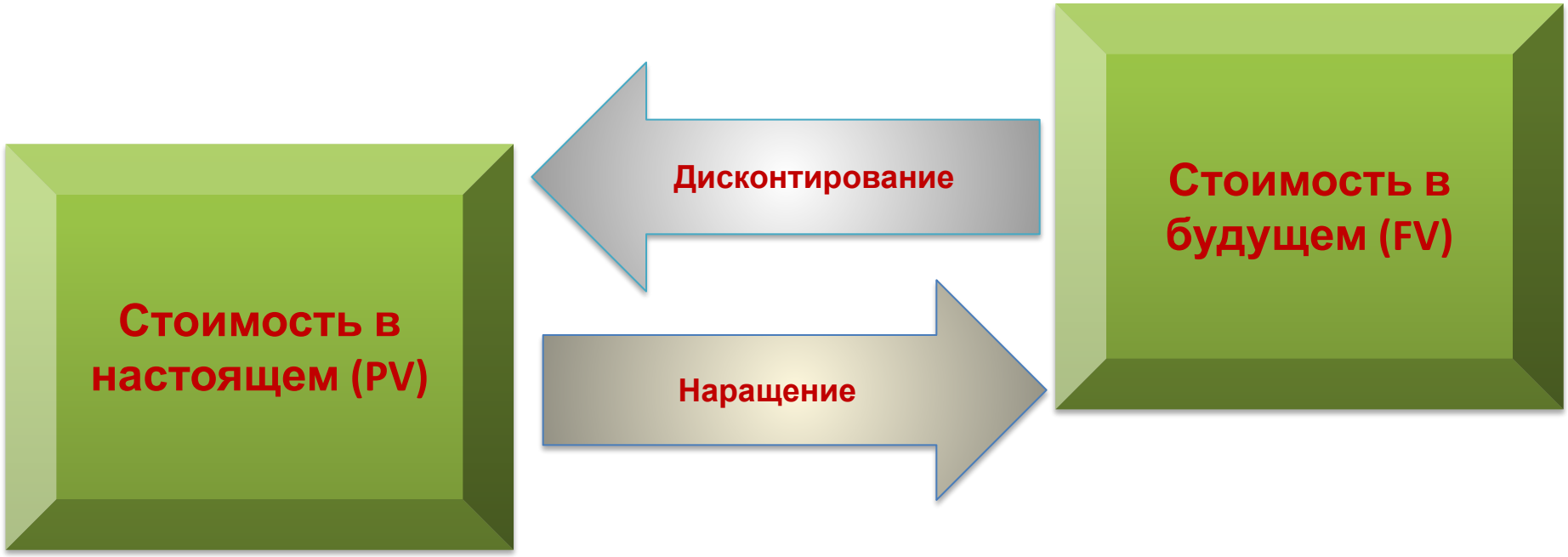
Наращение и дисконтирование

Наращение и дисконтирование



Наращение

Вычислительная процедура, позволяющая оценить суммарную стоимость средств к *концу операции* (первоначально вложенная сумма плюс проценты) или к концу действия проекта

$FV=PV*(1+r)^n$, где r- норма наращения

n - период

ПРИМЕР: Рассчитать наращенную стоимость с исходной суммы в 1000000 рублей при размещении ее в банке на условии начисления 20 % годовых а)на 1 год, б)на 2 года.

РЕШЕНИЕ: а) 1000000*1.2=1200000р.

б) $FV=1000000*1.2^2$ = 1440000р.

Дисконтирование

Противоположная по смыслу процедура, позволяющая определить сумму, которую нужно вложить *сегодня,* чтобы получить известную большую сумму *к концу операции*

$PV=FV*(1+r)^{-n}$, где- r - норма дисконтирования

ПРИМЕР: Из какой суммы, помещённой сегодня на 2 года под 10% годовых с годовым начислением, можно получить к концу срока 1000000р.?

РЕШЕНИЕ: $PV = 1000000*1,1^{-2} = 826446$ р.

Дисконтированная стоимость денежных потоков

Оценка денежных потоков, ожидаемых к получению в будущем, с позиции настоящего времени

$PV=FV*(1+r)^{-n}$ при единичном денежном потоке

$$PV = \sum_{i=0}^{n} \frac{CF_i}{(1+r)^i}$$

При денежных потоках с периодическими поступлениями

ПРИМЕР: Предполагается, что чистый доход предприятия от вложения 1000000 р. составляет в 1 год 500000 р, во второй год 800000 р. Дисконтированная стоимость денежного потока при 20% ставке дисконта:

*PV = 500000*0.8333+800000*0.6944=972170 р.*

Коэффициент дисконтирования (k)

$$\kappa = \frac{1}{(1+r)^i}$$

r- ставка дисконтирования

С одной стороны— это та норма доходности (в %), которая нужна инвестору на вложенный капитал.

С другой стороны она отражает стоимость денег с учетом временного фактора и рисков. Деньги, полученные сейчас, предпочтительнее, чем деньги, которые будут получены в будущем.

Ставка дисконтирования включает в себя:

- минимальный гарантированный уровень доходности;
- темп инфляции;
- коэффициент, учитывающий степень риска конкретного инвестирования.

Шесть функций сложного процента (шесть функций денежной единицы)

Эти функции позволяют определять будущую или текущую оценку как одиночного платежа, так и потока платежей *(Cash flow)*, а также величины платежей, которые необходимо производить для формирования денежных потоков с заданными значениями их будущих или текущих оценок.

1. Будущая стоимость денежной единицы (future value of one)

$FV = PV \times FVIF$,

где $FVIF = (1+r)^n$ - *Future value interest factor;* позволяет рассчитать, до какой суммы вырастет 1р., помещенный на срок, состоящий из n периодов, с начислением по ставке r за каждый период.

Пример Договор вклада между клиентом и банком заключен на следующих условиях: срок вклада 6 месяцев, ставка 9% годовых, начисление ежемесячное. Рассчитать сумму в конце срока, если на вклад помещено 200000 рублей.

Решение $\Rightarrow FV = 200000\,р. \times (1+\frac{0.09}{12})^6 = 209170\,р.45$.

2. Накопление единицы за период(Accumulation of one per period)

$$FVA = PMT \times FVIFA,$$

Где $FVIFA = \frac{(1+r)^n - 1}{r}$ - *Future value interest factor of annuity* (процентный фактор будущей стоимости аннуитета) позволяет рассчитать, какая сумма накопится в конце *n* периодов при внесении по 1р. в конце каждого с начислением процентов по ставке *r*.

Пример Рассчитать, какая сумма накопится за 10 лет, если вносить в конце каждого месяца по 2000 р. под 6% годовых с ежемесячным начислением.

Решение $FVA = 2000\,р. \times \frac{(1+\frac{0.06}{12})^{120} - 1}{\frac{0.06}{12}} = 327758.69\,р.$

3. Фактор фонда возмещения *(Sinking fund)*

$$PMT(FVA) = FVA / FVIFA$$

Функция позволяет рассчитать величину регулярных равновеликих взносов, производимых в конце каждого из *n* периодов с начислением процентов по ставке *r*, чтобы в конце получился 1р.

Пример. Если за 10 лет необходимо накопить 1000000р., то при ежемесячном начислении по ставке 6% годовых в конце каждого месяца необходимо вносить по $6102,05\,р.$.; расчет приведён ниже:

Решение

$$PMT = 1000000\,р. \times \frac{\frac{0.06}{12}}{(1+\frac{0.06}{12})^{120} - 1} = 6102,05\,р.$$

4. Текущая стоимость денежной единицы (present worth (value) of one)

$PV = PMT \times PVIF,$

где $PVIF = (1+r)^{-n}$ - *Present value interest factor;* позволяет рассчитать, какую сумму нужно поместить на *n* периодов с начислением процентов по ставке *r*, чтобы к концу срока она выросла до 1р.

Пример Из какой суммы, помещённой сегодня на 2 года под 10% годовых с ежеквартальным начислением, можно получить к концу срока 1000000р.?

Решение

$$PV = 1000000 \times (1+\frac{0.1}{4})^{-8} = 820746.57\,p.$$

5. Текущая стоимость аннуитета (Present worth (value) of annuity)

$$PVA = PMT \times PVIFA,$$

где $PVIFA = \frac{1-(1+r)^{-n}}{r}$ - *Present value interest factor of annuity;* позволяет рассчитать, какую сумму нужно поместить сегодня на *n* периодов с начислением процентов по ставке *r*, чтобы в конце каждого периода получать 1р. дохода. Иначе, какую сумму кредита можно погасить за *n* периодов, если выплачивать по 1 р. в конце каждого из них, если на остаток долга проценты начисляются по ставке *r*.

Пример 1.5. Рассчитать допустимую для Вас сумму кредита сроком на 3 года под 12% годовых, если он должен погашаться равновеликими платежами в конце каждого месяца, а Ваш доход позволяет направлять на эти цели не более 10000 р. в месяц.

Решение5.5: $PVA = 10000 \times \frac{1-(1+\frac{0,12}{12})^{-36}}{\frac{0,12}{12}} = 301075 р.05$.

5-а. Текущая стоимость бессрочного аннуитета (Present Value of the Perpetuity)

Перпетуитет (бессрочный аннуитет или вечная рента) — это бесконечная последовательность равных платежей, осуществляемых через равные интервалы времени.

Примерами перпетуитетов являются выплаты:

1) дивидендов по привилегированным акциям с фиксированной ставкой дивиденда и неограниченным периодом обращения;
2) купонов по облигациям без погашения (или с очень большими сроками до погашения).

Для расчета текущей стоимости перпетуитета значение процентного фактора $PVIFA = \frac{1-(1+r)^{-n}}{r}$, при $n \to \infty$ стремится к $\frac{1}{r}$. В результате

$$PVP = \frac{PMT}{r}.$$

6. Взнос на амортизацию единицы (Installment to amortize one)

$$PMT(PVA) = PVA / PVIFA$$

Функция позволяет рассчитать величину регулярных равновеликих взносов, производимых в конце каждого из *n* периодов, чтобы погасить долг в сумме 1р. с начислением процентов по ставке *r*.

Пример. Кредит в сумме 10000000 р. должен быть погашен за 2 года равными платежами, производимыми в конце года. Рассчитать величину ежегодного платежа при 12% годовых.

Решение: $PMT = 10000000 \times \dfrac{0.12}{1-(1+0.12)^{-3}} = 5916981.13 р.$

Контрольные задания к теме

1. Гражданин Х поручил бухгалтерии своего предприятия ежемесячно перечислять на свой лицевой счет в пенсионном фонде 1000 р. для формирования накопительной части пенсии. Рассчитать сумму средств, накопленных за 20 лет в предположении, что управляющая компания начисляет на размещенные средства проценты ежемесячно из 8 % годовых.

2. По результатам предыдущей задачи рассчитать максимально возможную сумму ежемесячных изъятий из созданного накопительного фонда в течение 19 лет после выхода на пенсию, если на остаток средств проценты будут начисляться ежемесячно из 6 % годовых.

3. (*Обобщающий пример).* Через 6 лет Ваша дочь будет учиться в колледже. Время обучения 4 года. Плату за обучение ($1000) нужно вносить в начале каждого года. Какие суммы нужно помещать в банк в начале каждого из предстоящих 6 лет, чтобы к началу 1-го учебного года получилась сумма, достаточная для внесения всех предстоящих платежей, если ставка процента по вкладам 10 % годовых?