

Методы аналогий для анализа МЭМС

Выполнил: студент ФТФ
21414 группы
Никифоров Д. С.

Методы анализа электроμηχανических устройств

Конструкция МЭМС состоит из механических элементов: пластин, мембран, труб и т.п., которые обладают массой m , гибкостью C_M , потерями энергии на трение, и электрических элементов: катушек, конденсаторов, трансформаторов, резисторов. В процессе работы устройства эти элементы взаимодействуют, для описания этого процесса приходится составлять и решать систему уравнений, содержащую уравнения механики и электродинамики. Решение системы уравнений получается громоздким.

Для упрощения решения таких задач был разработан метод электроμηχανических аналогий, который позволил свести анализ механических устройств к анализу эквивалентных электрических схем. Математический аппарат для анализа электрических цепей хорошо разработан и применяется в радиотехнике.

Метод аналогий

Прямым методом аналогий является представление механической системы в виде электрической цепи с последовательным соединением элементов. Этот метод аналогий - «прямая аналогия» хорошо подходит для систем, в которых проводится аналогия между силой и электрическим напряжением. Например, в пьезоэлектрических системах, генерируемое напряжение или заряд прямо пропорционально приложенной силе. Но такая аналогия имеет свои ограничения, в связи «переводом» механически параллельных конфигураций в соответствующие электрические - последовательные цепи.

Существует также другой метод аналогий – «инверсная аналогия». В этом методе механическую систему представляют в виде электрической цепи, где элементы соединены параллельно. Этот тип аналогии также имеет свой недостаток, а именно с ростом частоты увеличивается эффект влияния индуктивности и массы, одновременно ёмкости и упругости уменьшаются, т.е. частотные характеристики элементов цепей обратны.

| Подсистема | Фазовые переменные | | Параметры элементов | | |
|-----------------------------|--------------------------|-------------------|-----------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| | Тип потенциал, V | Тип потока, i | C | L | R |
| Электрическая | Электрическое напряжение | Электрический ток | Электрическая ёмкость | Электрическая индуктивность | Электрическое сопротивление |
| Механическая поступательная | Сила | Скорость | Масса | Гибкость | Механическое сопротивление |
| Механическая вращательная | Момент силы | Угловая скорость | Момент инерции | Вращательная гибкость | Вращательное сопротивление |
| Тепловая | Изменение температуры | Тепловой поток | Теплоёмкость | - | Тепловое сопротивление |

Таблица 1. Виды подсистем, соответствующие им фазовые переменные и параметры

| Механические величины | Электрические величины |
|-------------------------------------|--------------------------|
| Сила - F | Напряжение - V |
| Скорость - v | Ток - I |
| Перемещение - x | Заряд - q |
| Количество движения (импульс) - p | Магнитный поток - Φ |
| Вязкое трение - R | Сопротивление - R |
| Масса - m | Индуктивность - L |
| Упругость, жёсткость пружины - k | Ёмкость - C |

Таблица 2. Сопоставление механических величин с аналогичными им электрическими величинами для метода аналогий

| Пружинный маятник | Колебательный контур |
|--|---|
| x - смещение | q - заряд |
| $v = \dot{x}$ - скорость | $i = \dot{q}$ - сила тока |
| $a = \ddot{x}$ - ускорение | $\frac{\partial i}{\partial t} = \ddot{q}$ |
| m - масса | L - индуктивность |
| F - сила | V - ЭДС |
| $F = ma$ - Сила, характеризующая внешнее воздействие на систему | $V = L \frac{\partial i}{\partial t}$ - ЭДС характеризующая внешнее воздействие на систему |
| $F = kx$ | $V = \frac{Q}{C}$ |
| k | $\frac{1}{C}$ |
| $\frac{kx^2}{2}$ - Потенциальная энергия | $\frac{q}{2C}$ - энергия заряженного конденсата |
| $\frac{mv^2}{2}$ - Кинетическая энергия | $\frac{Li^2}{2}$ - энергия индуктивности |

Таблица 3. Суммирующая таблица для пружинного маятника и колебательного контура

Механическая система

При построении эквивалентной электрической цепи для механической системы надо использовать следующее правило: те элементы механической системы, которые делят смещение, располагаются последовательно, а те элементы, которые делят силу – параллельно.

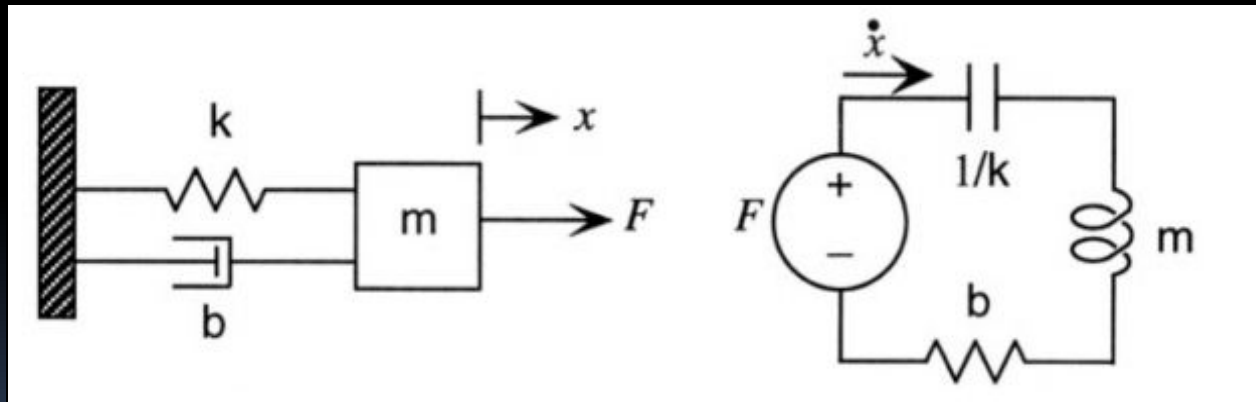
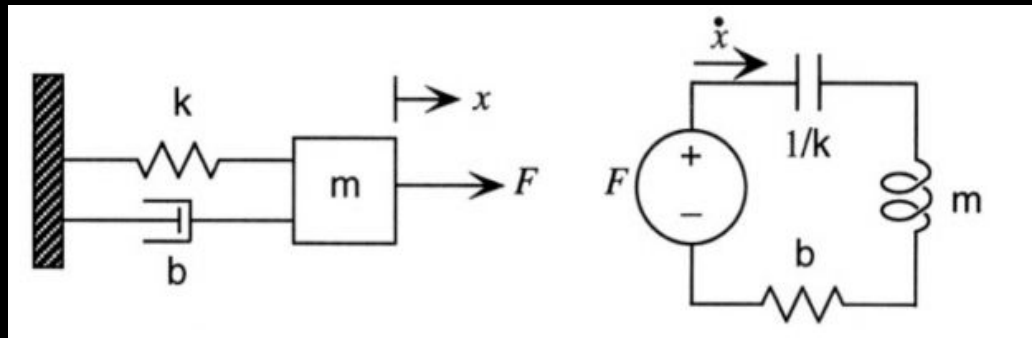


Рис. 1. а) система «пружина - демпфер – масса» б) эквивалентная электрическая схема.



Используя второй закон Ньютона можно расписать силы системы :

$$-F_{\text{внешняя}} + F_k + F_m + F_b = 0$$

Можно записать дифференциальное уравнение этой системы:

$$m_x \frac{d^2 x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + k_x x = F_{\text{внешняя}} = m a_{\text{внешняя}}$$

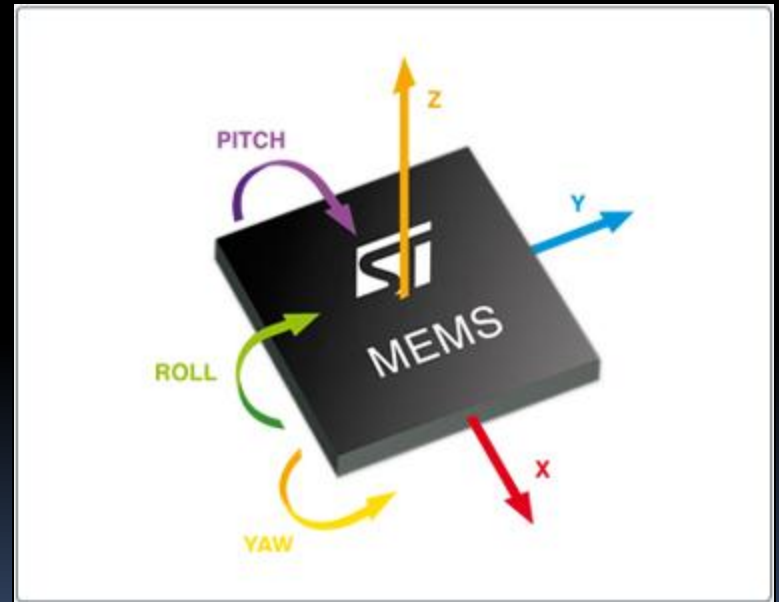
и по аналогии написать уравнение для электрического контура:

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q = U(t).$$

При сопоставлении уравнений (2) и (3) видно, что эти уравнения, отличаются только обозначениями. Если знать решение одного из этих уравнений, то можно написать решение другого, просто изменив обозначения на эквивалентные в соответствии с таблицей 3., провести дальнейший анализ или найти желаемые величины. Также можно найти передаточную функцию, которая является одним из способов математического описания динамической системы.

Энергопреобразующие устройства

Датчики – энергопреобразующие устройства. По определению, датчики взаимодействуют с двумя разными энергетическими подсистемами, всегда работают по крайней мере два энергетических домена. При их анализе используется метод, в котором для корректного моделирования посредством мультипортового элемента происходит соединение входов и выходов для разных типов энергий.



Электростатический датчик на основе конденсатора и пружины

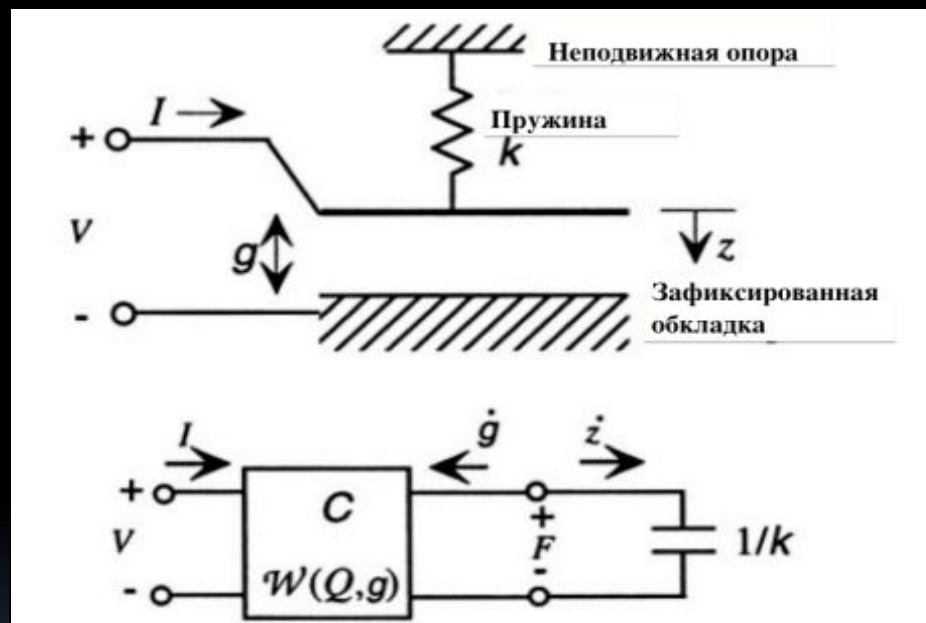
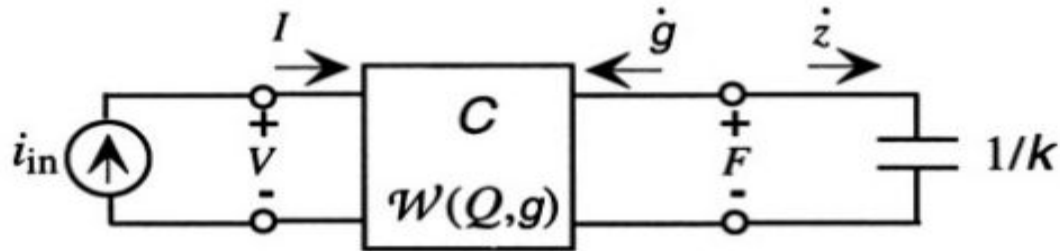


Рисунок 2.. Механическая и электрическая схемы базового электростатического сенсора



Где \dot{g} - смещение подвижной обкладки; \dot{z} - смещение (растяжение) пружины, i_{in} или $i_{вх}$ - ток от источника тока; $W(Q, g)$ - энергия заряженного конденсатора; $\frac{1}{k}$ - жёсткость пружины, прикреплённой к подвижной обкладке конденсатора.

1.)

$$Q = \int_0^t i_{вх}(t) dt.$$

2.)

$$F = \frac{Q^2}{2\epsilon A},$$

3.)

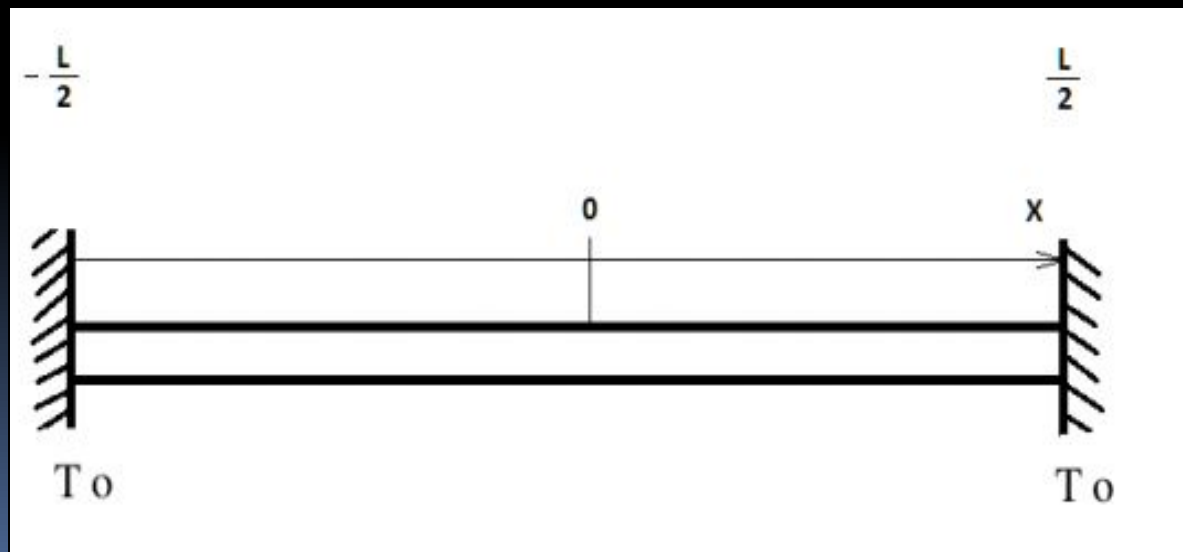
$$V = \frac{Qg}{\epsilon A} = \frac{Q(g_0 - \frac{Q^2}{2\epsilon Ak})}{\epsilon A}.$$

Датчик с диссипацией энергии из-за джоулева нагрева

Джоулев нагрев (также называют резистивным или омическим нагревом) описывает процесс, в котором при прохождении электрического тока по проводнику, энергия электрического тока преобразуется в тепловую энергию и выделяется тепло. В некоторых случаях, джоулев нагрев полезен для МЭМС устройств, а в других, это является нежелательным эффектом. В обоих случаях, выделение энергии является необратимым диссипативным процессом.

| Подсистема | Диссипативный процесс |
|------------------------|--|
| Движение твёрдого тела | Трение при контакте |
| Эластичность материала | Внутреннее трение |
| Электрическая | Джоулев нагрев, потери от диэлектриков |
| Магнитная | Вихревые токи, гистерезис |
| Жидкости | Вязкость |
| Химическая | Диффузия, химическая реакция |
| Тепловая | Теплопередача |

Когда кремниевая балка нагревается, возникает явление теплового расширения кремния и/или возникает продольное механическое напряжение вдоль оси x , но концы балки фиксированы, и от опор возникает сила реакции опоры из этого следует, что механическое напряжение, возникший в результате теплового расширения – имеет сжимающий (компрессионный) характер.



Выгибание балки или потеря устойчивости первоначальной формы тела начнётся, когда напряжение в балке будет больше критического механического напряжения. Критическое механическое напряжение вычисляется по формуле Эйлера:

$$\sigma_{\text{Эйлера}} = -\frac{\pi^2}{3} E \left(\frac{H}{L}\right)^2.$$

Максимальный ток будет:

$$I_{\text{max}} = \sqrt{\frac{(-\sigma_{\text{Эйлера}})12kA^2}{\rho_e E \alpha_T L^2}} = \sqrt{\frac{\pi^2 E H^2 12kW^2 H^2}{3L^2 \rho_e E \alpha_T L^2}} = 4\pi \frac{H^2 W}{L^2} \sqrt{\frac{k}{\rho_e \alpha_T}}.$$

Соответствующее увеличение температуры:

$$\Delta T_{\text{max}} = \Delta T(0) = \frac{\rho_e I_{\text{max}}^2 L^2}{2kA^2} \frac{1}{4} = \frac{\rho_e L^2}{8kW^2 H^2} \frac{16\pi^2 H^4 W^2 k}{L^4 \rho_e \alpha_T} = \frac{2\pi^2 H^2}{L^2 k \alpha_T}.$$

Спасибо за внимание