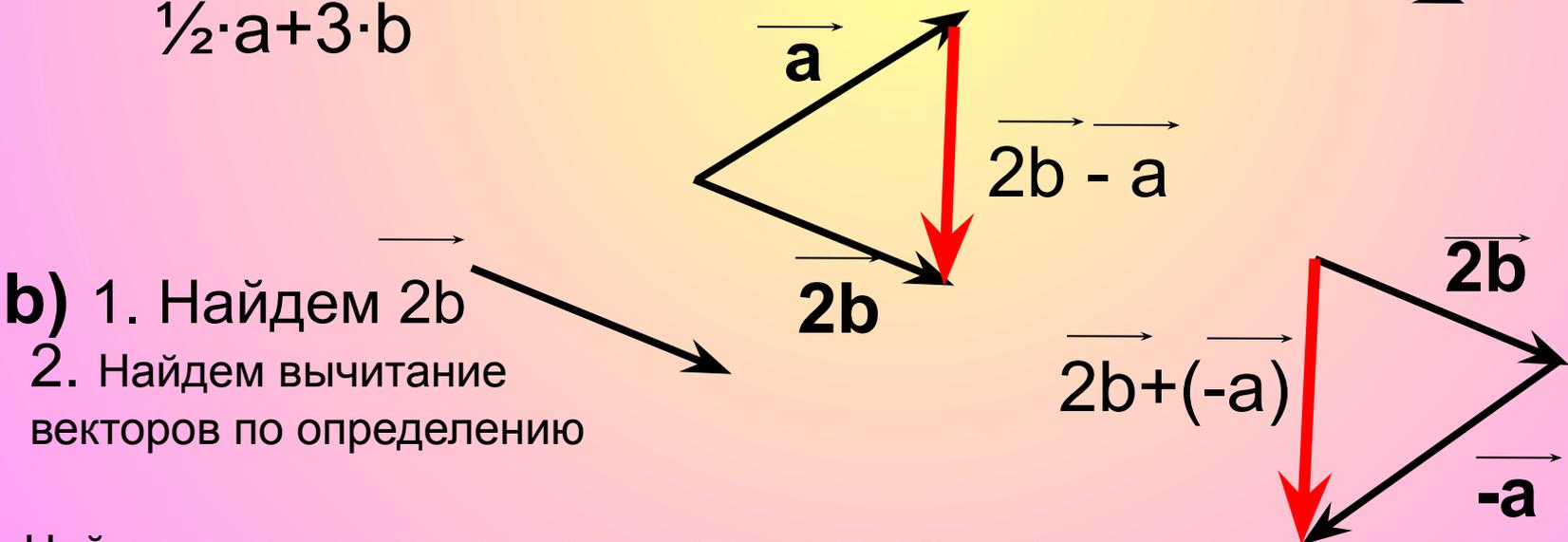
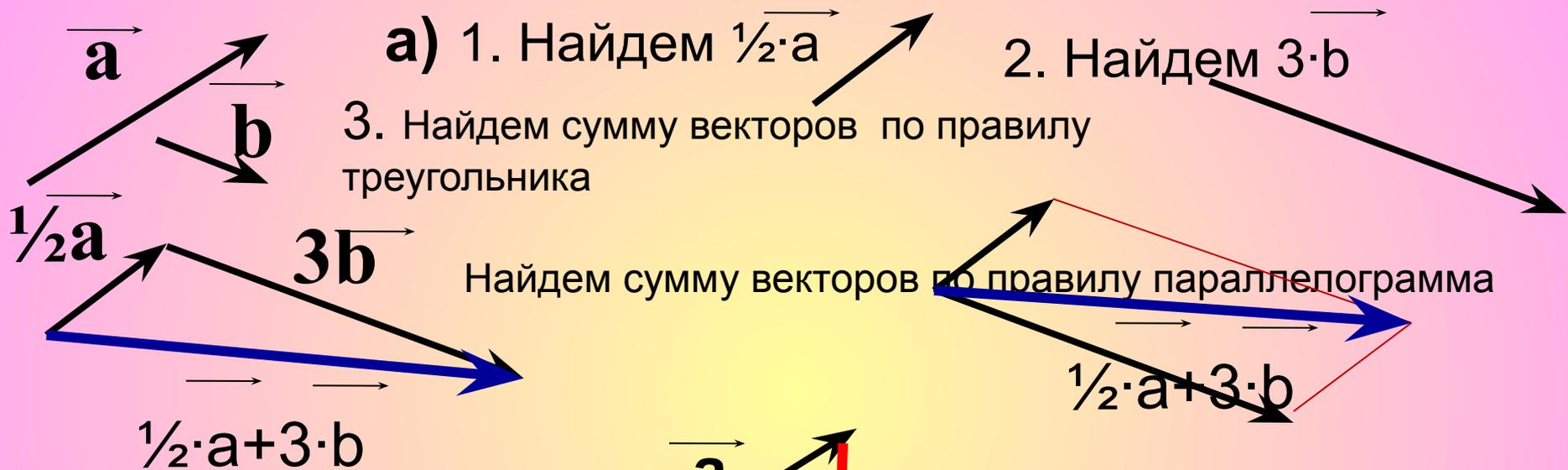


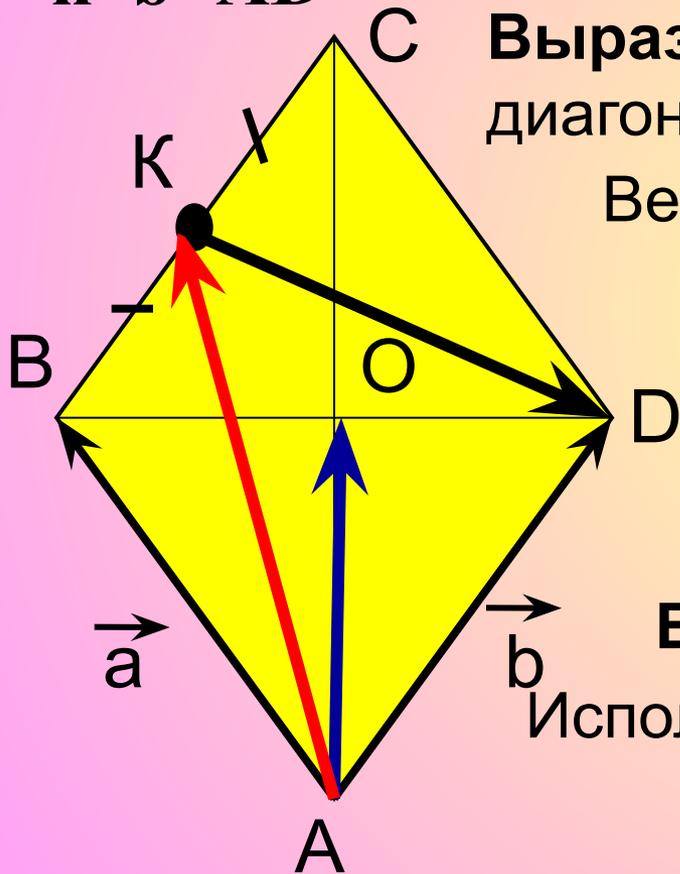
Начертить два неколлинеарных вектора \vec{a} и \vec{b} .
 Постройте векторы, равные: а) $\frac{1}{2}\vec{a}+3\vec{b}$ б) $2\vec{b}-\vec{a}$



Найдем вычитание векторов используя понятие противоположного вектора

На стороне BC ромба ABCD лежит точка K так, что BK=KC, O- точка пересечения диагоналей.

Выразите векторы \vec{AO} , \vec{AK} , \vec{KD} через векторы $\vec{a} = \vec{AB}$ и $\vec{b} = \vec{AD}$



Выразим \vec{AO} , \vec{AO} - половина диагонали AC
 $\vec{AO} = \frac{1}{2} \cdot (\vec{a} + \vec{b})$ значит $\vec{AO} = \frac{1}{2} \vec{AC}$

Вектор $\vec{AC} = \vec{a} + \vec{b}$ (по правилу пар-ма)

Выразим \vec{AK}

По свойству ромба $AD = BC$, $\vec{AD} \parallel \vec{BC}$

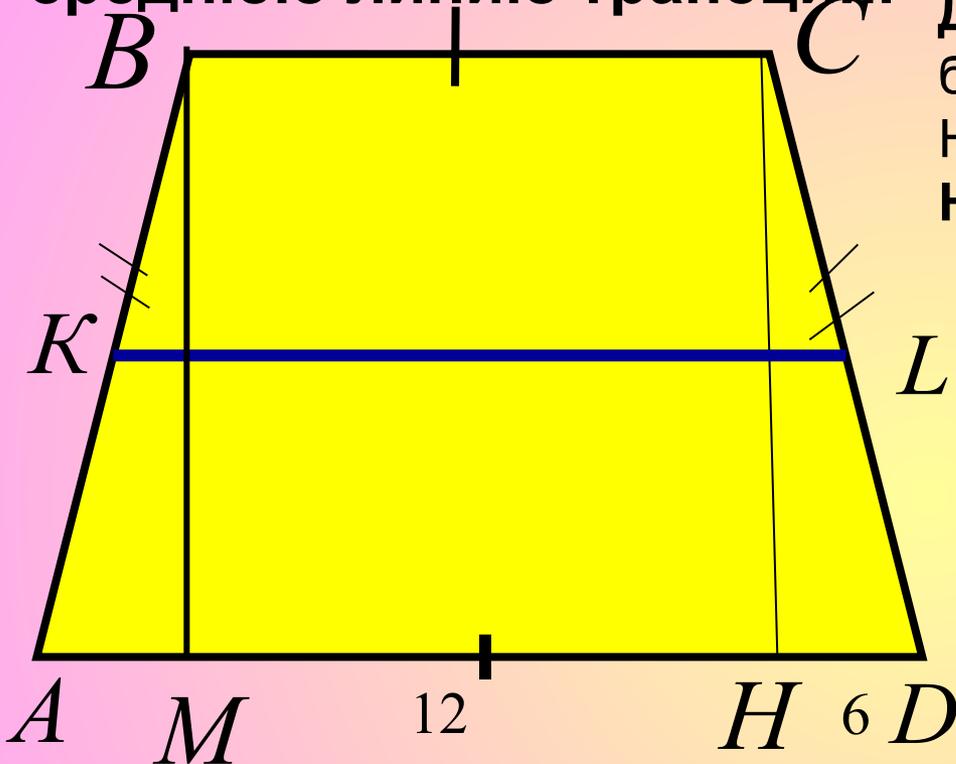
$$\vec{AK} = \vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b} \quad \vec{BK} = \frac{1}{2} \vec{BC}, \quad \vec{BK} = \frac{1}{2} \vec{b}$$

Выразим \vec{KD}

Используем векторы \vec{b} и \vec{AK}

$$\vec{KD} = \vec{b} - (\vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b}) = \frac{1}{2} \vec{b} - \vec{a}$$

В равнобедренной трапеции высота делит большее основание на отрезки, равные 6 и 12см. Найдите среднюю линию трапеции.



Дано: ABCD – трапеция, AD – большее основание CH – высота, HD = 6 см, AH = 12 см

Найти: KL – средняя линия

Решение:
 Трап. KL равнобедренная, $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle C$, $AB = CD$

Чтобы найти ср. линию надо $AD = 6 + 12 = 18$ см. Найдём BC.

Проведём высоту BM
 $AM = HD = 6$ т.к. $\triangle BMA = \triangle CHD$

BC = MH – как отрезки прямых заключённых между параллельными прямыми $BM \parallel CH$ (т.к. $BM \perp AD$, $CH \perp AD$) $MH = BC = 6$ см

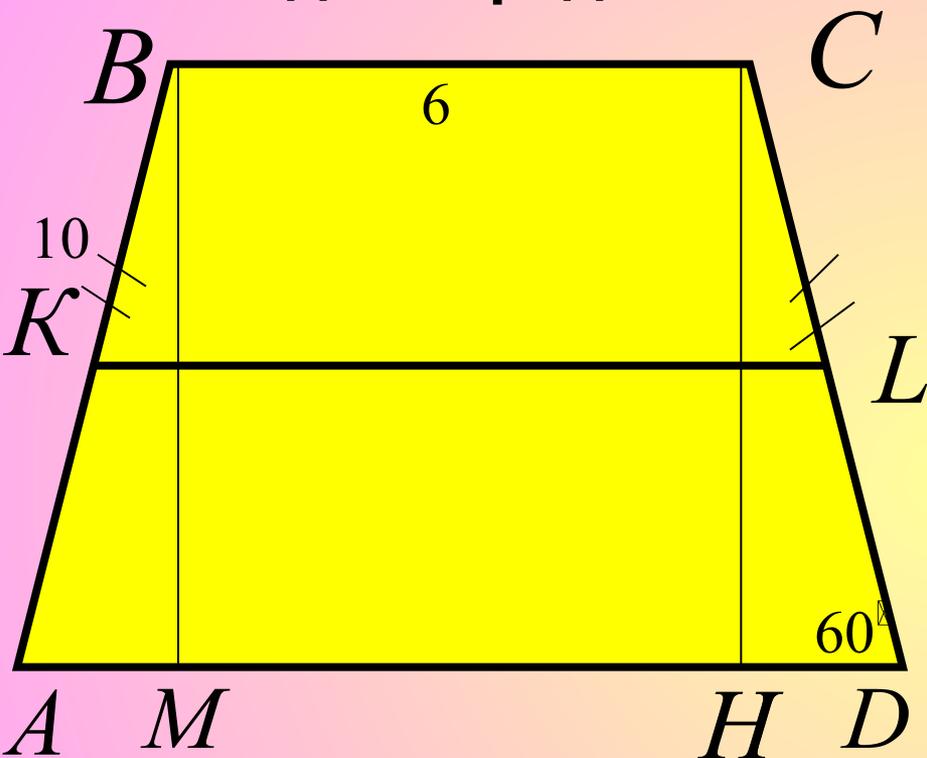
$\triangle BMA = \triangle CHD$ равны по гипотенузе $BA = CD$ и острому углу $\angle A = \angle D$

Значит $MH = 12 - 6 = 6$ см

$$KL = \frac{6 + 18}{2} = \frac{24}{2} = 12 \text{ см}$$

Ответ: 12 см

В равнобедренной трапеции один из углов равен 60° , боковая сторона равна 10 см, а меньшее основание 6 см. Найдите среднюю линию трапеции.



Дано: ABCD – трапеция, $\angle HDC = 60^\circ$
 $AB = 10$ см, $BC = 6$ см.

Решение:
 Найти: KL – средняя линия

Трап. Равнобедренная, $\angle A = \angle D$,
 чтобы найти ср. линию надо
 $\angle B = \angle C$, $\frac{AB + CD}{2} = 10$ см

$$BC = 6 \text{ см } AD = ?$$

Рассмотрим $\triangle CHD$ – прямоугольный
 $\angle D = 60^\circ$ то $\angle HCD = 30^\circ$ $HD = \frac{1}{2} CD$,

Проведем BM – высота

$$AD = AM + MH + HD = 5 + 6 + 5 = 16 \text{ см.}$$

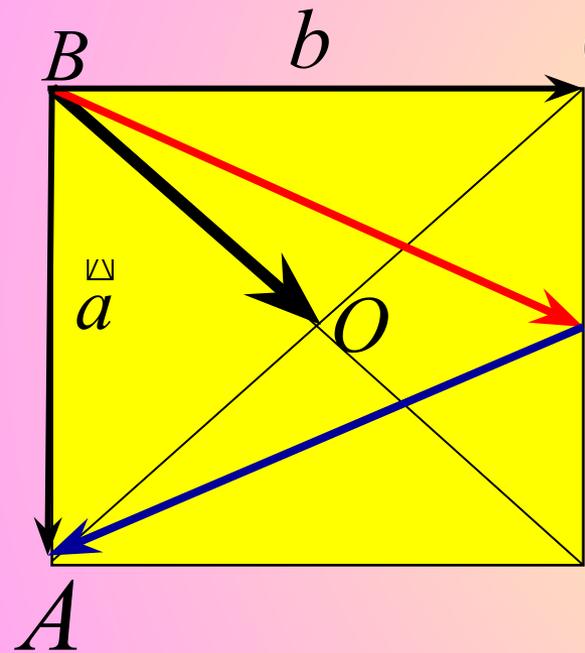
$AM = 5$ см как отрезок, заключенный между перпендикулярами к боковым сторонам равнобедренной трапеции

$$KL = \frac{6 + 16}{2} = \frac{22}{2} = 11$$

Ответ: 11 см

На сторонах CD квадрата ABCD лежит точка P так, что CP=PD, O-точка пересечения диагоналей.

Выразите векторы BO, BP, PA через векторы $\vec{a}=\vec{BA}$, $\vec{b}=\vec{BC}$



Дано: ABCD- квадрат. $\vec{AB}=\vec{a}$, $\vec{AC}=\vec{b}$
 Найти: \vec{BO} , \vec{BP} , \vec{PA}

$$\vec{BO} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b})$$

Решение: $\vec{BD} = \vec{BA} + \vec{BC} = \vec{a} + \vec{b}$

$$\vec{BP} = \vec{BC} + \vec{CP}$$

$$\vec{BP} = \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{a}$$

$\vec{CD} = \vec{BA} = \vec{a}$, $CP = \frac{1}{2}CD$,

$$\vec{CP} = \frac{1}{2}\vec{CD} = \frac{1}{2}\vec{a}$$

$$\vec{PA} = \vec{PD} + \vec{DA}$$

$$\vec{PD} = \frac{1}{2}\vec{CD} = \frac{1}{2}\vec{a}, \quad \vec{DA} = -\vec{b}$$

\vec{DA} и \vec{BC} –противоположные, $\vec{DA} = -\vec{b}$

$$\vec{PA} = \frac{1}{2}\vec{a} + (-\vec{b})$$

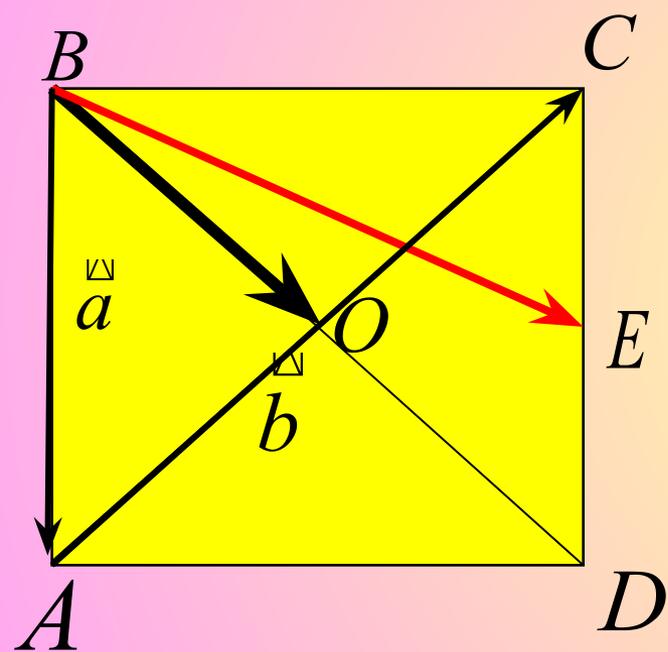
$$\vec{PA} = \frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$$

или $\vec{PA} = \vec{BA} - \vec{BP}$

$$\vec{PA} = \vec{a} - (\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{a}) = \frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$$

На сторонах CD квадрата $ABCD$ лежит точка E так, что $CE=ED$, O -точка пересечения диагоналей.

Выразите векторы \vec{BO} , \vec{BE} через векторы $\vec{a}=\vec{BA}$, $\vec{b}=\vec{AC}$



Дано: $ABCD$ - квадрат. $AB=a$, $AC=b$

Найти: \vec{BO} , \vec{BE}

Решение

$$\vec{BO} = \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$$

$$\vec{BE} = \vec{BC} + \vec{CE},$$

$$\vec{CE} = \frac{1}{2}\vec{CD}, \quad \vec{CD} = \vec{BA} = \vec{a}$$

$$\vec{BC} = \vec{BA} + \vec{AC} = \vec{a} + \vec{b}$$

$$\vec{BE} = (\vec{a} + \vec{b}) + \frac{1}{2}\vec{a} = 1\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$$

На сторонах BC и CD параллелограмма ABCD

отмечены точки K и E так, что BK=KC, CE:ED=2:3

Выразите векторы AK, AE, KE через векторы $\vec{x}=\vec{AB}$, $\vec{y}=\vec{AD}$

Дано: ABCD- параллелограмм.

C $\vec{BK}=\vec{KC}, \vec{CE}:\vec{ED}=2:3.$
 $\vec{AK}=\vec{AB}+\vec{BK}$

Найти: $\vec{AK}, \vec{AE}, \vec{KE}$

$\vec{BK}=\frac{1}{2}\vec{BC}=\frac{1}{2}\vec{y}$

Решение:

$$\vec{AK} = \vec{x} + \frac{1}{2}\vec{y}$$

$$\vec{AE} = \vec{AD} + \vec{DE}$$

$$\vec{DE} = \frac{3}{5}\vec{DC} = \frac{3}{5}\vec{x}$$

$$\vec{AE} = \vec{y} + \frac{3}{5}\vec{x}$$

$$\vec{KE} = \vec{AE} - \vec{AK}$$

$$\vec{KE} = \left(\vec{y} + \frac{3}{5}\vec{x}\right) - \left(\vec{x} + \frac{1}{2}\vec{y}\right) = \vec{y} - \frac{2}{5}\vec{x} - \frac{1}{2}\vec{y} = \frac{1}{2}\vec{y} - \frac{2}{5}\vec{x}$$

