8.1. Основное уравнение МКТ

8.1.1. Среднюю кинетическую энергию теплового движения молекул разреженного газа уменьшили в 2 раза и концентрацию молекул газа уменьшили в 2 раза. Чему равно отношение конечного давления к начальному?

Давление разреженного газа пропорционально произведению концентрации молекул газа и средней кинетической энергии теплового движения, например, для одноатомного газа:

$$p = \frac{2}{3} n\bar{E}.$$

Следовательно, при одновременном уменьшении средней кинетической энергии теплового движения в два раза и концентрации молекул в два раза давление разреженного газа уменьшится в 4 раза.

Ответ: 0,25.

8.1.2. При неизменной концентрации молекул идеального газа средняя квадратичная скорость теплового движения его молекул увеличилась в 4 раза. Во сколько раз изменилось давление газа?

Давление идеального газа пропорционально произведению концентрации молекул газа и квадрата средней квадратичной скорости их теплового движения:

$$p = \frac{2}{3} n\bar{E}.$$

$$p = \frac{1}{3} nm\overline{v^2}$$

При неизменной концентрации и увеличении средней квадратичной скорости теплового движения в 4 раза давление газа увеличится в 16 раз.

Ответ: 16.

8.1.3. Среднюю кинетическую энергию теплового движения молекул разреженного газа уменьшили в 2 раза и концентрацию молекул газа уменьшили в 2 раза. Чему равно отношение конечного давления к начальному?

Давление газа пропорционально произведению его концентрации и средней кинетической энергии теплового движения:

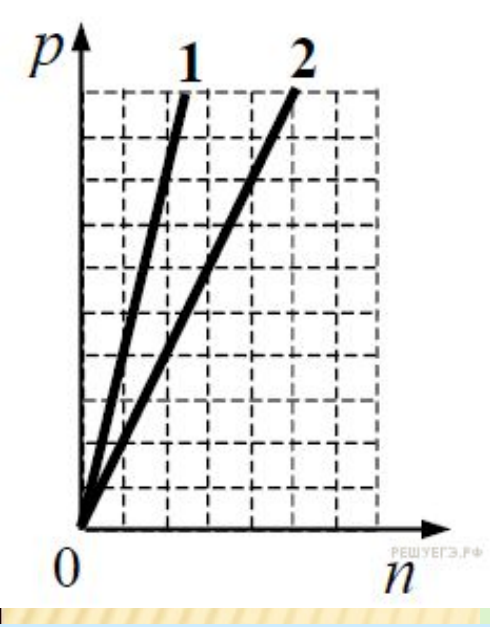
$$p = \frac{2}{3} n \overline{E}.$$

$$\overline{E} = \frac{m v_{\text{ср.кв.}}^2}{2}.$$

Поскольку молекула кислорода в 16 раз тяжелее молекулы водорода, а по условию, среднеквадратичные скорости газов совпадают, средние энергии теплового движения у газов отличаются в 16 раз.

$$p_{\text{к}} / p_{\text{в}} = 16.$$

Ответ: 16.



8.1.4. На графике показана зависимость давления от концентрации для двух идеальных газов при фиксированных температурах. Чему равно отношение температур этих газов?

$$\frac{T_2}{T_1}$$

Согласно уравнению идеального газа, давление идеального газа связано с концентрацией его молекул и температурой соотношением:

$$p = nkT.$$

Таким образом, температура газа пропорциональна отношению его давления к концентрации: приобретает вид:

$$T = \frac{1}{k} \cdot \frac{p}{n}.$$

Из графика

$$\frac{p}{n}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\left(\frac{p}{n}\right)_2}{\left(\frac{p}{n}\right)_1} = \frac{1}{2}.$$

Ответ: 0,5.

8.1.5. При неизменной плотности одноатомного идеального газа давление этого газа увеличивают в 4 раза. Во сколько раз изменяется при этом среднеквадратичная скорость движения его атомов?

Давление идеального газа можно найти по формуле

$$p = \frac{2}{3} n E_{\text{кин.среднее}}.$$

n-концентрация равна

$$n = \frac{1}{V} = \frac{\rho}{m},$$

Следовательно, концентрация, также как и плотность газа, остаётся постоянной.

$$E_{\text{кин.среднее}} = \frac{m_{\text{ат}} \langle v^2 \rangle}{2},$$

$$p = \frac{2}{3} n \frac{m_{\text{ат}} \langle v^2 \rangle}{2} \Leftrightarrow \langle v^2 \rangle = \frac{3p}{n \cdot m_{\text{ат}}}.$$

Ответ: 2.

$$v_{\text{кв}} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3p}{n \cdot m_{\text{ат}}}}.$$

Следовательно, при увеличении давления в 4 раза сред.кв. скорость движения атомов газа возрастёт в 2 раза

8.1.6. При неизменном давлении одноатомного идеального газа среднеквадратичная скорость движения его атомов увеличилась в 2 раза. Чему равно отношение конечной плотности газа к начальной?

Концентрация равна

$$p = \frac{2}{3} n E_{\text{кин. ср.}}$$

$$n = \frac{N}{V} = \frac{N\rho}{m} = \frac{\rho}{m_{\text{ат}}},$$

$$E_{\text{кин. ср.}} = \frac{m_{\text{ат}} \langle v^2 \rangle}{2}.$$

$$p = \frac{2}{3} \cdot \frac{\rho}{m_{\text{ат}}} \cdot \frac{m_{\text{ат}} \langle v^2 \rangle}{2} \Leftrightarrow \rho = \frac{3p}{\langle v^2 \rangle}.$$

Среднеквадратичная скорость движения атомов равна корню из среднего квадрата скорости атомов

$$v_{\text{кв}} = \sqrt{\langle v^2 \rangle}.$$

Ответ: 0,25.

Следовательно, при увеличении среднеквадратичной скорости движения атомов в 2 раза плотность газа уменьшается в 4 раз.

8.1.7. При построении температурной шкалы Реомюра принимается, что при нормальном атмосферном давлении лёд тает при температуре 0 градусов Реомюра (°R), а вода кипит при температуре 80 °R. Найдите, чему равна средняя кинетическая энергия поступательного теплового движения частицы идеального газа при температуре 91 °R. Ответ выразите в эВ и округлите до сотых долей.

Из описания следует, что один градус шкалы Реомюра соответствует

$$\frac{100}{80} = 1{,}25\ ^\circ\mathrm{C}.$$

Следовательно

$$91\ ^\circ\mathrm{R}$$

$$100 + 11 \cdot 1{,}25 = 113{,}75\ ^\circ\mathrm{C}$$

$$113{,}75 + 273 = 386{,}75\ \mathrm{K}.$$

Средняя кинетическая энергия теплового движения частиц идеального газа связана с температурой соотношением.

$$\bar{E}_\text{к} = \frac{3}{2}kT = 1{,}5 \cdot 8{,}62 \cdot 10^{-5}\ \text{эВ/К} \cdot 386{,}75\ \mathrm{K} \approx 0{,}05\ \text{эВ}.$$

Ответ: 0,05.

8.1.8. В закрытом сосуде находится идеальный газ при давлении 105750 Па и температуре, соответствующей среднеквадратичной скорости теплового хаотического движения молекул 494 м/с. Чему равна плотность этого газа? Ответ выразите в кг/м^3 и округлите до десятых долей.

$$\bar{E} = \frac{m\overline{v^2}}{2} = \frac{3}{2}kT, \quad \Rightarrow \quad \bar{v} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}},$$

Согласно уравнению состояния идеального газа давление связано с температурой газа

$$p = nkT, \quad \bar{v} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3p}{mn}}.$$

Учитывая то, что плотность газа — это произведение массы одной молекулы на концентрацию газа, получим

$$\rho = mn = \frac{3p}{\bar{v}^2} \approx 1{,}3 \text{ кг/м}^3.$$

Ответ: 1,3.