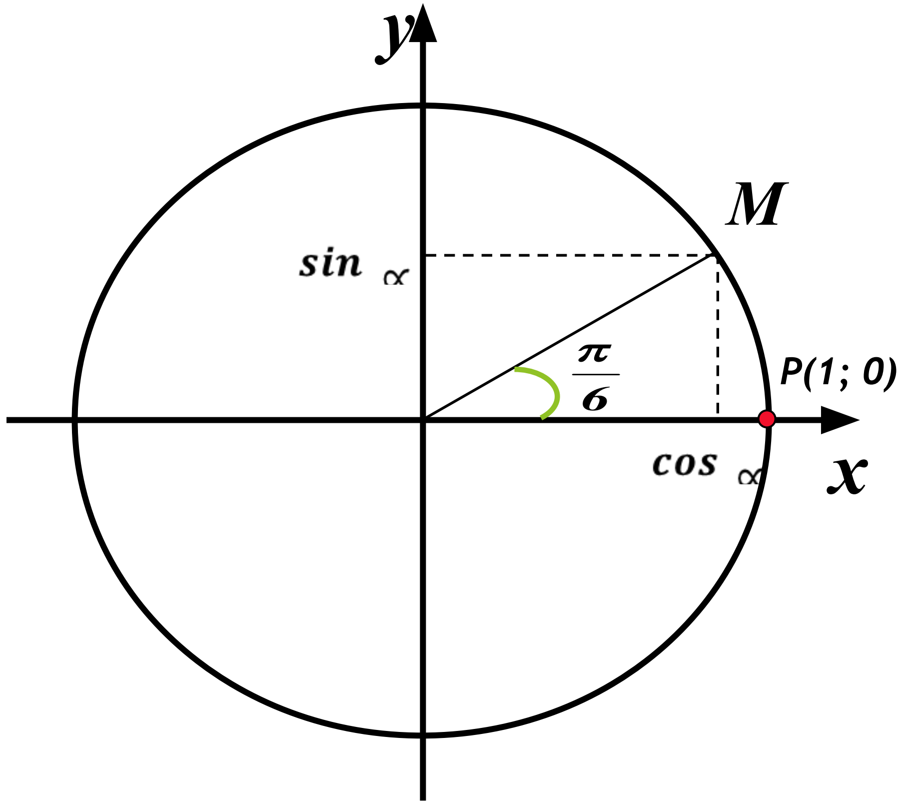
$-\frac{\pi}{6}$



$\frac{|M_y|}{1} = \sin\frac{\pi}{6}$ $\quad |M_y| = \sin\frac{\pi}{6}$ $\quad M_y = \sin\frac{\pi}{6}$ $\quad M_y = \frac{1}{2}$ $\quad \frac{|M_y|}{1} = \sin\frac{\pi}{6}$ $\quad |M_y| = \sin\frac{\pi}{6}$ $\quad M_y = -\sin\frac{\pi}{6}$ $\quad M_y = -\frac{1}{2}$

$\frac{|M_x|}{1} = \cos\frac{\pi}{6}$ $\quad |M_x| = \cos\frac{\pi}{6}$ $\quad M_x = \cos\frac{\pi}{6}$ $\quad M_x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad \frac{|M_x|}{1} = \cos\frac{\pi}{6}$ $\quad |M_x| = \cos\frac{\pi}{6}$ $\quad M_x = \cos\frac{\pi}{6}$ $\quad M_x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Определение синуса и косинуса угла



- Синусом угла ∝ называется ордината точки, полученной поворотом точки (1; 0) вокруг начала координат на угол ∝ (обозначается sin ∝).
  $$-1 \le sin \propto \le 1$$

- Косинусом угла ∝ называется абсцисса точки, полученной поворотом точки (1; 0) вокруг начала координат на угол ∝ (обозначается cos ∝).
  $$-1 \le cos \propto \le 1$$

Ось абсцисс также называют осью косинусов, а ось ординат осью синусов

Заполним таблицу значений синусов и косинусов для основных углов

	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1

Определение тангенса и котангенса угла

- *Тангенсом угла* $\propto$ называется отношение синуса угла к его косинусу (обозначается $tg \propto$).

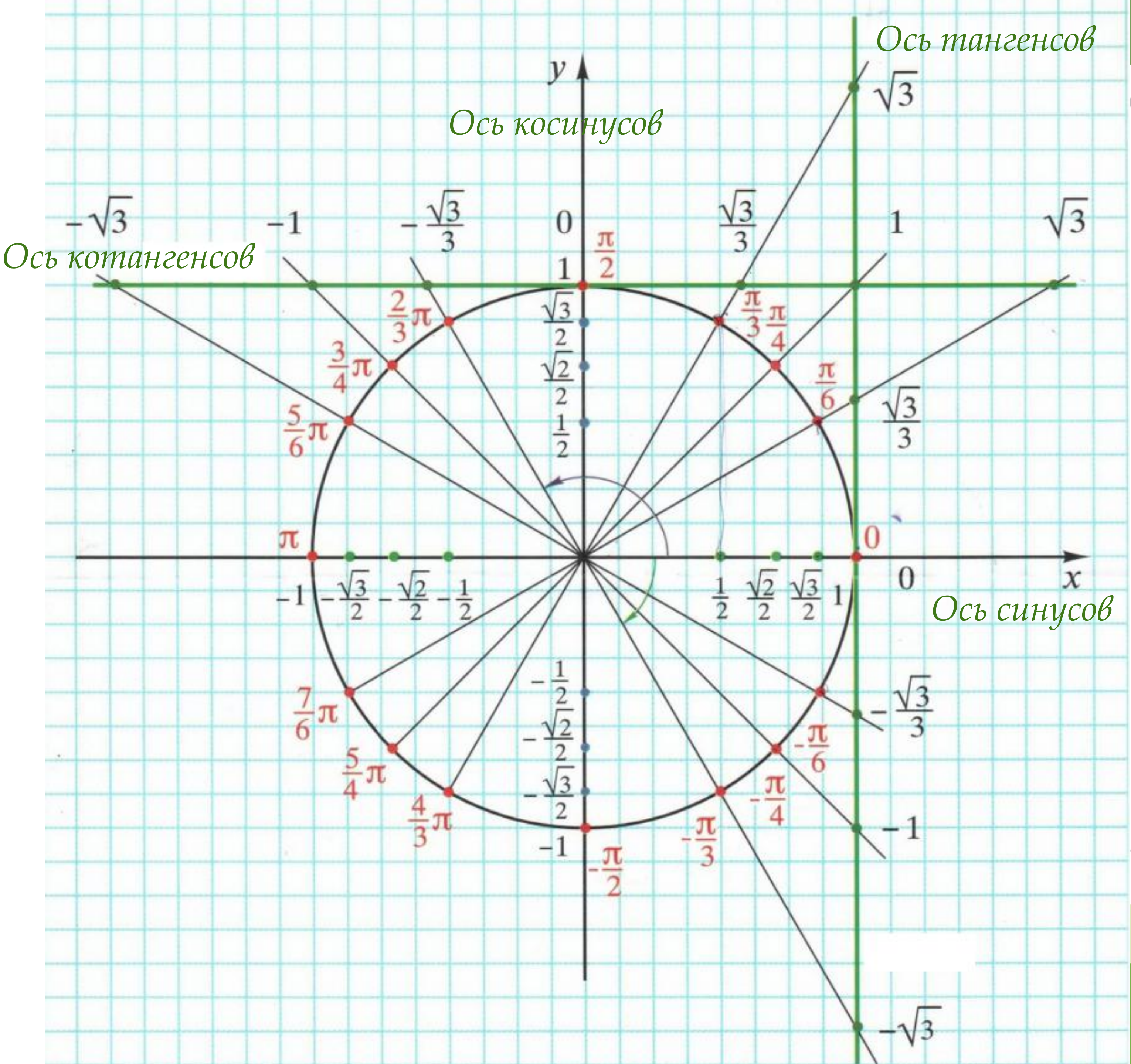
$$tg \propto = \frac{\sin \propto}{\cos \propto}$$

- *Котангенсом угла* $\propto$ называется отношение косинуса угла к его синусу (обозначается $ctg \propto$).

$$ctg \propto = \frac{\cos \propto}{\sin \propto}$$

Заполним таблицу значений синусов и косинусов для основных углов

	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0
	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	∞



Ось тангенсов
Ось косинусов
Ось котангенсов
Ось синусов
y
x
$-\sqrt{3}$
-1
$-\frac{\sqrt{3}}{3}$
0
$\frac{\sqrt{3}}{3}$
1
$\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{2}$
$\frac{2}{3}\pi$
$\frac{3}{4}\pi$
$\frac{5}{6}\pi$
π
$\frac{7}{6}\pi$
$\frac{5}{4}\pi$
$\frac{4}{3}\pi$
$-\frac{\pi}{2}$
$-\frac{\pi}{3}$
$-\frac{\pi}{4}$
$-\frac{\pi}{6}$
$\frac{\pi}{6}$
$\frac{\pi}{4}$
$\frac{\pi}{3}$
$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\frac{1}{2}$
$-\frac{1}{2}$
$-\frac{\sqrt{2}}{2}$
$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

Знаки синуса, косинуса, тангенса, котангенса в координатных четвертях