

# Выпуклость функции. Точки перегиба.



# 1. Производная второго порядка.

Пусть функция  $f(x)$  определена на некотором интервале  $(a; b)$  и имеет на этом интервале производную  $f'(x)$ . Тогда эта производная также является функцией, определенной на интервале  $(a; b)$ .

Если, в свою очередь, функция  $f'(x)$  также имеет производную  $(f'(x))'$  на интервале  $(a; b)$ , то эту производную называют *второй производной функции  $f(x)$*  и обозначают  $f''(x)$ , т.е.

$$f''(x_0) = (f'(x_0))'.$$



# Примеры: Найти вторую производную функции

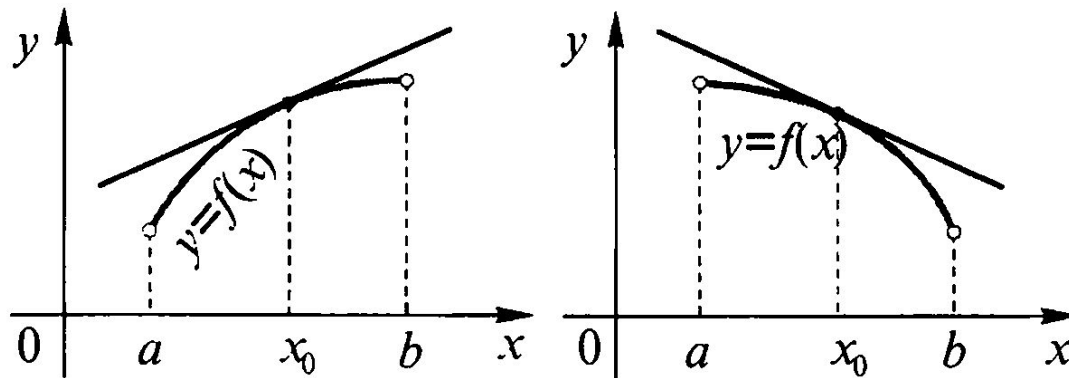
$$y = 3x^4 - 7x^3 - 5x^2 + 15x + 11$$

$$y = 10x^2 - \cos 3x + 7$$

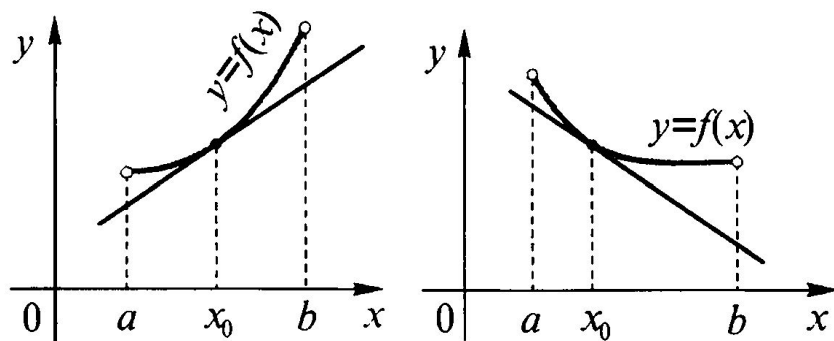


## 2. Выпуклость функции.

- **Функция выпукла вверх, если каждая точка кривой лежит ниже касательной к этой кривой в любой точке заданного интервала.**



- **Функция выпукла вниз, если каждая точка кривой лежит выше касательной к этой кривой в любой точке заданного интервала.**



## Определение:

- Если функция  $f(x)$  имеет вторую производную на интервале  $(a; b)$  и  $f''(x) \leq 0$ , то функция выпукла вверх.
- Если функция  $f(x)$  имеет вторую производную на интервале  $(a; b)$  и  $f''(x) \geq 0$ , то функция выпукла вниз.



## Определение:

- Точкой перегиба называется точка, в которой функция меняет направление выпуклости.

Пример: Найти точки перегиба функции  $y = \frac{x^3 - x^2}{e^{2x}}$

