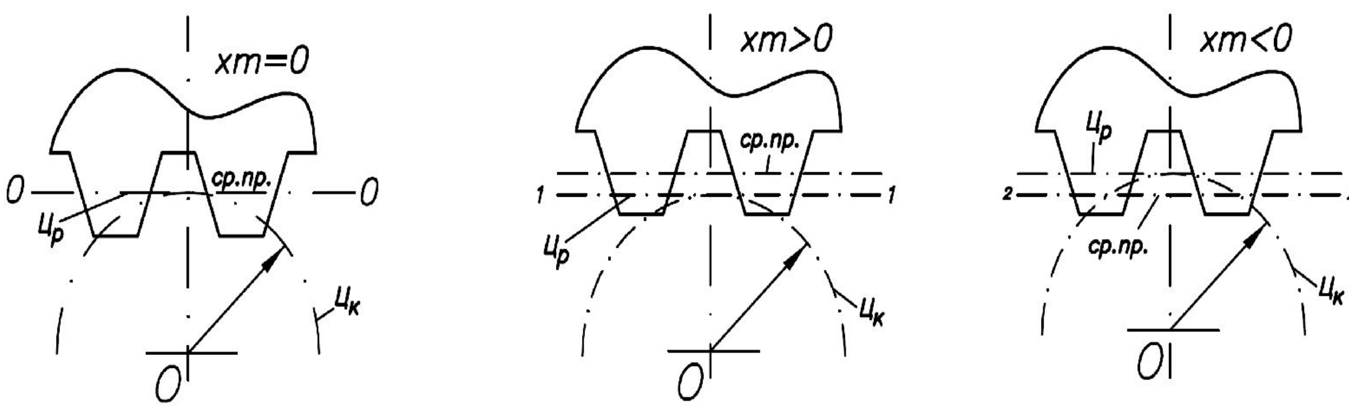
Тема 6

- **6.2.7. Определение толщины зуба на любом радиусе**

Толщина зуба по делительной окружности *нулевого* колеса, как известно, равна $S = \frac{\pi m}{2}$. Если нарезается колесо с *отрицательным* смещением, когда рейка придвинута к заготовке на величину смещения $x{\cdot}m$, толщина зуба по этой окружности уменьшится на величину $2 \cdot \Delta S$. Если нарезается колесо с *положительным* смещением, когда рейка отодвигается от заготовки на величину смещения $x{\cdot}m$, толщина зуба по этой окружности, наоборот, увеличится на эту же величину $2 \cdot \Delta S$,где $\Delta S = x \cdot m \cdot tg 20°$.Таким образом, $S' = S \pm 2 \cdot \Delta S$ или $S' = \frac{\pi m}{2} \pm 2xmtg20°$. Знак «+» соответствует положительному, а знак «-» – отрицательному смещению рейки.



Тема 6

- Таким образом, при положительном смещении толщина зуба по делительной окружности равна

$$S = \frac{\pi m}{2} + 2xm\,tg\,\alpha.$$

Определим толщину зуба на любом радиусе r_x . Толщину зуба по делительной окружности можно выразить через угол γ и её радиус: $S = 2\gamma r$,

а по окружности произвольного радиуса

$$S_x = 2\gamma_x r_x.$$

Найдем угол

$$\gamma_x = \gamma - (\theta_x - \theta) \quad = \gamma + \theta - \theta_x.$$

Так как

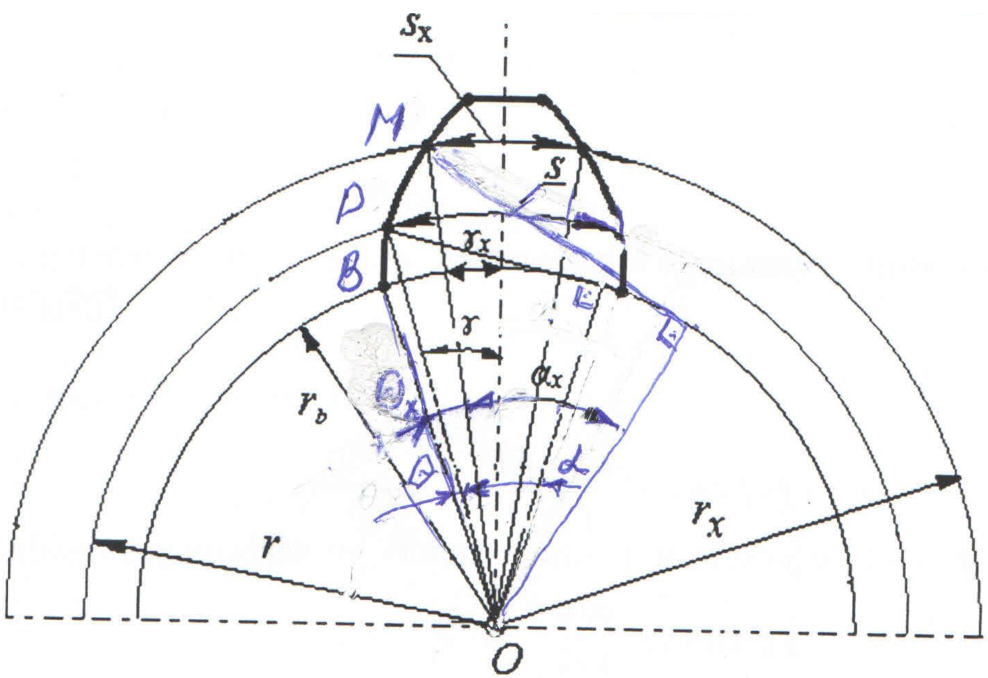
$$\gamma = s/2r = \pi m/2r - (2xm/2r)\,\mathrm{tg}\,\alpha =$$
$$= \pi/2z + 2x\,tg\,\alpha/z,$$

а

$$\theta = inv\,\alpha;\ \theta_x = inv\,\alpha_x,$$

то

$$S_x = 2r_x\left(\frac{\pi}{2z} + \frac{2x}{z}\mathrm{tg}\,\alpha + inv\,\alpha - inv\,\alpha_x\right).$$



Тема 6

Толщины зубьев по основным окружностям:

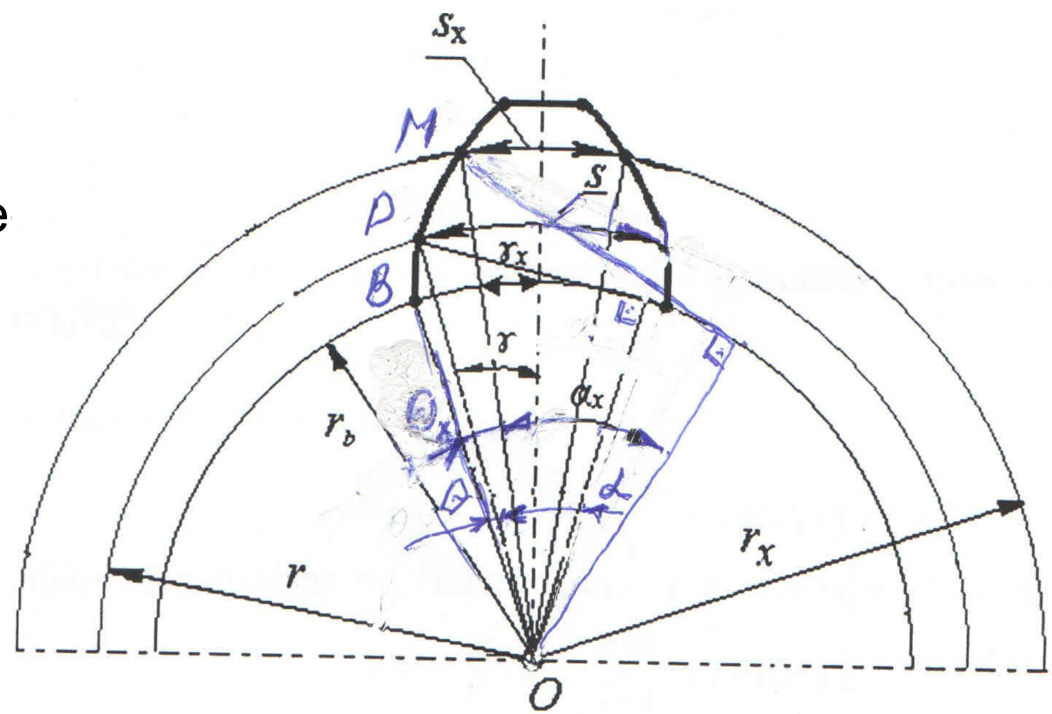
$$S_{в} = 2r_{в}(\frac{S}{2r} + inv20° - inv\alpha_{w}) \ .$$

Толщины зубьев по начальным окружностям:

$$S_{w} = 2r_{w}(\frac{S}{2r} + inv20° - inv\alpha_{w}) \ .$$

Толщины зубьев по окружностям выступов коле

$$S_{\alpha} = 2r_{a}(\frac{S}{2r} + inv20° - inv\alpha_{a})$$



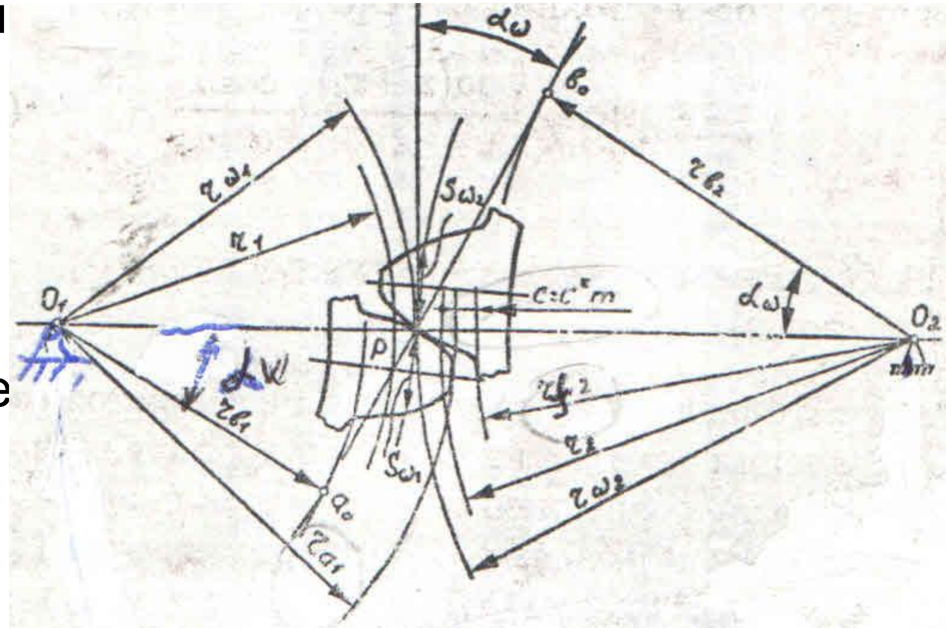
Тема 6

6.2.8. Определение угла зацепления

Нарезанные с любыми коэффициентами смещения зубчатые колеса образуют эвольвентное зацепление с углом α_w и начальными окружностями $\boldsymbol{r}_{w1}$ и $\boldsymbol{r}_{w2}$, проходящими через полюс зацепления (т. *P*). При этом делительные окружности $\boldsymbol{r}_1$ и $\boldsymbol{r}_2$ могут располагаться по разному от начальных, в зависимости от величины коэффициентов смещения x_1 и x_2. Определим величину *угла зацепления* α_w.

По условиям обкатки, т. е. при беззазорном зацеплении, сумма толщин зубьев по начальным окружностям отвечает условию

$$S_{w_1} + S_{w_2} = p_w = \pi m_w \quad (1)$$



Для нахождения толщин зубьев по начальным окружностям воспользуемся формулой

$$S_w = 2r_w\left(\frac{S}{2r} + inv20° - inv\alpha_w\right). \quad (2)$$

Тема 6

Так как

$$S = \frac{\pi m}{2} \pm 2xmtg20;$$

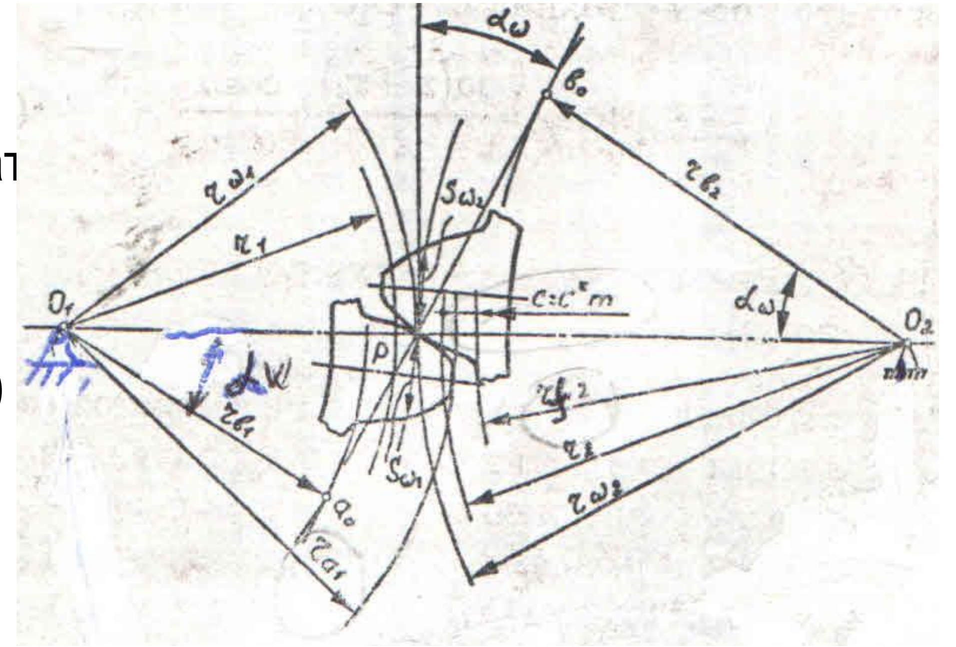
$$r_w = \frac{m_w z}{2}; \quad r = \frac{mz}{2}$$, то

выражение (2) можно преобразоват

к виду

$$S_w = m_w z\left(\frac{\frac{\pi m}{2} \pm 2xmtg20^\circ}{mz} + inv20^\circ - inv\alpha_w\right) = \quad (3)$$

$$= m_w\left(\frac{\pi}{2} \pm 2xtg20^\circ + z \cdot inv20^\circ - z \cdot inv\alpha_w\right)$$



Подставим (3) в (1)

$$m_w\left(\frac{\pi}{2} + 2x_1 tg20^\circ + z_1 inv20^\circ - z_1 inv\alpha_w\right) + m_w\left(\frac{\pi}{2} + 2x_2 tg20^\circ + z_2 inv20^\circ - z_2 inv\alpha_w\right) = \pi m_w,$$

откуда получим зависимость для определения угла зацепления

$$inv\alpha_w = inv20^\circ + 2\frac{x_1 + x_2}{z_1 + z_2} \cdot tg20^\circ \quad .$$

Тема 6

Зная угол зацепления, можно найти радиусы *начальных окружностей*

$$r_w = \frac{r_b}{\cos\alpha_w},$$

и *межосевое расстояние* зацепления

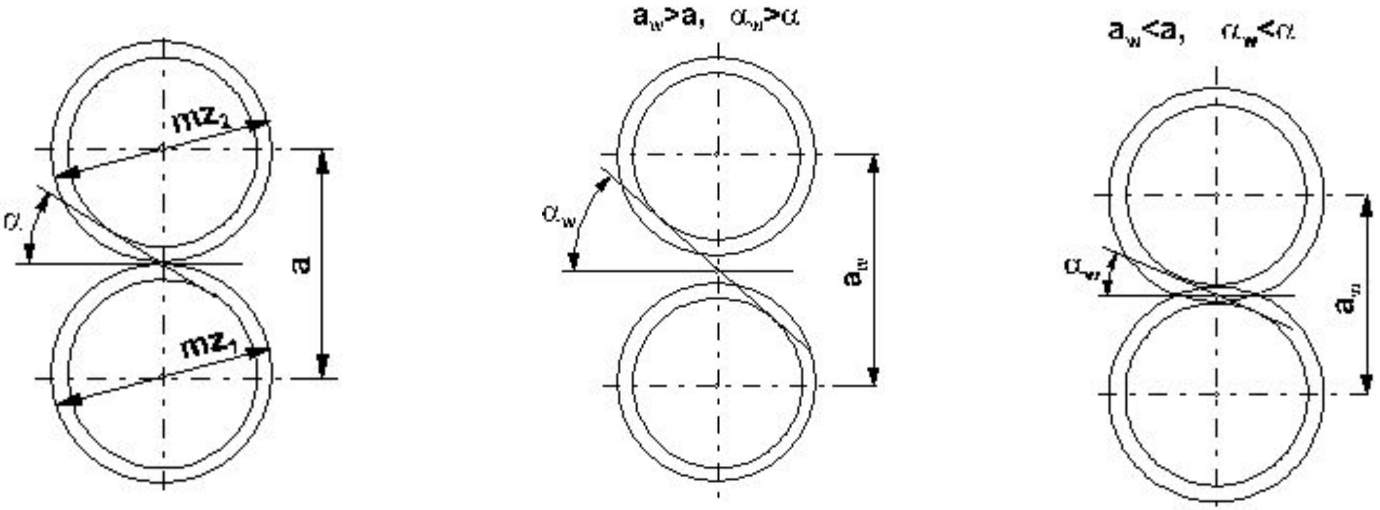
$$a_w = a_0\frac{\cos 20^\circ}{\cos\alpha_w} = \frac{m}{2}(z_1+z_2)\frac{\cos 20^\circ}{\cos\alpha_w},$$

где a_0 – стандартное межосевое расстояние ($a_0 = \frac{m}{2}(z_1+z_2)$).

С учетом сказанного

$$a_w = a_0\frac{\cos 20^\circ}{\cos\alpha_w} = \frac{(r_1+r_2)\cdot\cos 20^\circ}{\cos\alpha_w} = a_0\frac{\cos 20^\circ}{\cos\alpha_w}.$$

Если $\alpha_w > 20^\circ$, то $a_w > a_0$; если же $\alpha_w < 20^\circ$, то $a_w < a_0$.



Тема 6

6.2.9. Определение радиусов окружностей впадин и выступов

Радиусы окружностей *впадин* вычисляются по формуле

$$r_f = r - 1{,}25m \pm xm \cdot$$

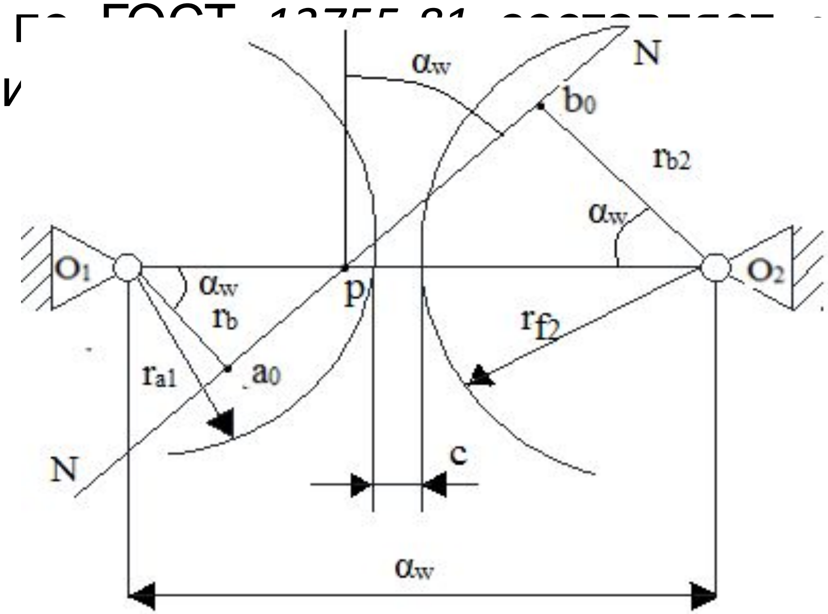
Знак «+» принимается при положительном, а «-» – при отрицательном смещениях рейки; *r* – радиус делительной окружности.

Радиусы окружности *выступов* определяются из условия сохранения *радиального зазора c,* при плотном зацеплении зубьев. Величина радиального зазора по ГОСТ 13755-81 составляет *c* = *0,25m*. Поэтому эти радиусы вычи

$$r_a = a_w - r_f - 0{,}25m \,,$$

где

$$a_w = \frac{m}{2}(z_1 + z_2)\frac{\cos 20^\circ}{\cos \alpha_w} \,.$$



Тема 6

6.2.10. Виды зацепления колес

В зависимости от того, какие зубчатые колеса (нулевые, положительные или отрицательные) введены в зацепление, образуется три вида зацепления, качественно отличающиеся друг от друга:

1. *Нулевое зацепление,* когда $x_1 = x_2 = 0$.

В этом случае делительные окружности совпадают с начальными:

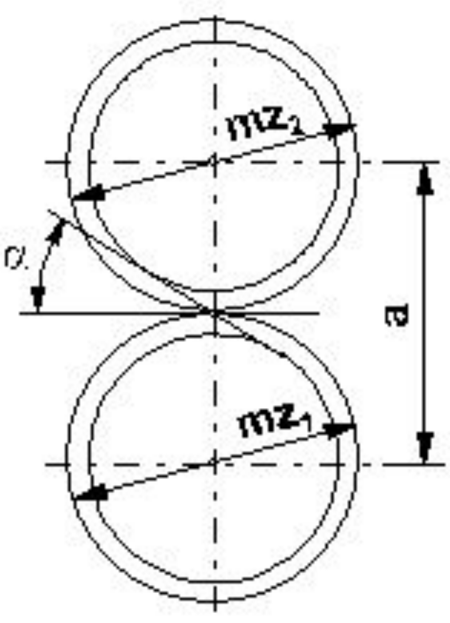
$$r_1 = r_{w1}; r_1 = r_{w2},$$

угол зацепления равен углу профиля рейки

$$\alpha = \alpha_w,$$

а толщины зубьев по начальным окружностям равны ширинам впадин:

$$s_r = s_{\text{в}} = \frac{mz}{2}.$$



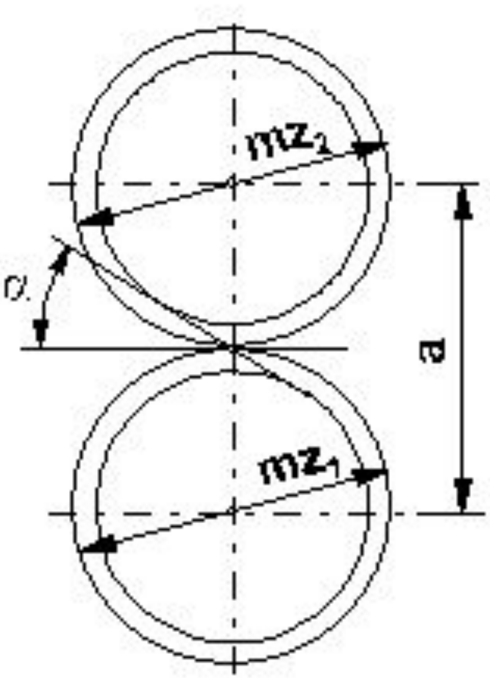
0

Тема 6

- 2. *Смещенно – нулевое зацепление*, когда $x_1+x_2=0$, т.е. $x_1 = -x_2$.

В таком зацеплении делительные окружности также совпадают с начальными, угол зацепления равен углу профиля рейки, но толщины зубьев по начальным (делительным) окружностям не равны между собой:

$$r_1 = r_{w1}; r_1 = r_{w2}; \alpha = \alpha_w; S_{r1} \neq S_{r2}.$$

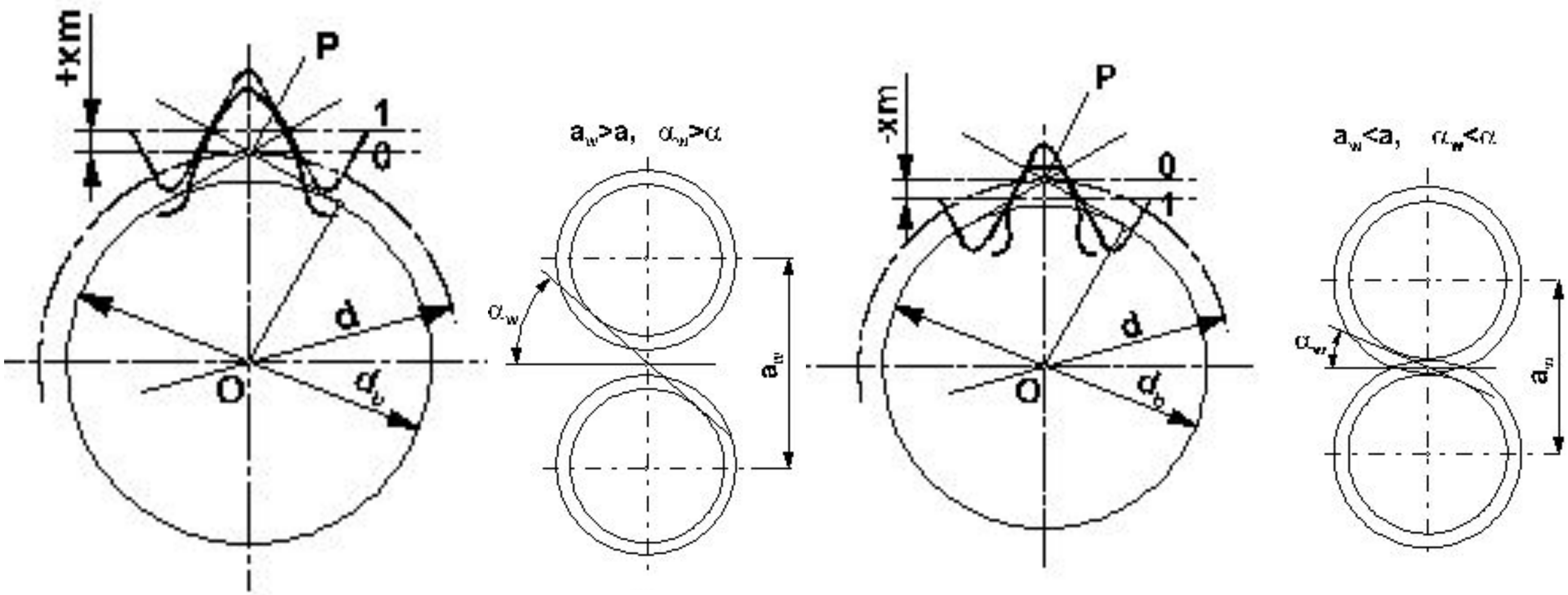


Тема 6

3. *Смещенное зацепление,* когда $x_1 + x_2 \neq 0$.

В этом зацеплении делительные окружности не совпадают с начальными, угол зацепления отличается от угла профиля рейки, а толщины зубьев по делительным окружностям неодинаковы:

$$r_1 \neq r_{w1}, r_2 \neq r_{w2}; \alpha \neq \alpha_w; S_{r1} \neq S_{r2}.$$



Тема 6

6.2.11. Основные факторы зацепления

К основным факторам зацепления относятся следующие параметры: *коэффициент перекрытия*; *коэффициенты удельного скольжения* и *коэффициент удельного давле*

Построим картину зацепления двух колес.

Обозначения на этом рисунке:

O_1, O_2 – центры вращения колес;

w_1, w_2 – угловые скорости колес;

α_w – угол зацепления; P – полюс зацепления;

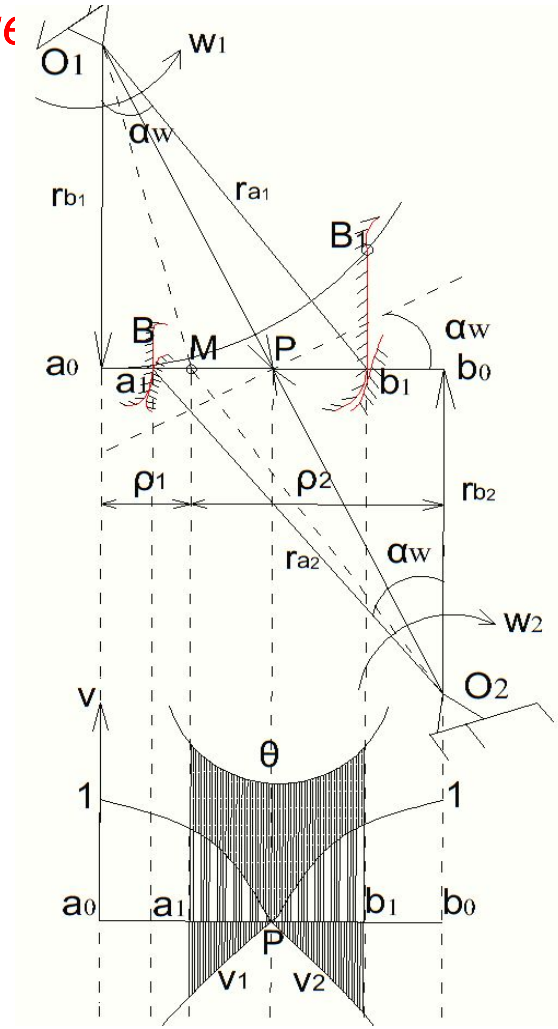
$a_0 b_0$ – теоретический участок линии зацепления; $a_1 в_1$ – действительный (практический) участок линии зацепления;

r_{a1}, r_{a2} – радиусы окружностей вершин;

r_{b1}, r_{b2} – радиусы основных окружностей;

r_{w1}, r_{w2} – радиусы делительных окружностей;

BB_1 – дуга зацепления.



Тема 6

- ***Коэффициент перекрытия*** – это величина, равная отношению дуги зацепления или действительного участка линии зацепления к шагу по основной окружности (p_b)

$$\varepsilon = \frac{\overset{\frown}{BB_1}}{p_b}.$$

Дуга зацепления (BB_1) – это расстояние пройденное точкой (B) зуба по основной окружности за время зацепления.

Шаг зацепления по этой окружности

$$p_b = \pi m \cos\alpha \quad ,$$

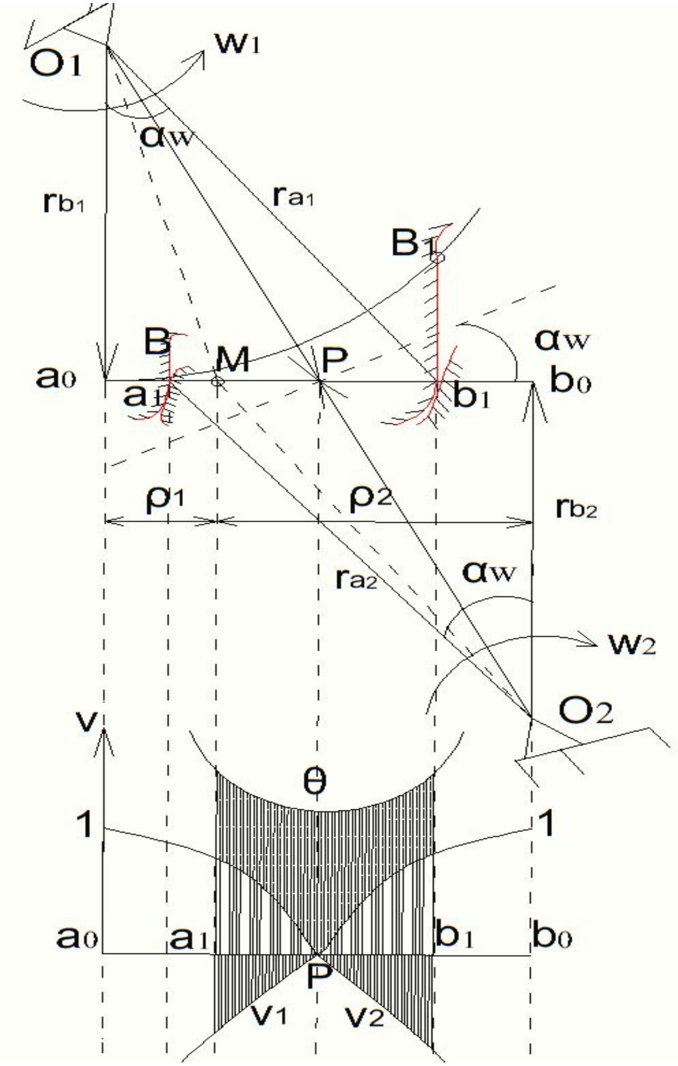
Выразим дугу зацепления через длину практического участка зацепления

$$\overset{\frown}{BB_1} = a_1 b_1 = a_1 P + P b_1 =$$

$$=(a_1 b_0 - P b_0) + (a_0 b_1 - P a_0) =$$

$$= \sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - (r_{w1} + r_{w2}) \sin \alpha_w,$$

где $(r_{w1} + r_{w2}) = a_w = O_1 O_2.$



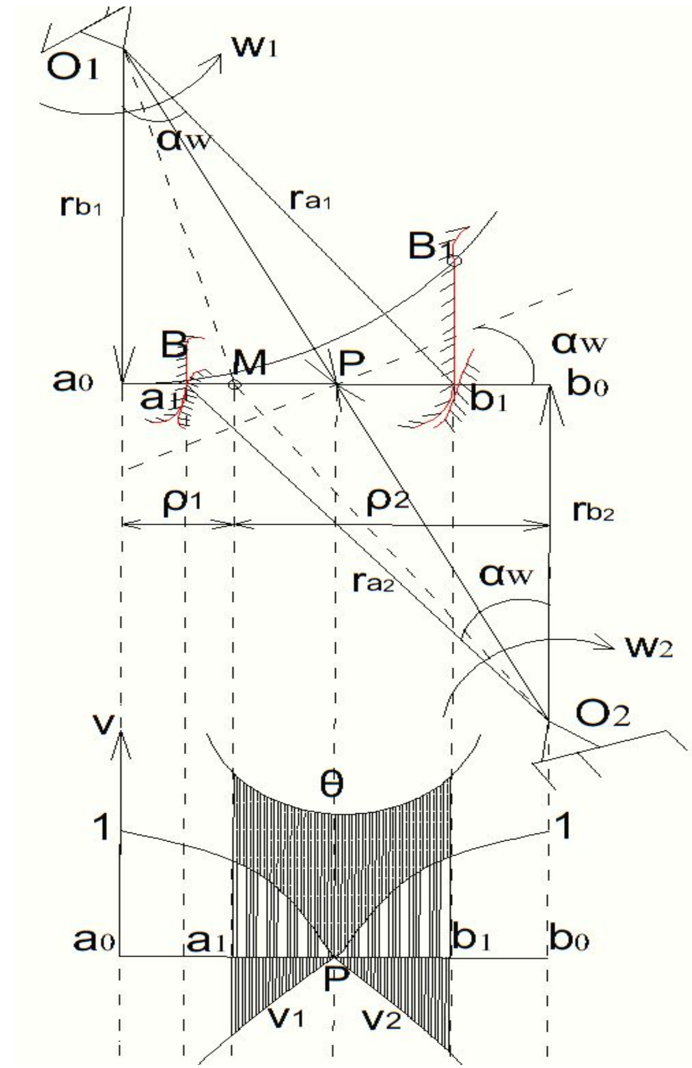
Тема 6

- Тогда

$$\varepsilon = \frac{\overset{\frown}{BB_1}}{p_b} = \frac{\sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - a_w \sin\alpha_w}{\pi m \cos\alpha}.$$

Коэффициент перекрытия характеризует *степень плавности* зацепления, поскольку его величина указывает, *сколько пар зубьев одновременно находится в зацеплении* (если ε =1, то одна пара зубьев, если ε =2 – две пары). Если, например, ε =1,5, то это значит, что 50 % времени в зацеплении находится 1 пара зубьев и 50 % – 2 пары.

Длину практического участка *а₁в₁* линии зацепления можно определить графически по чертежу картины зацепления колес.

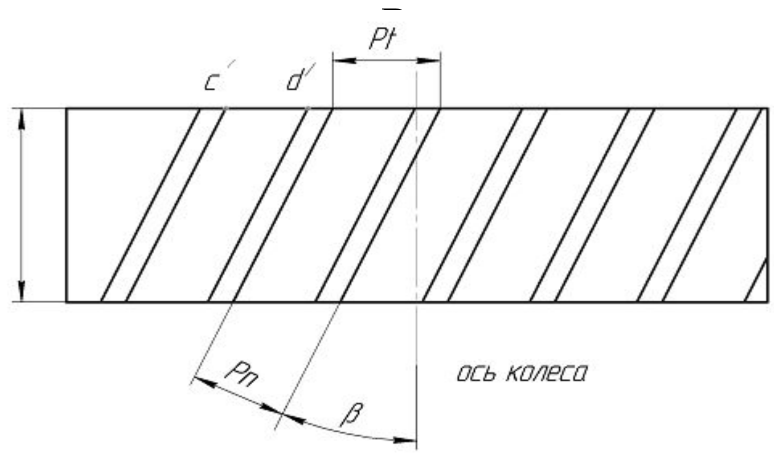


Тема 6

Для увеличения коэффициента перекрытия используют *косозубые колеса.*

На развертке венца косозубого зубчатого колеса (см. рис.) указаны размеры:

β – угол наклона зубьев; P_t – торцев… P_H ширина колеса.



Длина дуги зацепления в косозубом зацеплении, по сравнению с прямозубым увеличена на величину

$$c'd' = B \cdot tg\beta .$$

Тогда величина коэффициента перекрытия

$$\varepsilon_\beta = \varepsilon + \frac{c'd'}{P_t} = \varepsilon + \frac{B \cdot tg\beta}{P_t} .$$

Преимущества косозубых колес: возможность передачи больших крутящих моментов при тех же габаритах, повышенная надежность, бесшумность.

Недостатки: сложность изготовления, появление осевого усилия, что требует усложнения конструкции подшипникового узла.

Для снятия осевого усилия используют *шевронные* колеса, представляющие собой два косозубых колеса с противоположными углами

Тема 6

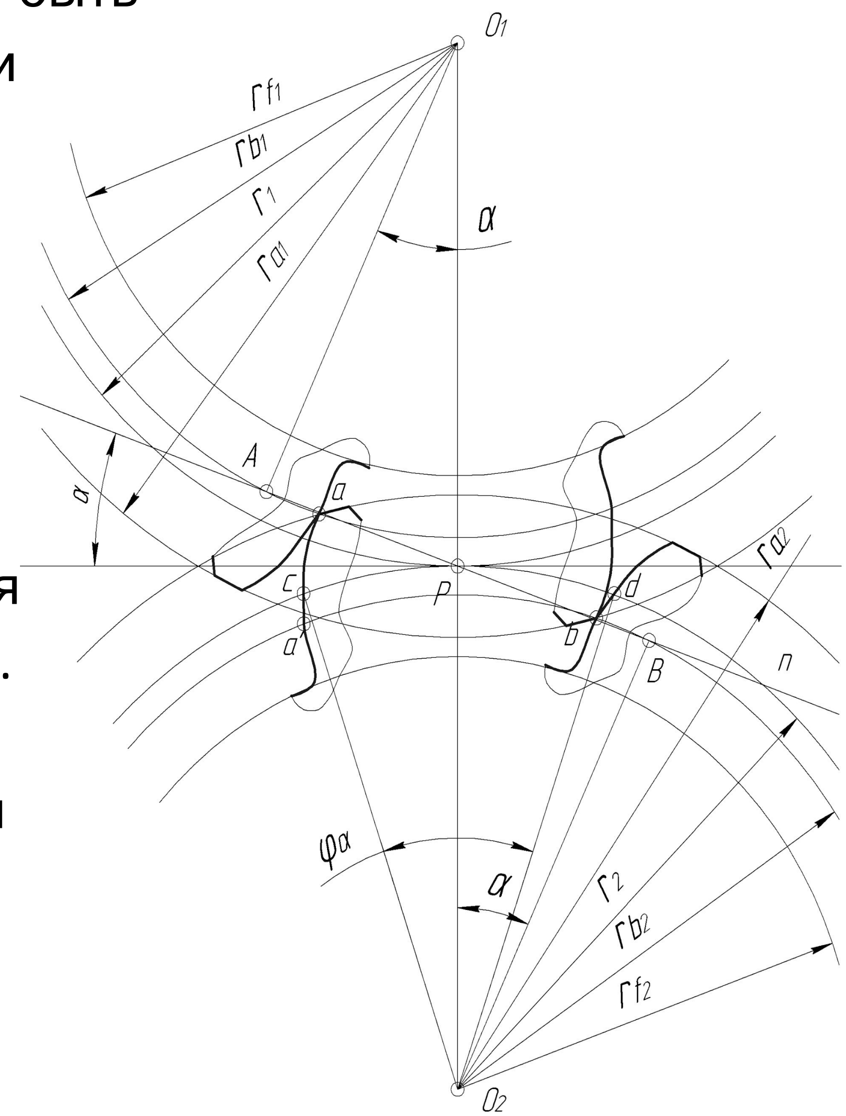
Коэффициент перекрытия может быть определен и через угол зацепления и угловой шаг .

Покажем картину касания боковых профилей зубьев в начале (точка *a*) и конце зацепления (точка *b*). На этом рис.: $\cup cd -$ дуга зацепления; φ_α – угол зацепления; *AB* – теоретическая линия зацепления *ab* – практическая линия зацепления.

Очевидно, что условием непрерывности зацепления является

$$\varphi_d > \tau ,$$

где τ – угловой шаг.



Тема 6

Коэффициент перекрытия найдется через отношение угла зацепления к угловому шагу

$$\frac{\varphi_\alpha}{\tau} = \varepsilon \quad . \tag{1}$$

Угол зацепления можно выразить через дугу зацепления и радиус основной окружности (r_b):

$$\varphi_\alpha = \frac{\cup cd}{r_b} = \frac{ab}{r \cdot \cos\alpha} \quad .$$

По свойству эвольвенты длина этой дуги равна действительному или практическому участку $\cup cd = ab$ линии зацепления . Так как угловой шаг равен 2π */z,* то выражение (1) можно записать в виде

$$\varepsilon = \frac{\varphi_\alpha}{\tau} = \frac{ab}{\frac{2\pi}{z} \cdot r\cos\alpha} = \frac{ab}{\frac{2\pi}{z} \cdot \frac{mz}{2} \cdot \cos 20^\circ} = \frac{ab}{\pi m \cos 20^\circ} = \frac{ab}{p \cos 20^\circ}.$$

Или

$$\varepsilon = \frac{\cup cd}{p_b} = \frac{ab}{\pi m \cos 20^\circ}. \tag{2}$$

Длину практического участка линии зацепления вычислим аналитически, используя следующие соотношения:

Тема 6

$$ab = aP + Pb = (aB - PB) + (Ab - AP);$$

$$aB = \sqrt{r_{a_1}^{\ 2} - r_{b_1}^{\ 2}}; \quad PB = O_2P \cdot \sin\alpha \ ;$$

$$Ab = \sqrt{r_{a_1}^{\ 2} - r_{b_1}^{\ 2}}; \quad AP = O_1P \cdot \sin\alpha;$$

$$AP + PB = (O_1P + O_2P) \cdot \sin\alpha = a_w \sin 20°;$$

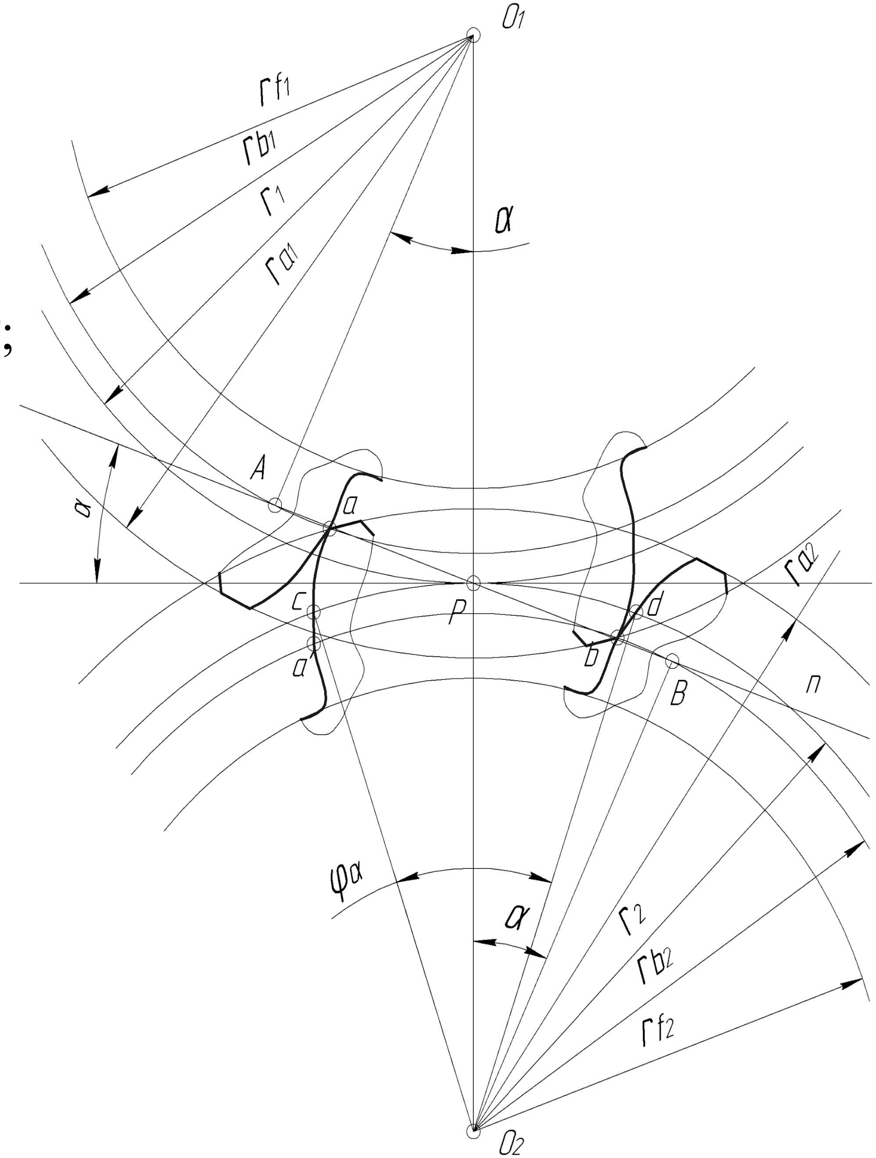
$$ab = \sqrt{r_{a_1}^{\ 2} - r_{b_1}^{\ 2}} + \sqrt{r_{a_2}^{\ 2} - r_{b_2}^{\ 2}} - (PB + AP) =$$

$$= \sqrt{r_{a_1}^{\ 2} - r_{b_1}^{\ 2}} + \sqrt{r_{a_2}^{\ 2} - r_{b_2}^{\ 2}} - a_w \sin 20°.$$

Тогда коэффициент перекрытия

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{r_{a_1}^{\ 2} - r_{b_1}^{\ 2}} + \sqrt{r_{a_2}^{\ 2} - r_{b_2}^{\ 2}} - a_w \sin 20°}{\pi m \cos 20°}.$$

Данное выражение совпадает с полученным выше значением коэффициента перекрытия.



Тема 6

Коэффициенты удельного скольжения *(v_1, v_2)* определяются через отношение скорости скольжения к тангенциальным составляющим скоростей соответствующих точек (M_1,M_2). Они характеризуют *степень истирания* поверхнос

Изобразим картину зубчатого зацепления, повернув линию центров на угол зацепления α_w . Обозначения рисунке: O_1,O_2 – центры вращения колес;

w_1,w_2 – угловые скорости колес;

α_w – угол зацепления; P – полюс зацепления;

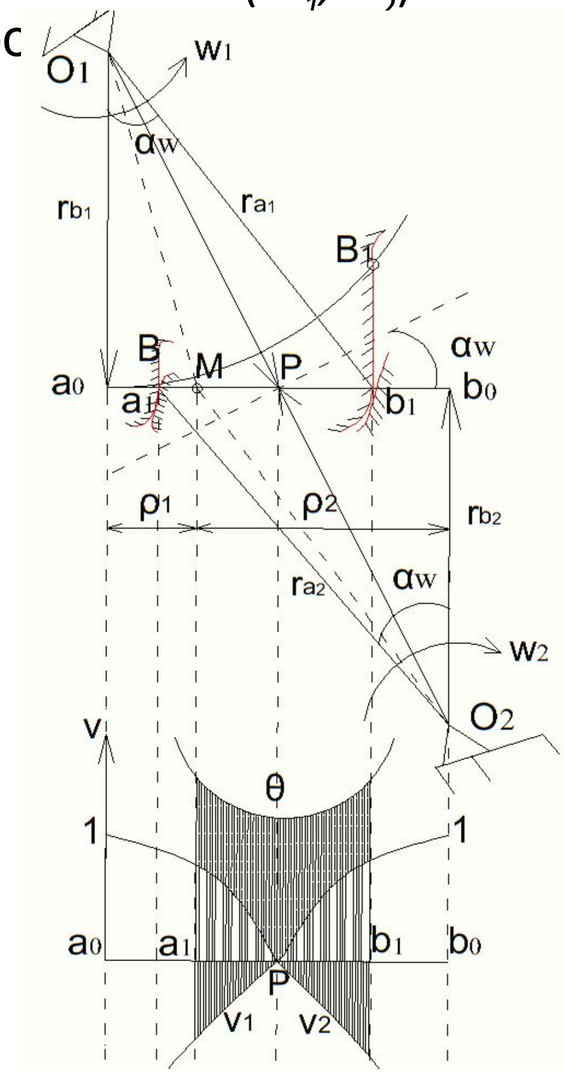
a_0b_0 – теоретический участок линии зацепления; $a_1в_1$ – действительный (практический) участок линии зацепления;

r_{a1},r_{a2} – радиусы окружностей вершин;

r_{b1},r_{b2} – радиусы основных окружностей;

r_{w1},r_{w2} – радиусы делительных окружностей;

BB_1 – дуга зацепления.



Тема 6

- Количественно коэффициент ν_1 равен

$$\nu_1 = \frac{V_{ск}}{V_{M1}^{\tau}} = \frac{V_{M1}^{\tau} - V_{M2}^{\tau}}{V_{M1}^{\tau}} = 1 - \frac{V_{M2}^{\tau}}{V_{M1}^{\tau}} =$$

$$= 1 - \frac{V_{M2}\sin\beta_2}{V_{M1}\sin\beta_1} = 1 + \frac{R_2 w_2 \sin\beta_2}{R_1 w_1 \sin\beta_1}.$$

Учитывая, что:

$R_1 = a_0 M = R_1 \sin\beta_1;\ R_2 = b_0 M = R_2 \sin\beta_2,$

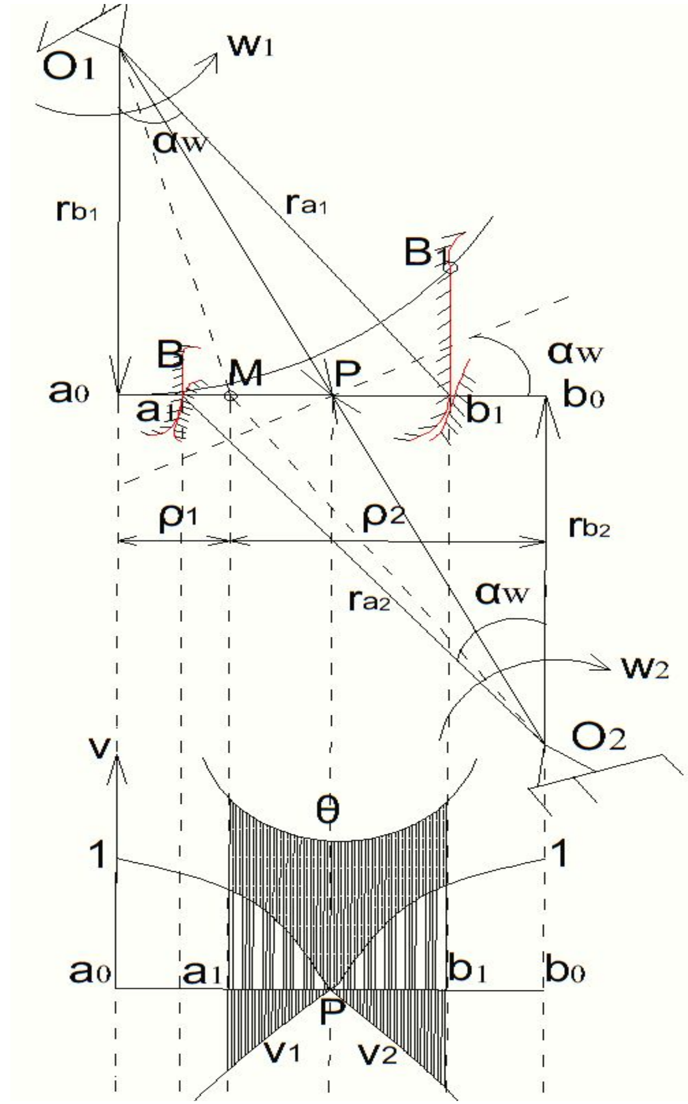
получим

$$\nu_1 = 1 - \frac{b_0 M_2 z_1}{a_0 M_1 z_2}.$$

Для эвольвентных колес: $a_0M_1=\rho_1$ и $b_0M_2=\rho_2$, следовательно:

$$\nu_1 = 1 - \frac{\rho_2 z_1}{\rho_1 z_2};$$

$$\nu_2 = 1 - \frac{\rho_1 z_2}{\rho_2 z_1}.$$



Тема 6

- ***Коэффициент удельного давления*** (θ) – представляет отношение модуля зацепления к приведенному радиусу кривизны боковых профилей зубьев:

$$\theta = \frac{m}{\rho}.$$

Приведенный радиус кривизны находится из выражения

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} = \frac{\rho_1 + \rho_2}{\rho_1 \rho_2}.$$

Тогда

$$\theta = \frac{m}{\rho} = \frac{m(\rho_1 + \rho_2)}{\rho_1 \rho_2}.$$

Задавшись одним из коэффициентов, например ρ_1, можно вычислить другой по формуле: $\rho_2 = a_0 b_0 - \rho_1$. С учетом этого

$$\theta = \frac{m a_0 b_0}{\rho_1 (a_0 b_0 - \rho_1)}.$$

Коэффициент удельного давления оказывает влияние *на величину контактных напряжений* в зоне соприкосновения поверхностей зубьев.

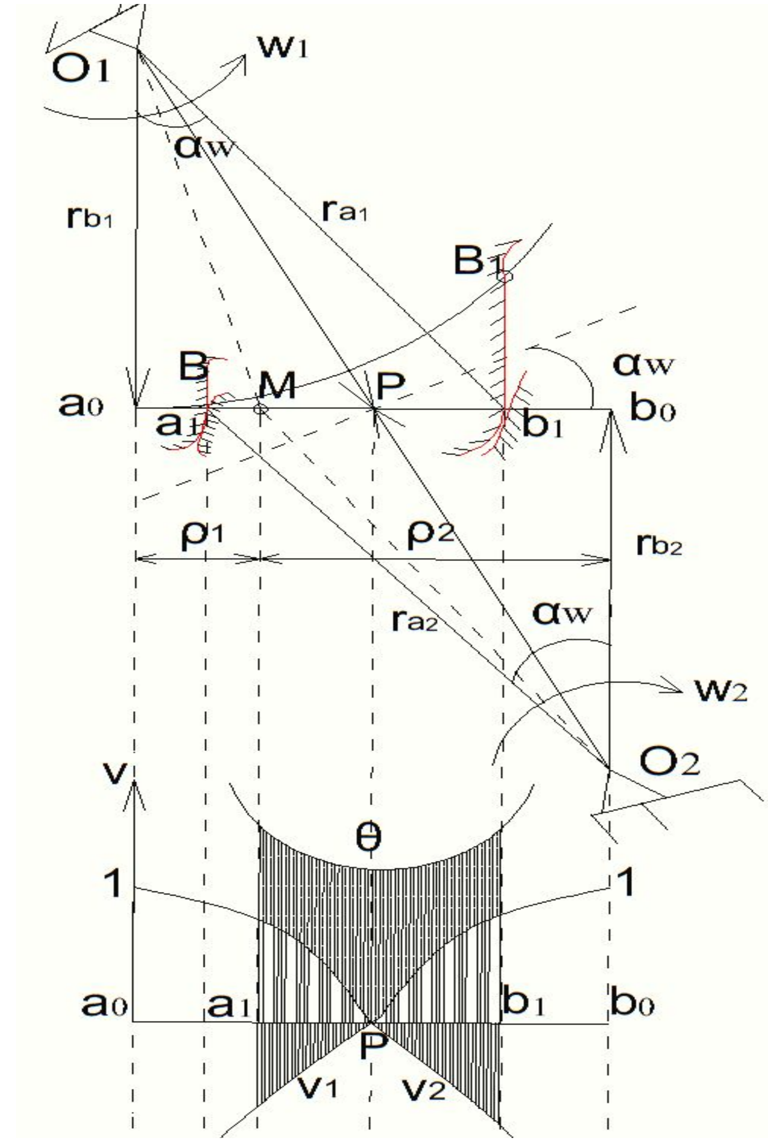
Тема 6

- Покажем графики изменения коэффициентов удельных скольжений и удельного давления, вычисленных по следующим зависимостям:

$$\nu_1 = 1 - \frac{(a_0 b_0 - \rho_1) z_1}{\rho_1 z_2};$$

$$\nu_2 = 1 - \frac{(a_0 b_0 - \rho_2) z_2}{\rho_2 z_1};$$

$$\theta = \frac{m a_0 b_0}{\rho_1 (a_0 b_0 - \rho_1)}.$$



Тема 6

6.2.12. Цели смещения инструмента при изготовлении зубчатых колес

(цели корригирования или исправления)

Смещение инструмента позволяет обеспечить следующие свойства зацепления:

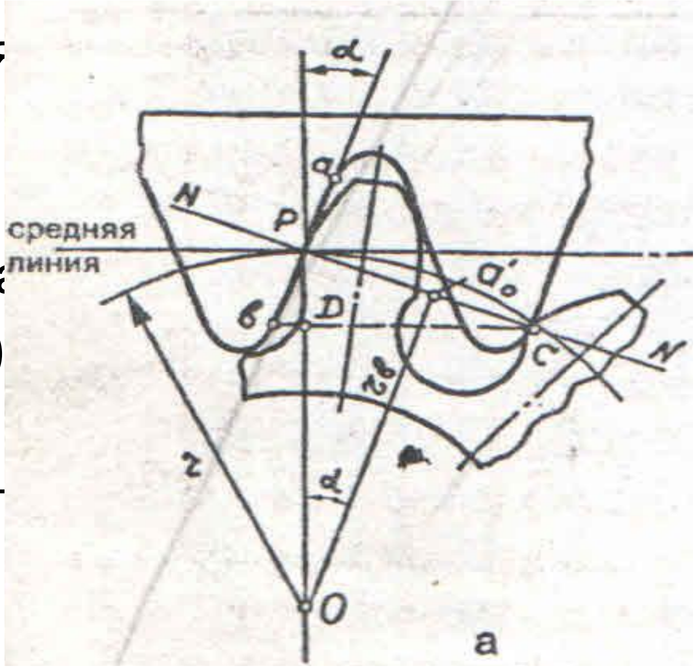
1. Повышение контактной прочности колес благодаря уменьшению коэффициента удельного давления ϑ;
2. Повышение износостойкости колес за счет снижения коэффициентов удельного скольжения v_1 и v_2;
3. Повышение изгибной прочности зубьев за счет увеличения толщины зуба у основания при положительном смещении $xm > 0$;
4. Устранение подрезания ножки зубьев за счет положительного смещения;
5. Получение требуемого межцентрового расстояния $a_w = O_1O_2$;
6. Уменьшение габаритов зубчатого механизма при сохранении заданной долговечности и износостойкости.

Тема 6

Подрезание ножки (основания) зуба в процессе изготовления наблюдается при малом числе зубьев.

Подрезание ножки зуба будет наблюдаться при наложении (*интерференции*) боковых профилей зубьев инструментальной рейки и нарезаемого колеса.

Это произойдет тогда, когда конечная точка (*b*) прямолинейного участка рейки будет пересекать линию зацепления *N*-*N* в некоторой т. *c,* которая расположится за пределами теоретического участка (т.a_0^i) линии зацепления.



На участке $a_0^i c$ часть рабочего профиля зуба не будет являться эвольвентой, так как основная теорема зацепления не соблюдается (нет общей нормали с профилем) и рейка срежет его часть, т. е. утонит ножку зуба и уменьшит прочность.

Тема 6

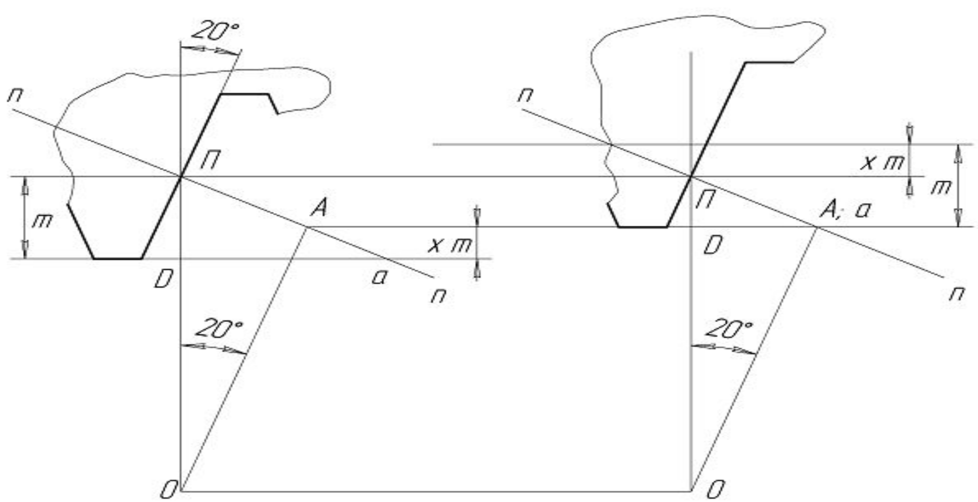
Для устранения подрезания необходимо совместить конечные точки a_0^i и c на линии зацепления.

С этой целью производят так называемое *корригирование* (исправление), при котором инструментальная рейка отодвигается от заготовки нарезаемого колеса на определенное расстояние (*положительное смещение*), достаточное для того, чтобы не происходило

подрезание ножки зуба (см. рис.).

Определим величину смещения рейки (xm), необходимую для устранения подрезания ножки зуба. Для этого необходимо совместить точ… рактического

участков линии …



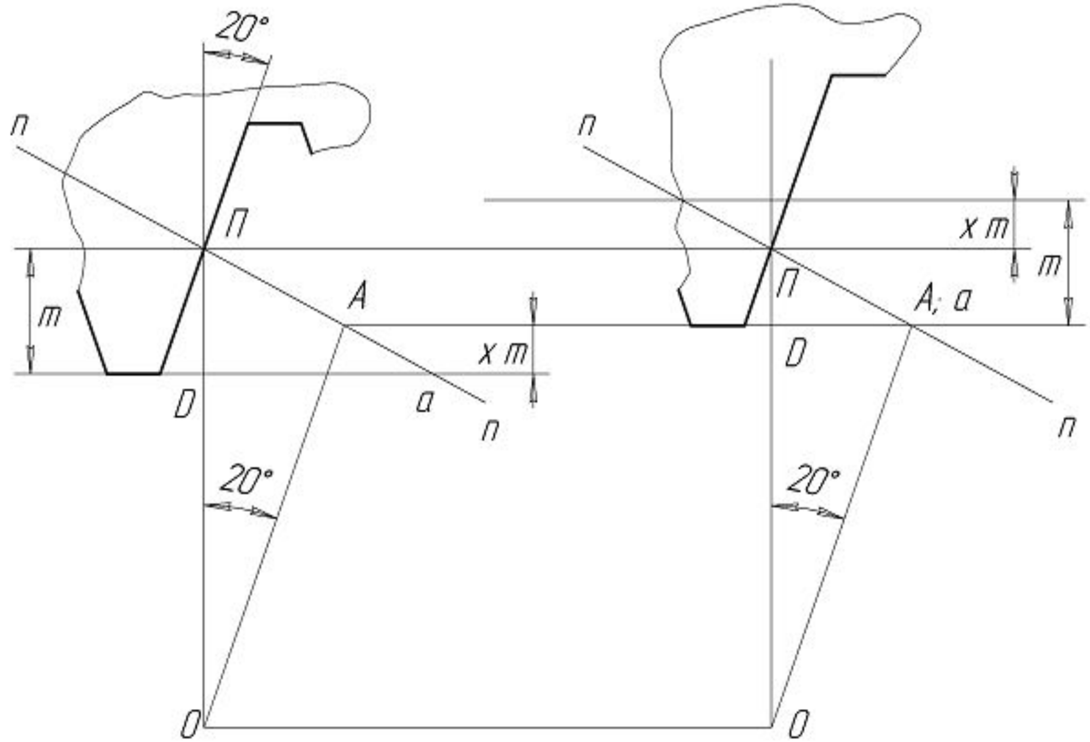
Тема 6

При этом $$OП = OD + \mathrm{ha}^{*} \cdot m - x \cdot m,$$

где $$OП = \frac{mz}{2}; \; OD = OA \cdot \cos 20°;$$

$$OA = r_b = \frac{mz}{2}\cos 20° \;;$$

xm – положительное смещение рейки; *x* – коэффициент смещения; h_a коэффициент высоты зуба.



Тогда

$$\frac{mz}{2} = \frac{mz}{2} \cdot \cos^2 20° + \mathrm{ha}^{*} \cdot m - x \cdot m,$$

откуда

$$x = \mathrm{ha}^{*} - \frac{z}{2}(1 - \cos^2 20°) = \mathrm{ha}^{*} - \frac{z}{2}\sin^2 20°,$$

Из условия *x = 0* определим минимальное число зубьев нулевого колеса, при котором не будет подрезания:

$$z_{\min} = \frac{2\mathrm{ha}^{*}}{\sin^2 20°}.$$

Тема 6

Для основного контура рейки $h_a^*= 1$, поэтому

$$z_{\min} \approx \frac{2}{\sin^2 20°} = \frac{2}{\frac{2}{17}} = 17.$$

Для укороченного контура рейки ($h_a^*= 0,8$) минимальное число зубьев нулевого колеса, при котором не будет подрезания, равно

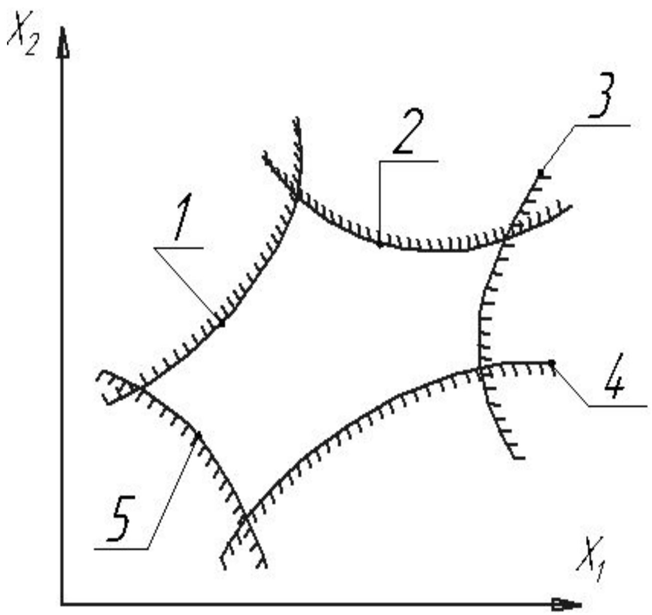
$$z_{\min} \approx \frac{2 \cdot \mathrm{ha}*}{\sin^2 20°} = \frac{2 \cdot 0{,}8}{\frac{2}{17}} = 14.$$

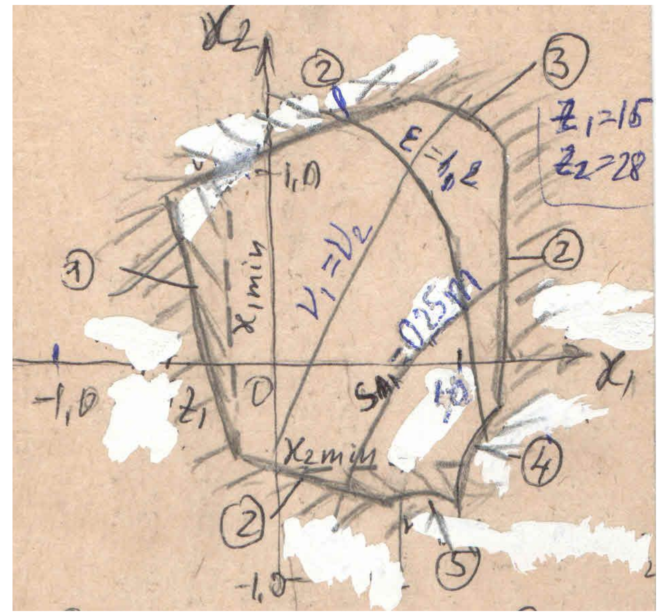
Выбор коэффициентов смещения колес представляет собой сложную и трудоемкую задачу, которая зачастую решается методом проб. Её решение осложняется тем, что при больших смещениях как в процессе нарезания колес, так и при их зацеплении возникает целый ряд отрицательных явлений: заострение зуба, срезание вершины зуба, заклинивание зацепления, малый коэффициент перекрытия и т.д.

Для её решения удобно использовать разработанные проф. И.Л. Болотовским *блокирующие контуры*, представляющие собой допустимые области изменения значений коэффициентов смещений, при которых обеспечивается качественное зацепление передач с заданными числами зубьев.

Тема 6

Блокирующие контуры для прямозубых колес внешнего зацепления, нарезанных стандартным зуборезным инструментом реечного типа, приведены в **ГОСТ *16532-70*.**





1 – граница подрезания зуба шестерни (z_1); *2* – линии интерференции зуба колеса (z_2); *3* – линия, для которой коэффициент перекрытия ε = *1,0*; *4* – линия заострения зуба шестерни, для которой $S_a = 0$; *5* – граница подрезания зуба колеса.

Тема 6

6.2.13. Особенности внутреннего зацепления колес

- Внутреннее зацепление также удовлетворяет основной теореме зацепления, но имеет положительное передаточное отношение

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{O_2P}{O_1P} > 0.$$

Это значит, что полюс зацепления будет находиться *вне линии центров*.

Построим картину зацепления.

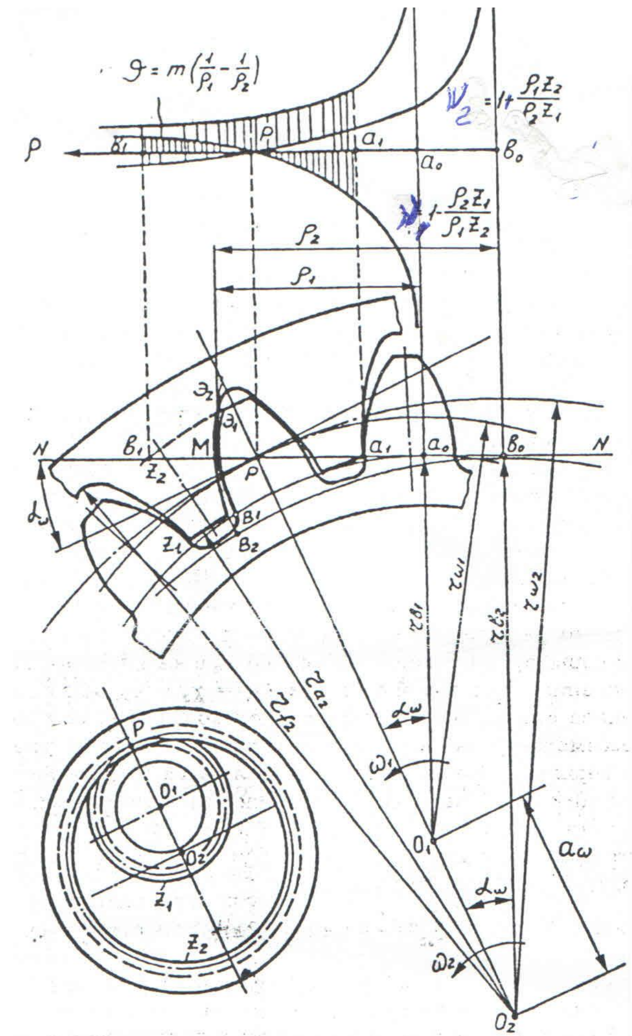
1. Проводим линию центров и отмечаем положение т. *P*.

2. Через т. *P* проводим перпендикуляр к линии центров.

3. Под углом α_w проводим линию зацепления *NN*.

4. Из точек O_1 и O_2 опускаем перпендикуляры на линию зацепления, длины которых принимаем за радиусы основных окружностей

$$O_1a_o = r_{b_1};\ O_2b_o = r_{b_2}.$$



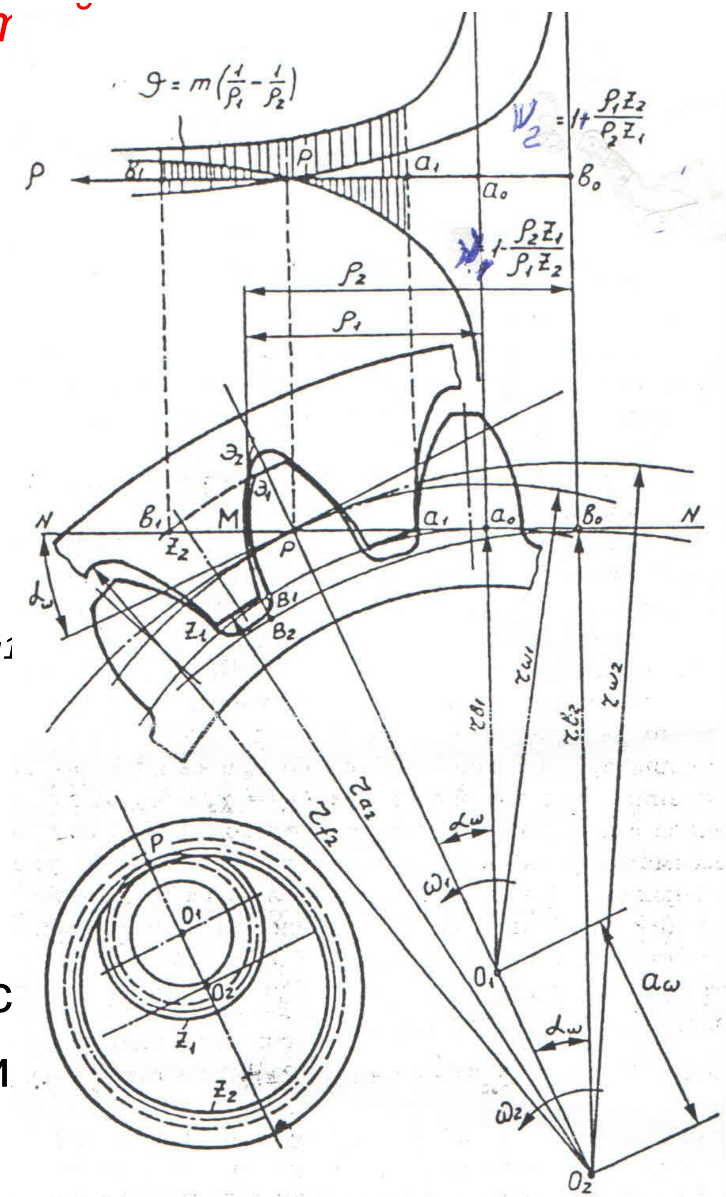
Тема 6

В результате этого образуется *открыт*
теоретический участок a_0PN.

5. При качении линии зацепления *NN* по основным окружностям т. *M* образует две эвольвенты $B_1Э_1$ и $B_2Э_2$, которые касаются внутренним образом. При этом профиль $B_2Э_2$ оказывается *вогнутым*.

6. Профиль зуба z_1 с одной стороны ограничивается окружностью выступов r_{a1} а с другой – окружностью впадин r_{f1}, с которой соединяется галтелью. Показываем т. b_1 – конец практического участка линии зацепления.

7. Окружность выступов второго колес r_{a2} не может пересекать линию зацеплени правее т. a_0 из-за наложения зубьев.



Тема 6

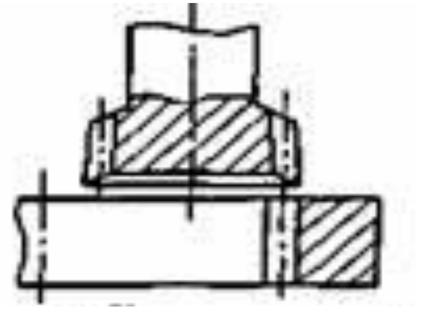
- Т. a_0 – начало теоретического участка линии зацепления. Она может пересечь эту линию в какой-то т. a_1. При этом *практический участок* a_1Pb_1 линии зацепления окажется *вне теоретического* a_0b_0 участка.

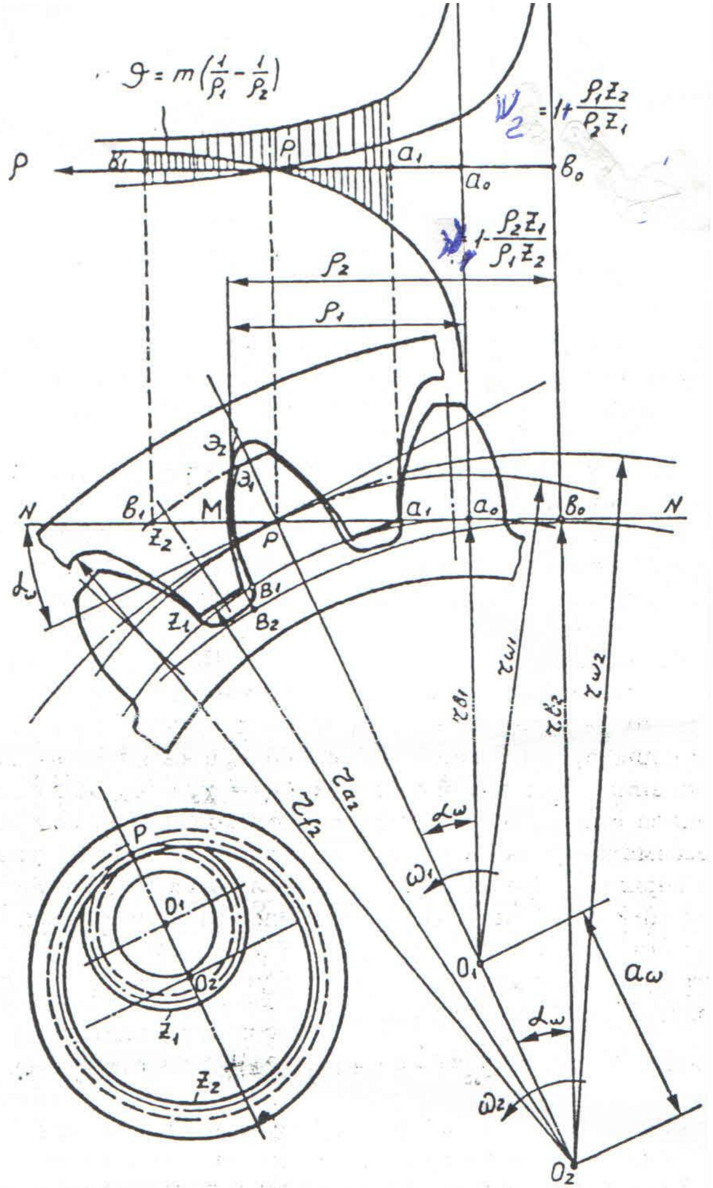
Окружность *выступов* второго колеса (r_{a2}) оказывается *внутри* окружности *впадин* (r_{f2}).

Межосевое расстояние

$$a_w = \frac{m(z_1 - z_2)\cos\alpha}{2\cos\alpha_w}.$$

Нарезаться зубья z_2 второго колеса могу только долбяком





Тема 6

- *Преимущества внутреннего зацепления:*

1. Коэффициент перекрытия при внутреннем зацеплении больше, чем при внешнем

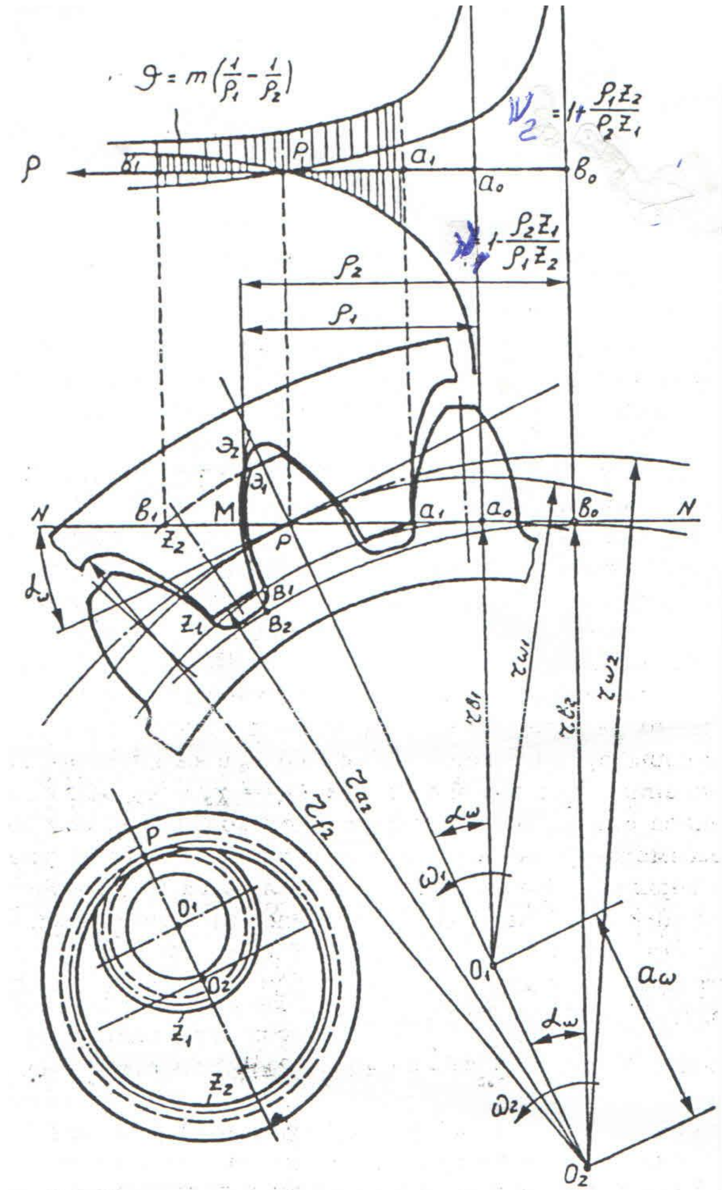
$$\varepsilon = \frac{\sqrt{r_{a_1}^2 - r_{b_1}^2} - \sqrt{r_{a_2}^2 - r_{b_2}^2} + a_w \sin\alpha_w}{\pi m \cos\alpha}.$$

2. Коэффициенты удельных скольжений, а, следовательно и износ зубьев меньше:

$$v_1 = 1 - \frac{\rho_1 z_1}{\rho_2 z_2};\ v_2 = 1 + \frac{\rho_1 z_1}{\rho_2 z_2}.$$

3. Коэффициент удельного давления меньше (см. график).

4. Внутреннее зацепление боле компактно и допускает большие значения передаточного отношения ($i \leq 9$), по сравнению с внешним ($i \leq 7$).



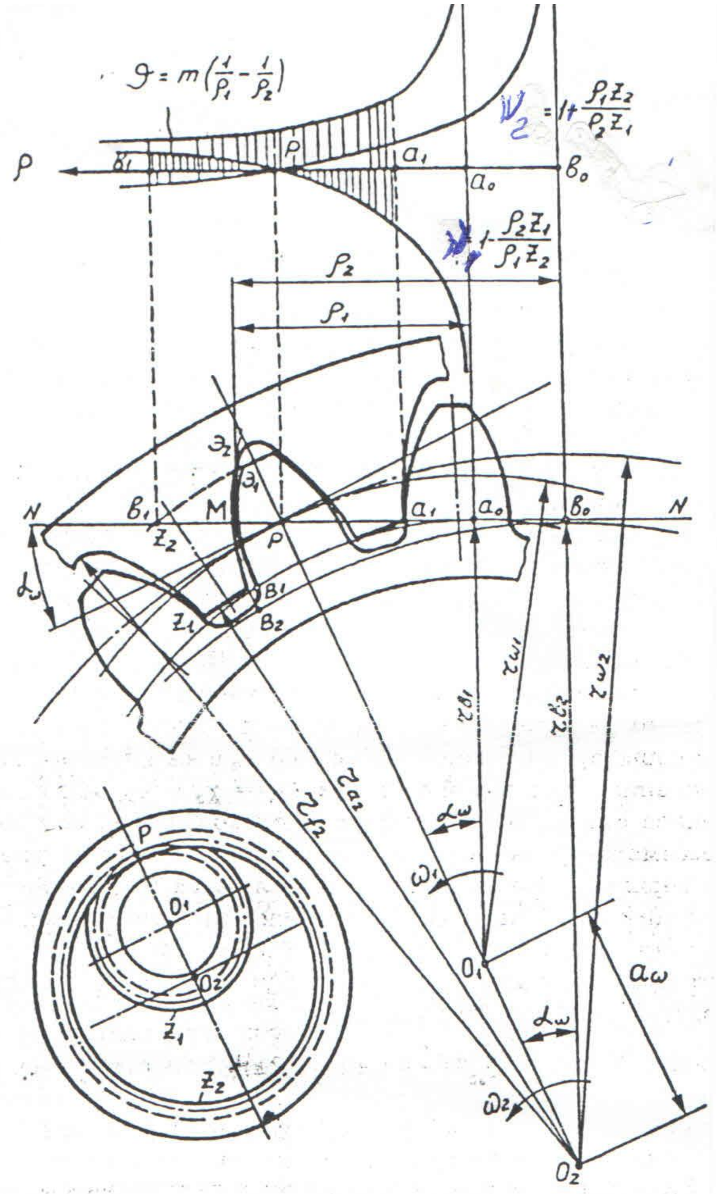
Тема 6

Недостатки:

1. Трудно обеспечить передаточное отношение, близкое к 1;

2. Чувствительность к наложению зубье колес;

3. Невозможность нулевого зацепления при нарезании стандартным долбяком, без среза вершин.



Тема 6

6.2.14. Особенности конического зацепления

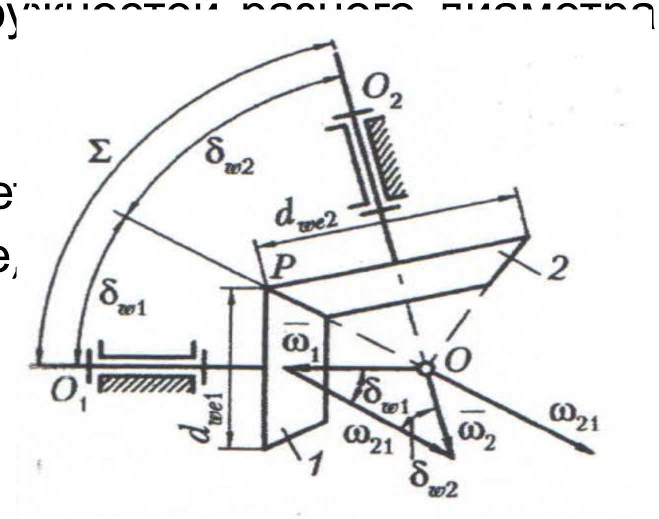
Во многих машинах осуществление требуемых движений исполнительных механизмов связано с необходимостью передачи движения с одного вала на другой при условии, что оси этих валов пересекаются. В таких условиях применяют *конические* зубчатые передачи.

И если при эвольвентном зацеплении цилиндрических зубчатых колес боковые поверхности зубьев образуются как эвольвенты разворачиваемых (основных) окружностей *одного и того же диаметра*, то при коническом эвольвентном зацеплении диаметры основных окружностей в различных сечениях зубьев будут *различными*. Поэтому для получения боковых поверхностей конических колес необходимо разворачивать не одну основную окружность, а целый ряд таких окру
или некоторую

коническую поверхность или *аксоид*.

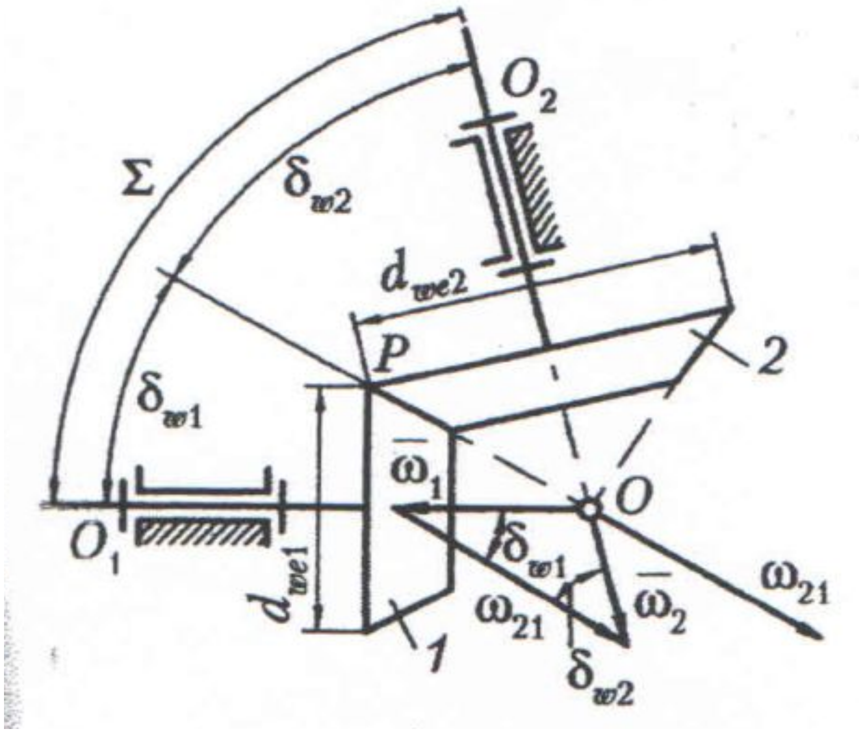
Конической зубчатой передачей называет
передача, у зубчатых колес которой аксоидные,
начальные и делительные поверхности
коничеΣкие.

Угол между осями OO_1 и OO_2 шестерни и колеса называется *межосевым углом*.



Тема 6

Если угол между осями шестерни и колеса равен 90 градусов, то коническая передача называется *ортогональной*. В общем случае, в *неортогональной* передаче угол, дополненный до 180 градусов к углу между осями шестерни и колеса, называется межосевым углом.



Определим передаточное отношение этой передачи.

Тема 6

Связь между $\bar{\omega}_1$ и $\bar{\omega}_2$ угловых скоростей *1* и *2* определяется соотношением

$$\bar{\omega}_2 = \bar{\omega}_1 + \bar{\omega}_{21}. \qquad (20.1)$$

Если через точку O пересечения осей O_1O и O_2O провести вектор $\bar{\omega}_{21}$, то он совпадет с мгновенной осью OP относительного движения ведущего и ведомого звеньев и определит конические поверхности аксоидов, называемых начальными конусами. При обозначении параметров, относящихся к начальному конусу, используют индекс w. Углы δ_{w1} и δ_{w2} начальных конусов определяют при решении векторного соотношения (20.1) с использованием теоремы синусов (см. рис. 20.1, *а*):

$$\frac{\sin\delta_{w1}}{\omega_2} = \frac{\sin\delta_{w2}}{\omega_1}. \qquad (20.2)$$

Отношение модулей угловых скоростей $|\bar{\omega}_1|$ и $|\bar{\omega}_2|$ является передаточным отношением:

$$u_{12} = \frac{|\bar{\omega}_1|}{|\bar{\omega}_2|} = \frac{\sin\delta_{w2}}{\sin\delta_{w1}}. \qquad (20.3)$$

Тема 6

При заданных межосевом угле Σ и передаточном отношении u_{12} углы начальных конусов определяют при совместном решении соотношений (20.2) и (20.3):

$$u_{12} = \frac{\sin\delta_{w2}}{\sin\delta_{w1}} = \frac{\sin(\Sigma - \delta_{w1})}{\sin\delta_{w1}} =$$

$$= \frac{\sin\Sigma\cos\delta_{w1} - \cos\Sigma\sin\delta_{w1}}{\sin\delta_{w1}} = \frac{\sin\Sigma}{\operatorname{tg}\delta_{w1}} - \cos\Sigma.$$

Искомые углы δ_{w1} и δ_{w2} начальных конусов находят по формулам:

$$\delta_{w1} = \operatorname{arctg}\left(\frac{\sin\Sigma}{u_{12} + \cos\Sigma}\right) = \operatorname{arctg}\left(\frac{\sin\Sigma}{z_2 / z_1 + \cos\Sigma}\right); \qquad (20.4)$$

$$\delta_{w2} = \Sigma - \delta_{w1}. \qquad (20.5)$$

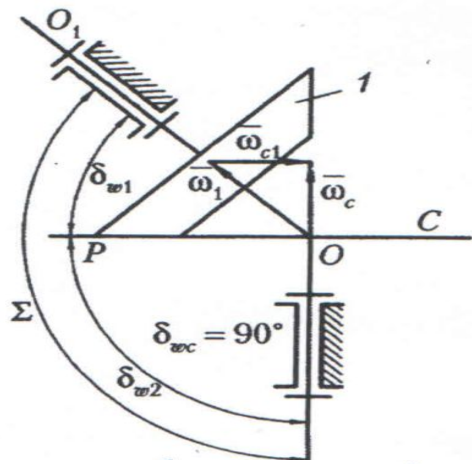
Для ортогональной передачи при $\Sigma = 90°$ соотношения (20.4) и (20.5) имеют частный вид:

$$\delta_{w1} = \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{u_{12}}\right) = \operatorname{arctg}\left(\frac{z_1}{z_2}\right);$$

$$\delta_{w2} = \operatorname{arctg} u_{12} = \operatorname{arctg}\left(\frac{z_2}{z_1}\right). \qquad (20.6)$$

Тема 6

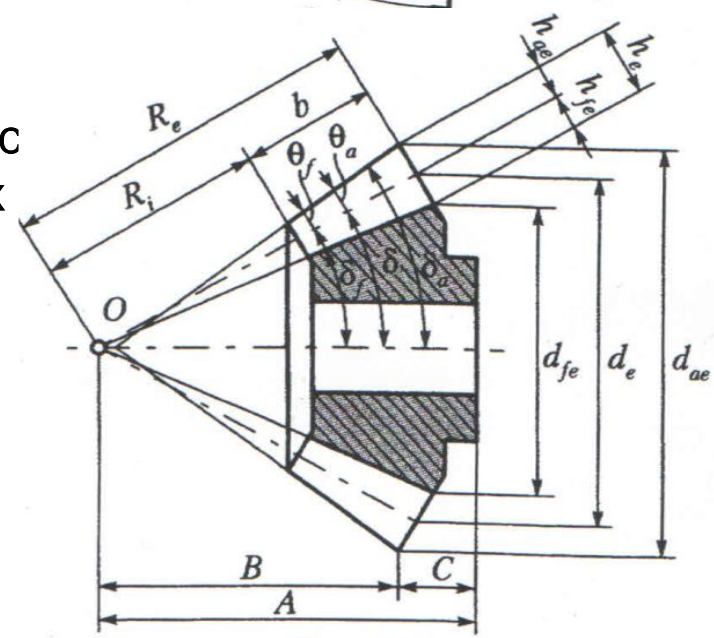
Частным случаем неортогональной передачи является плоская коническая передача, в которой поверхность одного из начальных колес является плоскостью, и угол при вершине равен 90



Параметры, относящиеся к плоскому коническом колесу, обычно обозначаются с добавлением индекса *c*.

Формирование колес, размеров зубьев и расположение их элементов осуществляется относительно базовой конической поверхности на каждом колесе называемой *делительным конусом*.

При проектировании конических передач углы δ_1 и δ_2 делительных конусов принимаютс совпадающими с углами δ_{w1} и δ_{w2} начальных конусов, что упрощает необходимые расчетные зависимости. Зубья образуют на колесе зубчатый венец, который располагается между конусом вершин с углом δ_a конусом впадин с углом δ_f.

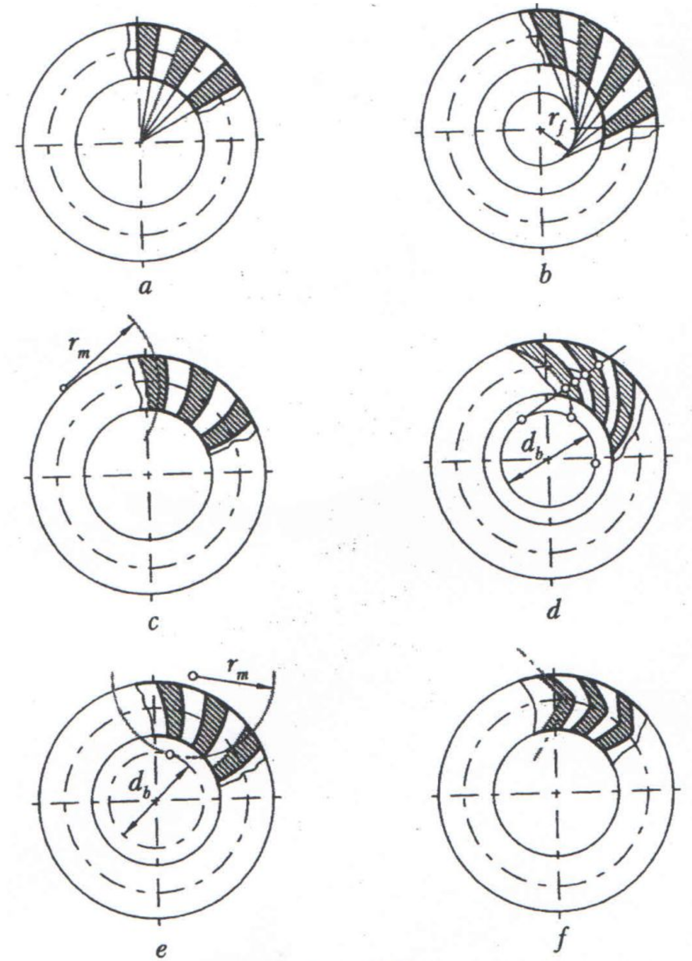


Тема 6

- При изготовлении заготовок и колес используется базовое расстояние *A* и размеры *B* до вершины конуса и *C* – до базовой плоскости. Поверхность, отделяющая зуб от впадины, называется *боковой поверхностью* зуба. Пересечение боковой поверхности зуба с основной окружностью называется *линией зуба*.

Линия зуба может совпадать с образующей делительного соосного конуса (прямые зубья) или иметь некоторый угол (β) наклона линии зуба на делительной поверхности (косые зубья).

Поэтому по форме линий зуба на развертке делительного конуса различаются следующие виды конических колес: с прямыми (рис. *a*); тангенциальными (рис. *b*); круговыми (рис. *c*) и криволинейными (рис. *d, e* и *f*) зубьями.



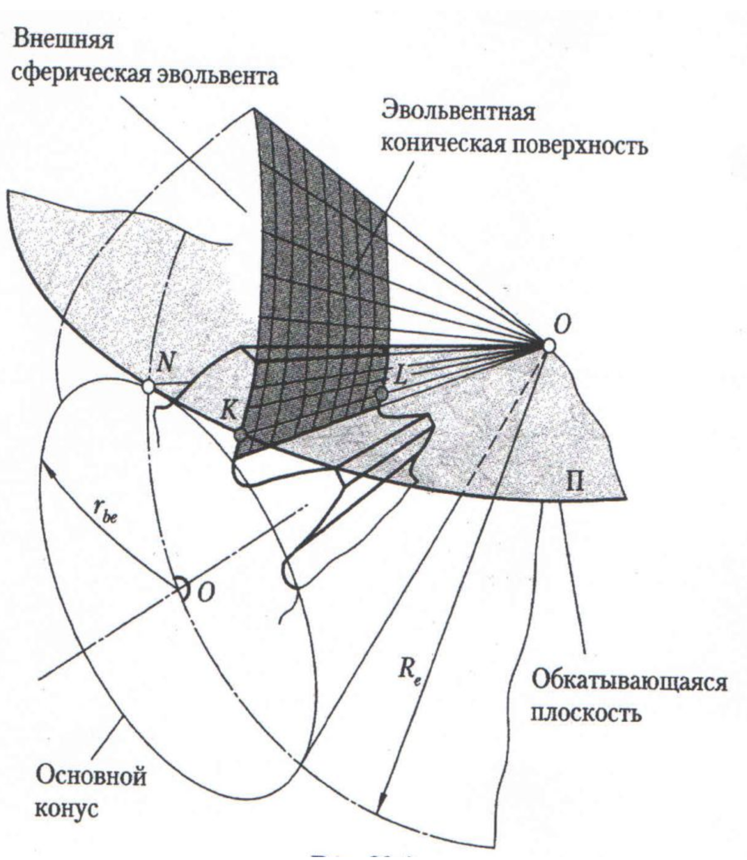
Тема 6

Прямозубые передачи используются для работы при легких нагрузках и небольших скоростях (до 1000 об/мин). Для работы в режиме максимальных нагрузок, при высоких скоростях и для обеспечения максимальной плавности и бесшумности работы используются передачи с криволинейными зубьями.

Образование боковой поверхности зубьев показано на рис.

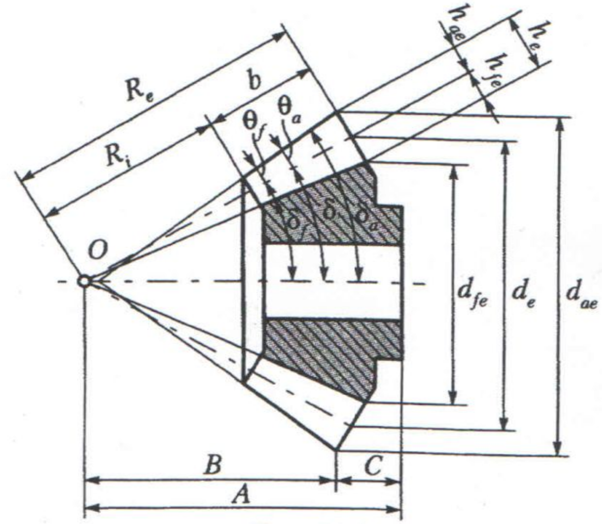
Плоскость II касается основного конуса и перекатывается по нему без скольжения

Любая прямая *KL* на обкатывающейся плоскости II в пространстве описывает коническую поверхность, а любая точка (*K, L* и т.д.) – траекторию, расположенную на сфере определенного радиуса, называемую *сферической эвольвентой*. В каждом сферическом сечении на боков поверхности зуба можно выделить линию пересечения, называемую *профилем зуба*



Тема 6

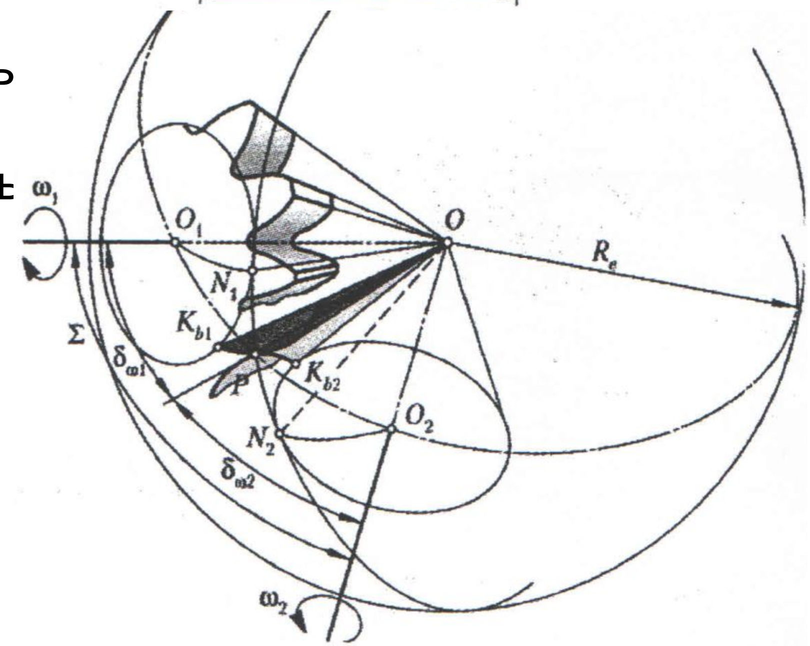
Профили зубьев в сечениях конического колеса будут отличаться друг от друга (см. рис.). При этом различают следующие торцевые сечения: внешнее, среднее, внутреннее и текущее (добавляютс соответствующие индексы – *e, m, i* и *x*).



Радиус внешнего торцевого сечения называется *внешним конусным расстояние* а расстояние между внешним и внутренним торцевыми сечениями конического колеса – *шириной* (*b*) зубчатого венца.

Полюсная прямая *PO*, лежащая в плоскости N_1ON_2 , касательной к основнь конусам, может рассматриваться как образующая боковых поверхностей зубь

Любые сопряженные сферические эвольвенты $Э_1$ и $Э_2$ будут иметь линию зацепления, расположенную на сфере (например, $N_1\ PN_2$) и являющуюся дугой большого круга этой сферы.

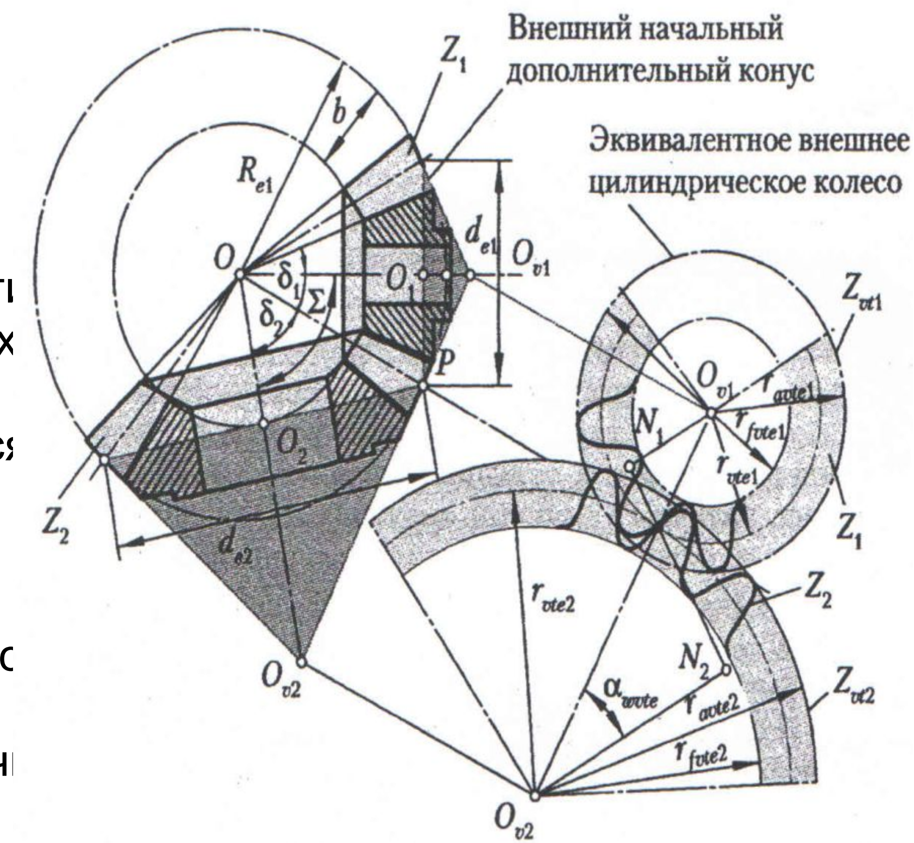


Тема 6

Взаимодействие сферических эвольвент описывается сложными аналитическими зависимостями. В практических расчетах обычно используется упрощенная методика, основанная на использовании т. н. *дополнительных конусов* с учетом сравнительно небольших высотных размеров зубьев и их компактного расположения на сфере по отношению к её размерам (см. рис.).

Дополнительным делительным конусом называется соосная коническая поверхность, образующая которого (например, PO_{v1} или PO_{v2}) перпендикулярна образующей делительного конуса колеса.

Введение дополнительных конусов позволяет рассматривать взаимодействие зубьев не на сфере, а на поверхност соприкасающихся с ней дополнительных конусов. Если эти конусы развернуть на плоскость, то профили зубьев становятс плоскими кривыми, достаточно близкими к обычным эвольвентам, соответствующим определенным размерам основных окружностей, радиус $O_{ve1}N_1$ и $O_{ve2}N_2$ которых находят для эквивалентной цилиндрической передач



Тема 6

ной цилиндрической передачи. Параметры эквивалентной цилиндрической передачи имеют дополнительный индекс vt. Каждое из зубчатых колес такой передачи называют *эквивалентным цилиндрическим зубчатым колесом* с числами зубьев z_{vt1} и z_{vt2} в отличие от чисел зубьев z_1 и z_2 на конических колесах.

Связь между числами зубьев z_1 и z_{vt1} или z_2 и z_{vt2} легко установить при рассмотрении размеров концентрических окружностей конического и эквивалентного цилиндрического колес:

$$r_{vte1} = 0{,}5d_{e1}/\cos\delta_1 = 0{,}5m_e z_1/\cos\delta_1 = 0{,}5m_e z_{vt1};$$

$$r_{vte2} = 0{,}5d_{e2}/\cos\delta_2 = 0{,}5m_e z_1/\cos\delta_2 = 0{,}5m_e z_{vt2}.$$

Внешний окружной модуль m_e, соответствующий расстоянию между одноименными профилями соседних зубьев по дуге концентрической окружности конического колеса на внешнем торце, равен модулю эквивалентной цилиндрической передачи. Поэтому числа зубьев z_{vt1} и z_{vt2} можно выразить соотношениями

$$z_{vt1} = z_1/\cos\delta_1; \qquad z_{vt2} = z_2/\cos\delta_2. \tag{20.7}$$

В общем случае числа z_{vt1} и z_{vt2} являются дробными и в процессе расчета не округляются, а вычисляются с точностью до 0,01.

Передаточное отношение эквивалентной цилиндрической передачи определяется следующим соотношением

$$u_{v12} = \frac{z_{vt2}}{z_{vt1}} = \frac{z_2/\cos\delta_2}{z_1/\cos\delta_1} = u_{12}\frac{\cos\delta_1}{\cos\delta_2}. \tag{20.8}$$

Угол зацепления α_{wvte} эквивалентной цилиндрической передачи, радиусы r_{avte1} и r_{avte2} окружностей вершин, радиусы r_{fvte1} и r_{fvte2} окружностей впадин (см. рис. 20.6) рассчитывают по формулам, аналогичным выведенным ранее для цилиндрических эвольвентных передач.

При расчете конических передач с криволинейной линией зуба (см. рис. 20.3) эквивалентная цилиндрическая передача является не прямозубой, а имеет винтовые зубья. Поэтому профили зубьев рассматривают в соответствующих нормальных сечениях. Прямозубое цилиндрическое зубчатое колесо, размеры и форма зубьев которого в главном

Тема 6

сечении практически идентичны размерам и форме зубьев конического зубчатого колеса с тангенциальными и криволинейными зубьями в сечении, нормальном к средней линии зуба, называют *биэквивалентным цилиндрическим колесом*, число зубьев которого обозначают z_{vn} (соответственно z_{vn1} и z_{vn2}).

С достаточной для практических расчетов точностью коэффициент формы зубьев таких конических колес оценивают по аналогии с биэквивалентным цилиндрическим колесом, число зубьев которого:

$$z_{vn1} = \frac{z_1}{\cos\delta_1 \cos^3\beta_n}; \qquad z_{vn2} = \frac{z_2}{\cos\delta_2 \cos^3\beta_n}, \qquad (20.9)$$

где β_n — угол наклона средней линии зуба, соответствующий внешнему, среднему, внутреннему или другим расчетным нормальным сечениям зуба конического зубчатого колеса.

Геометрия боковых поверхностей и профилей зубьев теснейшим образом связана с технологией изготовления конических колес. Способ копирования фасонного профиля инструмента для образования профиля на коническом колесе не может быть использован, ибо размеры впадины конического колеса изменяются по мере приближения к вершине конуса. В связи с этим такие инструменты, как модульная дисковая фреза, пальцевая фреза, фасонный шлифовальный круг, могут использоваться только для черновой прорезки впадин или для образования впадин колес не выше 8-й степени точности.

Для нарезания более точных конических колес используют способ обкатки в станочном зацеплении нарезаемой заготовки с воображаемым производящим колесом. Боковые поверхности производящего колеса образуются за счет движения режущих кромок инструмента в процессе главного движения резания, обеспечивающего срезание припуска. Преимущественное распространение получили

Тема 6

Преимущества конического зацепления:

1. Коническое зацепление имеет бо́льший коэффициент перекрытия, чем цилиндрическое внешнее зацепление, так как эквивалентно соответствующему цилиндрическому зацеплению с бо́льшим числом зубьев;

2. Коническое зубчатое колесо можно нарезать, без подреза, с меньшим

(чем 17) числом зубьев;

3. Коническое зацепление может быть как нулевым, так и смещенным (чаще – нулевым), а его расчет ведется по эквивалентным колесам;

4. Коническое зацепление чувствительно к точности сборки и монтажа зацепления, так как профиль зуба конических колес переменный по длине;

5. Коническое зацепление обладает меньшей износостойкостью и нагрузочной способностью, чем цилиндрическое при том же числе зубьев;

Недостатки конического зацепления:

1. Сложность изготовления зубчатых колес;
2. Повышенная чувствительность к изменению конусного расстояния;