

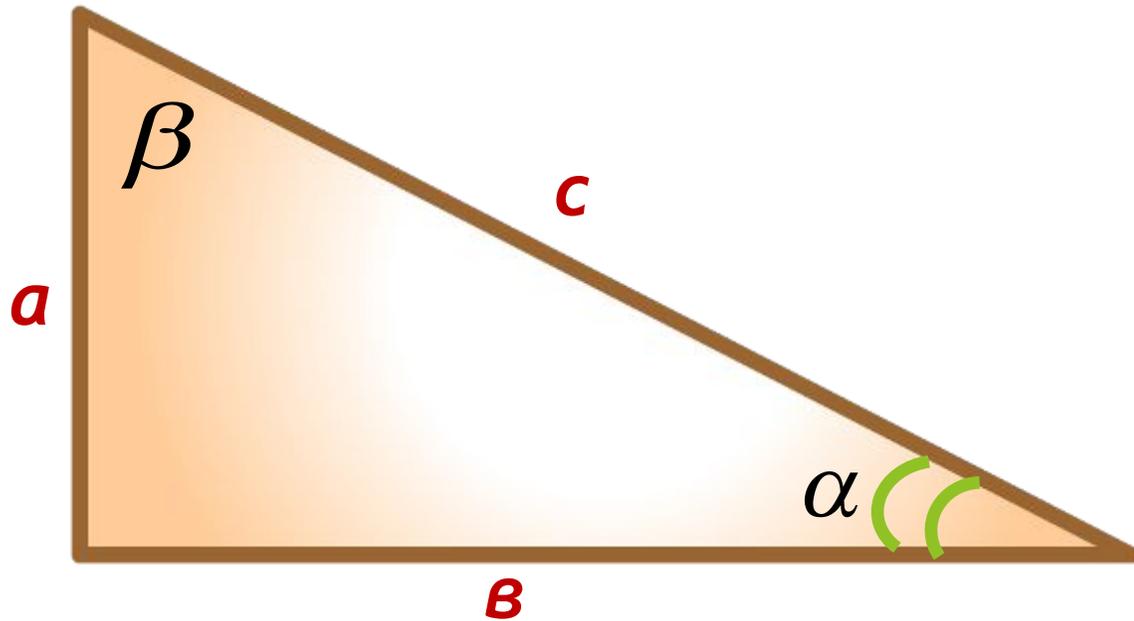
«Синус, косинус, тангенс и
котангенс угла поворота»

Тригонометрия (от греч. *τριγωνο* (треугольник) и греч. *μετρεῖν* (измерять), то есть измерение треугольников) – раздел математики, в котором изучаются тригонометрические функции и их приложения к геометрии.

Данный термин впервые появился в 1595 г. как название книги немецкого математика Бартоломеуса Питискуса (*Bartholomäus Pitiscus*, 1561 – 1613),

а сама наука ещё в глубокой древности использовалась для расчётов в астрономии, геодезии и архитектуре.

$$0^\circ < \alpha < 90^\circ$$



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{b}{a}$$

Синус острого угла в прямоугольном треугольнике – отношение противолежащего катета к гипотенузе.

Косинус – отношение прилежащего катета к гипотенузе.

Тангенс – отношение противолежащего катета к прилежащему.

Котангенс – отношение прилежащего катета к прилежащему.

В XVIII веке Леонард Эйлер дал современные, более общие определения, расширив область определения этих функций на всю числовую ось.

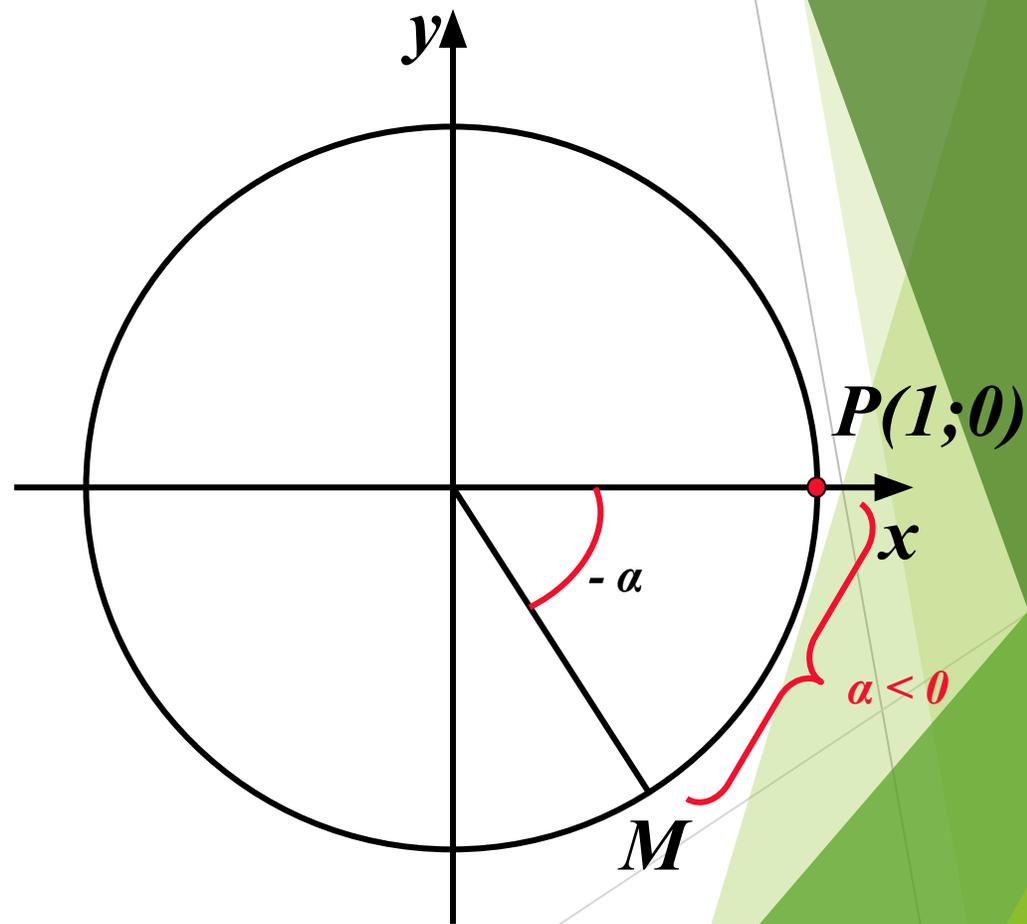
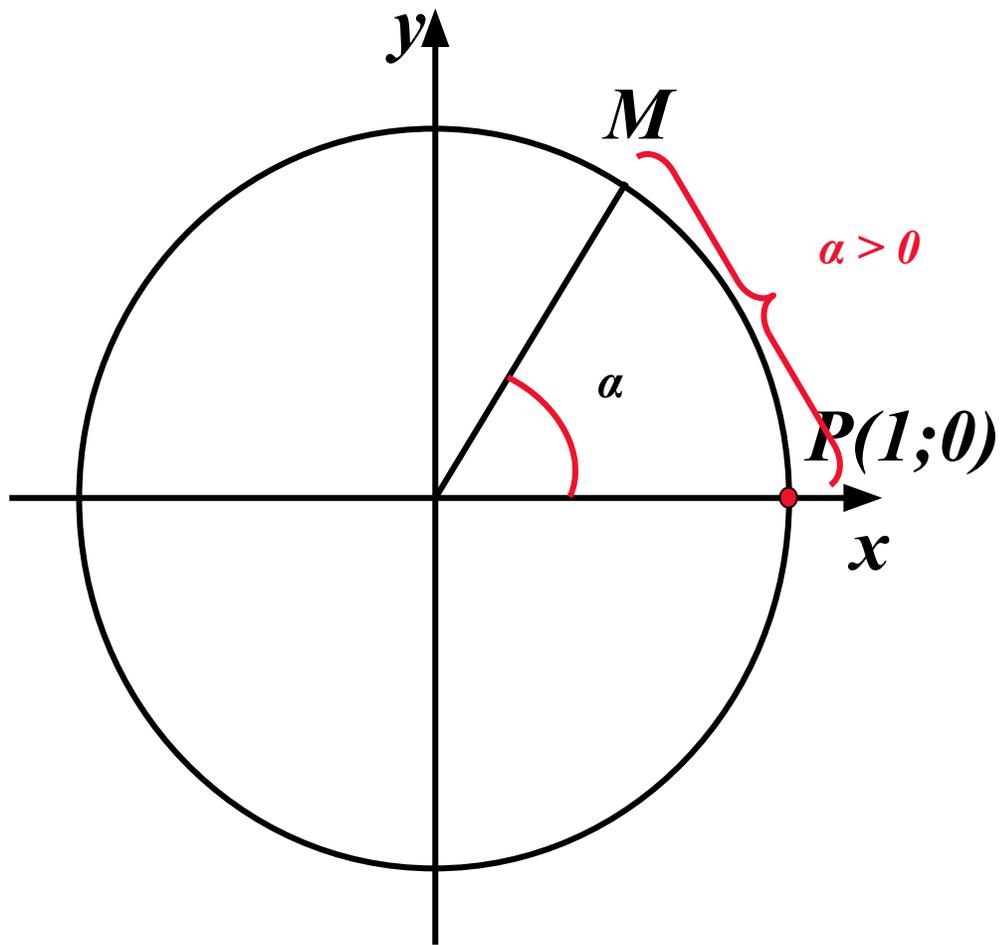
α — угол поворота

$$-\infty < \alpha < +\infty$$

$$\alpha \in R$$

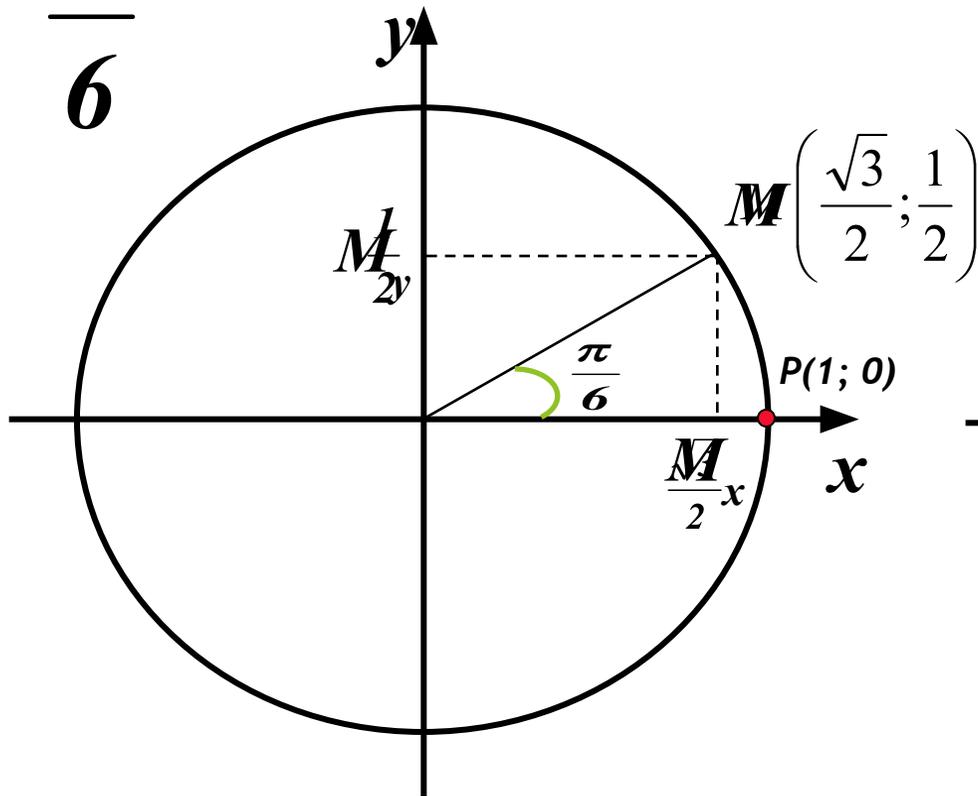


Поворот точки



Поворот точки на угол

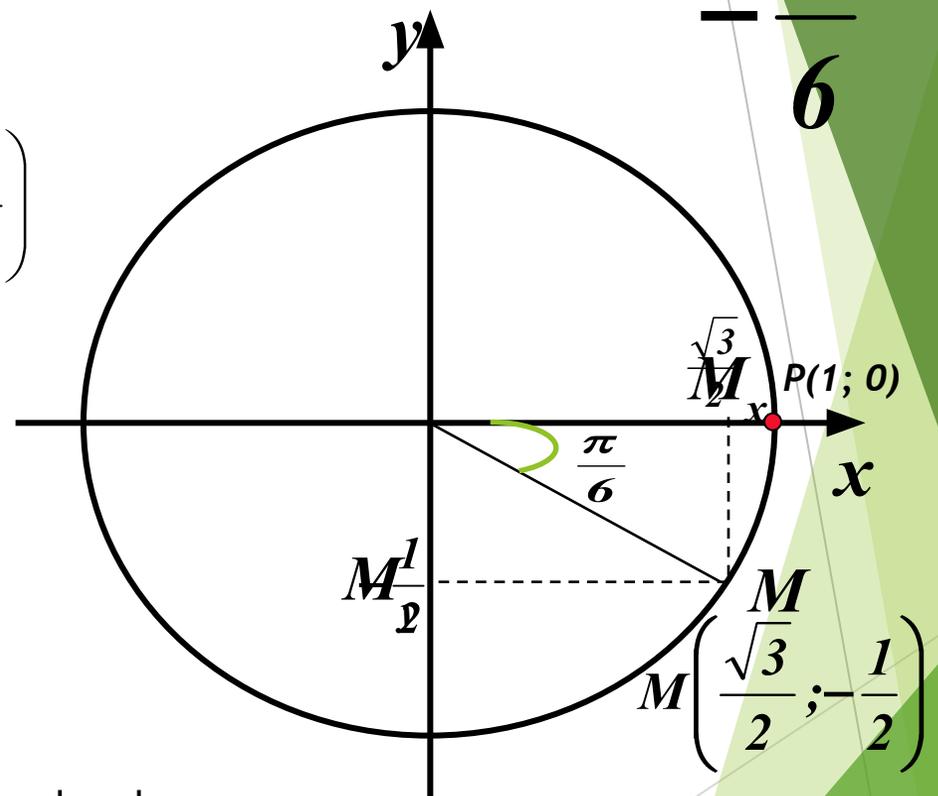
$\frac{\pi}{6}$



$$\frac{|M_y|}{1} = \sin \frac{\pi}{6} \quad |M_y| = \sin \frac{\pi}{6} \quad M_y = \sin \frac{\pi}{6} \quad M_y = \frac{1}{2}$$

$$\frac{|M_x|}{1} = \cos \frac{\pi}{6} \quad |M_x| = \cos \frac{\pi}{6} \quad M_x = \cos \frac{\pi}{6} \quad M_x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

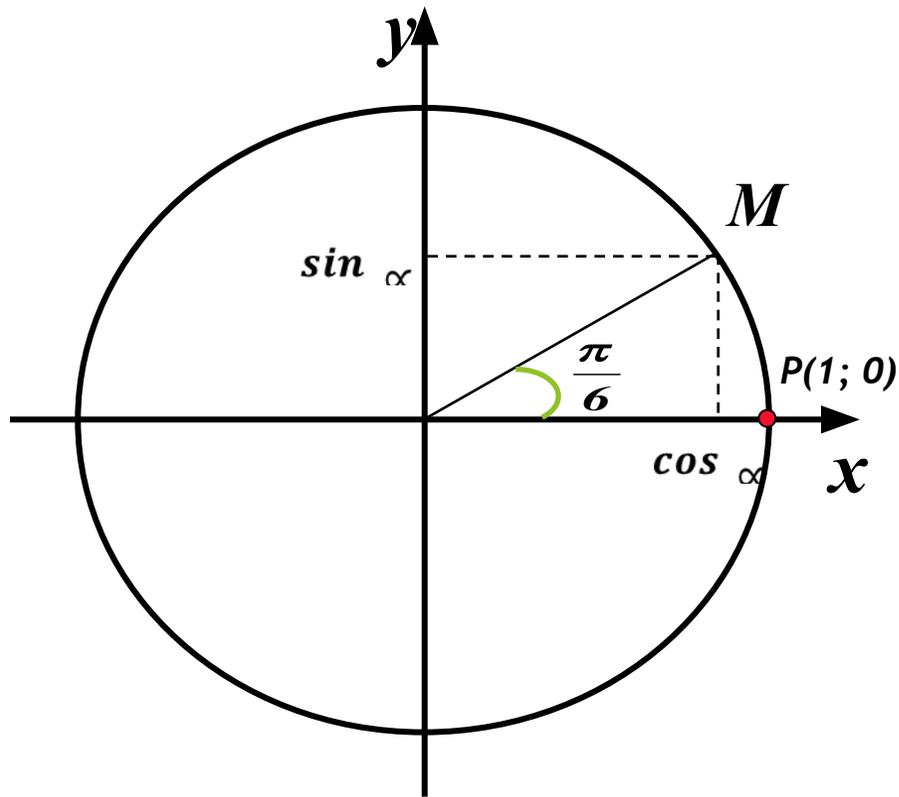
$-\frac{\pi}{6}$



$$\frac{|M_y|}{1} = \sin \frac{\pi}{6} \quad |M_y| = \sin \frac{\pi}{6} \quad M_y = -\sin \frac{\pi}{6} \quad M_y = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{|M_x|}{1} = \cos \frac{\pi}{6} \quad |M_x| = \cos \frac{\pi}{6} \quad M_x = \cos \frac{\pi}{6} \quad M_x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Определение синуса и косинуса угла



- ❖ Синусом угла α называется ордината точки, полученной поворотом точки $(1; 0)$ вокруг начала координат на угол α (обозначается $\sin \alpha$).

$$-1 \leq \sin \alpha \leq 1$$

- ❖ Косинусом угла α называется абсцисса точки, полученной поворотом точки $(1; 0)$ вокруг начала координат на угол α (обозначается $\cos \alpha$).

$$-1 \leq \cos \alpha \leq 1$$

Ось абсцисс также называют осью косинусов, а ось ординат осью синусов

Заполним таблицу значений синусов и косинусов для основных углов

	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1

Определение тангенса и котангенса угла

- ❖ *Тангенсом угла α* называется отношение синуса угла к его косинусу (обозначается $tg \alpha$).

$$tg \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

- ❖ *Котангенсом угла α* называется отношение косинуса угла к его синусу (обозначается $ctg \alpha$).

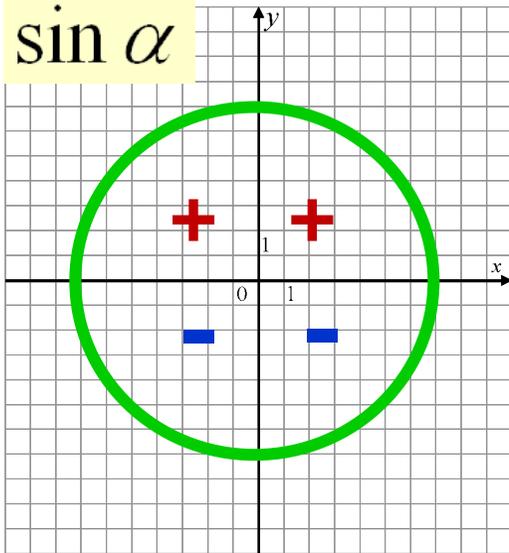
$$ctg \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

Заполним таблицу значений синусов и косинусов для основных углов

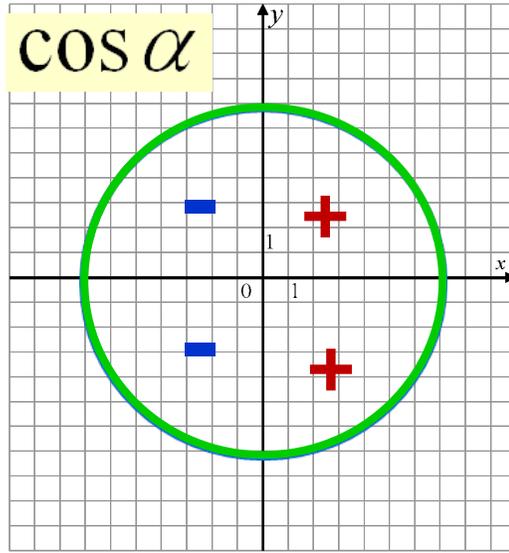
	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0
	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	∞

Знаки синуса, косинуса, тангенса, котангенса в координатных четвертях

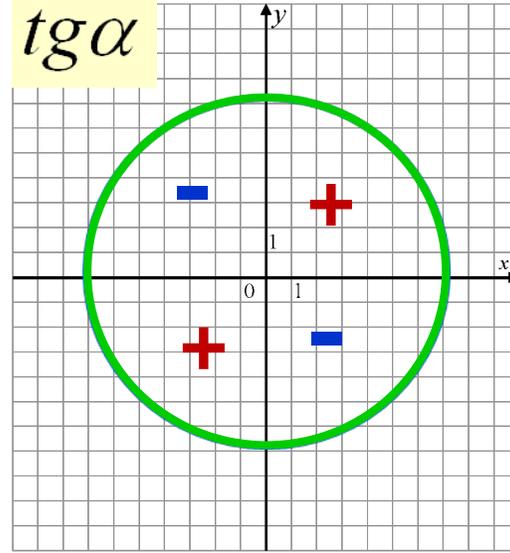
$\sin \alpha$



$\cos \alpha$



$\operatorname{tg} \alpha$



$\operatorname{ctg} \alpha$

