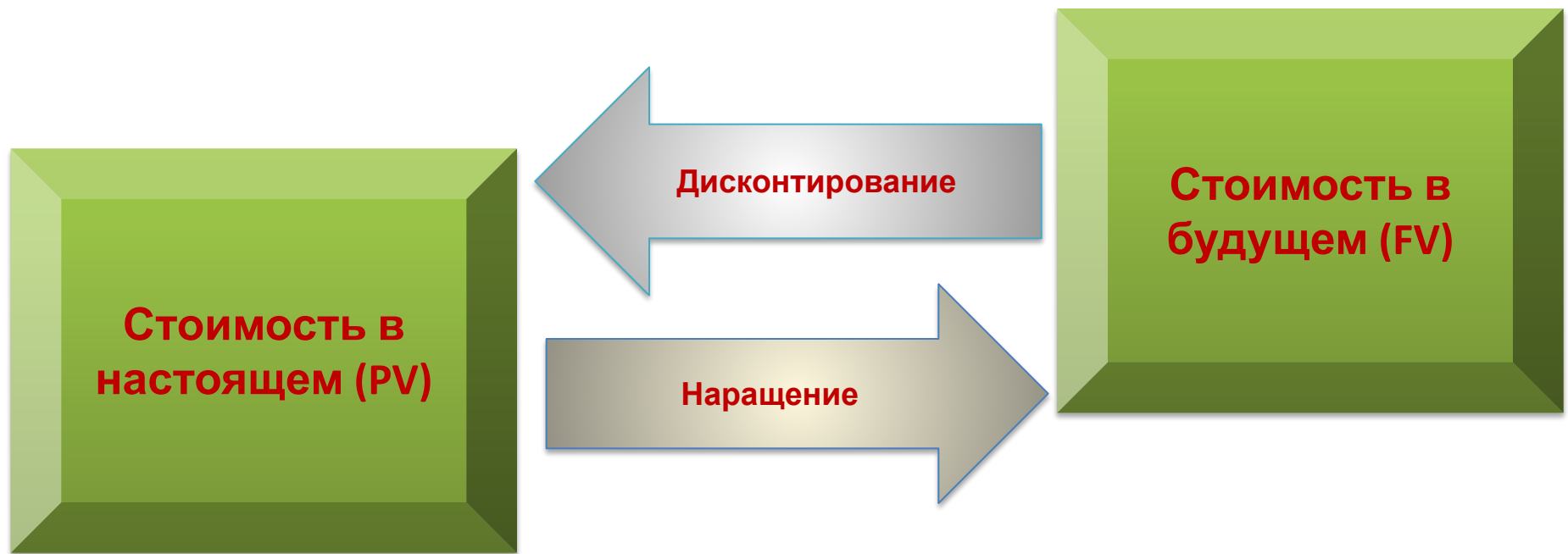


# Наращение и дисконтирование

# Наращение и дисконтирование



# Наращение

Вычислительная процедура, позволяющая оценить суммарную стоимость средств к *концу операции* (первоначально вложенная сумма плюс проценты) или к концу действия проекта

$$FV = PV * (1+r)^n, \text{ где } r - \text{ норма наращивания}$$

$n$  - период



**ПРИМЕР:** Рассчитать наращенную стоимость с исходной суммы в 1000000 рублей при размещении ее в банке на условия начисления 20 % годовых а) на 1 год, б) на 2 года.

**РЕШЕНИЕ:** а)  $1000000 * 1.2 = 1200000$ р.

б)  $FV = 1000000 * 1.2^2 = 1440000$ р.

# Дисконтирование

Противоположная по смыслу процедура, позволяющая определить сумму, которую нужно вложить *сегодня*, чтобы получить известную большую сумму *к концу операции*

$PV = FV \cdot (1+r)^{-n}$ , где  $r$  - норма дисконтирования



**ПРИМЕР:** Из какой суммы, помещённой сегодня на 2 года под 10% годовых с годовым начислением, можно получить к концу срока 1000000р.?

**РЕШЕНИЕ:**  $PV = 1000000 \cdot 1,1^{-2} = 826446$  р.

# Дисконтированная стоимость денежных потоков

*Оценка денежных потоков, ожидаемых к получению в будущем, с позиции настоящего времени*

*$PV = FV * (1+r)^{-n}$  при единичном денежном потоке*

$$PV = \sum_{i=0}^n \frac{CF_i}{(1+r)^i}$$

*при денежных потоках с периодическими*

*поступлениями*



**ПРИМЕР:** Предполагается, что чистый доход предприятия от вложения 1000000 р. составляет в 1 год 500000 р, во второй год 800000 р.

Дисконтированная стоимость денежного потока при 20% ставке дисконта:

$$PV = 500000 * 0.8333 + 800000 * 0.6944 = 972170 \text{ р.}$$

# Коэффициент дисконтирования

(k)

$$K = \frac{1}{(1+r)^i}$$

r- ставка дисконтирования

С одной стороны— это та норма доходности (в %), которая нужна инвестору на вложенный капитал.

С другой стороны она отражает стоимость денег с учетом временного фактора и рисков. Деньги, полученные сейчас, предпочтительнее, чем деньги, которые будут получены в будущем.

Ставка дисконтирования включает в себя:

- минимальный гарантированный уровень доходности;
- темп инфляции;
- коэффициент, учитывающий степень риска конкретного инвестирования.

# Шесть функций сложного процента (шесть функций денежной единицы)

Эти функции позволяют определять будущую или текущую оценку как одиночного платежа, так и потока платежей (*Cash flow*), а также величины платежей, которые необходимо производить для формирования денежных потоков с заданными значениями их будущих или текущих оценок.

# 1. Будущая стоимость денежной единицы (future value of one)

$$FV = PV \times FVIF,$$

где  $FVIF = (1+r)^n$  - *Future value interest factor*; позволяет рассчитать, до какой суммы вырастет 1р., помещенный на срок, состоящий из  $n$  периодов, с начислением по ставке  $r$  за каждый период.

*Пример* Договор вклада между клиентом и банком заключен на следующих условиях: срок вклада 6 месяцев, ставка 9% годовых, начисление ежемесячное. Рассчитать сумму в конце срока, если на вклад помещено 200000 рублей.

$$\text{Решение} \Rightarrow FV = 200000 \text{ р.} \times \left(1 + \frac{0.09}{12}\right)^6 = 209170 \text{ р.} .$$



## 2. Накопление единицы за период (Accumulation of one per period)

$$FVA = PMT \times FVIFA,$$

$$\text{Где } FVIFA = \frac{(1+r)^n - 1}{r} - \text{Future value interest factor of annuity}$$

(процентный фактор будущей стоимости аннуитета) позволяет рассчитать, какая сумма накопится в конце  $n$  периодов при внесении по 1р. в конце каждого с начислением процентов по ставке  $r$ .

*Пример* Рассчитать, какая сумма накопится за 10 лет, если вносить в конце каждого месяца по 2000 р. под 6% годовых с ежемесячным начислением.

$$\text{Решение } FVA = 2000 \text{ р.} \times \frac{(1 + \frac{0.06}{12})^{120} - 1}{\frac{0.06}{12}} = 327758.69 \text{ р.}$$

### 3. Фактор фонда возмещения (*Sinking fund*)

$$PMT(FVA) = FVA / FVIFA$$

Функция позволяет рассчитать величину регулярных равновеликих взносов, производимых в конце каждого из  $n$  периодов с начислением процентов по ставке  $r$ , чтобы в конце получился 1р.

*Пример.* Если за 10 лет необходимо накопить 1000000р., то при ежемесячном начислении по ставке 6% годовых в конце каждого месяца необходимо вносить по 6102,05р. .; расчет приведён ниже:

*Решение*

$$PMT = 1000000 \text{ р.} \times \frac{\frac{0.06}{12}}{\left(1 + \frac{0.06}{12}\right)^{120} - 1} = 6102,05 \text{ р.}$$

## 4. Текущая стоимость денежной единицы (present worth (value) of one)

$$PV = PMT \times PVIF,$$

где  $PVIF = (1+r)^{-n}$  - *Present value interest factor*; позволяет рассчитать, какую сумму нужно поместить на  $n$  периодов с начислением процентов по ставке  $r$ , чтобы к концу срока она выросла до 1р.

*Пример* Из какой суммы, помещённой сегодня на 2 года под 10% годовых с ежеквартальным начислением, можно получить к концу срока 1000000р.?

*Решение*

$$PV = 1000000 \times \left(1 + \frac{0.1}{4}\right)^{-8} = 820746.57 \text{ р.}$$

## 5. Текущая стоимость аннуитета (*Present worth (value) of annuity*)

$$PVA = PMT \times PVIFA,$$

где  $PVIFA = \frac{1 - (1 + r)^{-n}}{r}$  - *Present value interest factor of annuity*; позволяет рассчитать, какую сумму нужно поместить сегодня на  $n$  периодов с начислением процентов по ставке  $r$ , чтобы в конце каждого периода получать  $1r$ . дохода. Иначе, какую сумму кредита можно погасить за  $n$  периодов, если выплачивать по  $1 r$ . в конце каждого из них, если на остаток долга проценты начисляются по ставке  $r$ .

*Пример 1.5.* Рассчитать допустимую для Вас сумму кредита сроком на 3 года под 12% годовых, если он должен погашаться равновеликими платежами в конце каждого месяца, а Ваш доход позволяет направлять на эти цели не более 10000 р. в месяц.

$$\text{Решение 5.5: } PVA = 10000 \times \frac{1 - \left(1 + \frac{0,12}{12}\right)^{-36}}{\frac{0,12}{12}} = 301075 \text{ р.05} .$$

## 5-а. Текущая стоимость бессрочного аннуитета (*Present Value of the Perpetuity*)

*Перпетуитет (бессрочный аннуитет или вечная рента)* — это бесконечная последовательность равных платежей, осуществляемых через равные интервалы времени.

Примерами перпетуитетов являются выплаты:

- 1) дивидендов по привилегированным акциям с фиксированной ставкой дивиденда и неограниченным периодом обращения;
- 2) купонов по облигациям без погашения (или с очень большими сроками до погашения).

Для расчета текущей стоимости перпетуитета значение процентного фактора  $PVIFA = \frac{1 - (1 + r)^{-n}}{r}$ , при  $n \rightarrow \infty$  стремится к  $\frac{1}{r}$ . В результате

$$PVP = \frac{PMT}{r}.$$

## 6. Взнос на амортизацию единицы (*Installment to amortize one*)

$$PMT(PVA) = PVA / PVIFA$$

Функция позволяет рассчитать величину регулярных равновеликих взносов, производимых в конце каждого из  $n$  периодов, чтобы погасить долг в сумме  $1р.$  с начислением процентов по ставке  $r$ .

*Пример.* Кредит в сумме 10000000 р. должен быть погашен за 2 года равными платежами, производимыми в конце года. Рассчитать величину ежегодного платежа при 12% годовых.

$$\text{Решение: } PMT = 10000000 \times \frac{0.12}{1 - (1 + 0.12)^{-2}} = 5916981.13р.$$

# Контрольные задания к теме

1. Гражданин X поручил бухгалтерии своего предприятия ежемесячно перечислять на свой лицевой счет в пенсионном фонде 1000 р. для формирования накопительной части пенсии. Рассчитать сумму средств, накопленных за 20 лет в предположении, что управляющая компания начисляет на размещенные средства проценты ежемесячно из 8 % годовых.
2. По результатам предыдущей задачи рассчитать максимально возможную сумму ежемесячных изъятий из созданного накопительного фонда в течение 19 лет после выхода на пенсию, если на остаток средств проценты будут начисляться ежемесячно из 6 % годовых.
3. (*Обобщающий пример*). Через 6 лет Ваша дочь будет учиться в колледже. Время обучения 4 года. Плату за обучение (\$1000) нужно вносить в начале каждого года. Какие суммы нужно помещать в банк в начале каждого из предстоящих 6 лет, чтобы к началу 1-го учебного года получилась сумма, достаточная для внесения всех предстоящих платежей, если ставка процента по вкладам 10 % годовых?