Лекция №6

Кинематика плоскопараллельного движения абсолютно твердого тела и сложного движения точки.

1. Закон движения плоской фигуры. Распределение линейных скоростей точек плоской фигуры при плоском движении. Теорема о сложении скоростей. Мгновенный центр скоростей

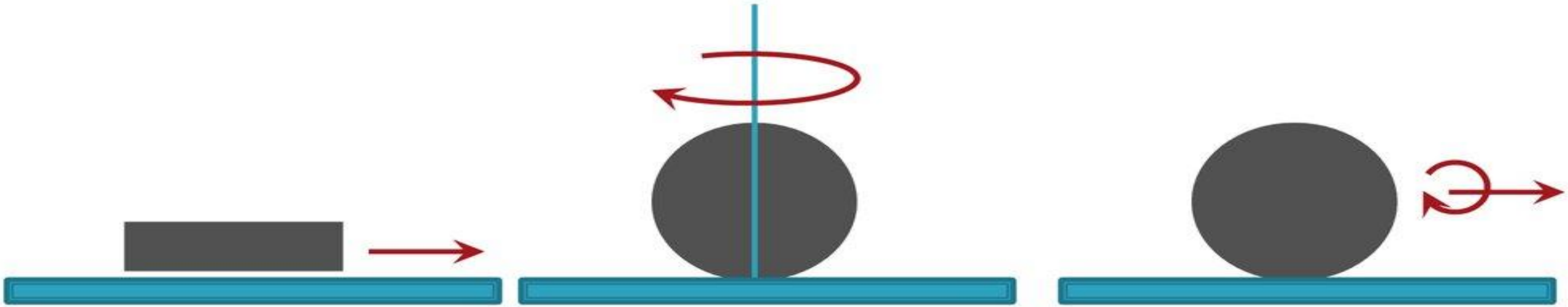
2. Распределение линейных ускорений точек плоской фигуры при плоском движении.

3. Абсолютное, переносное и относительное движения. Переносная, относительная и абсолютная скорости движения точки. Теорема о сложении скоростей.

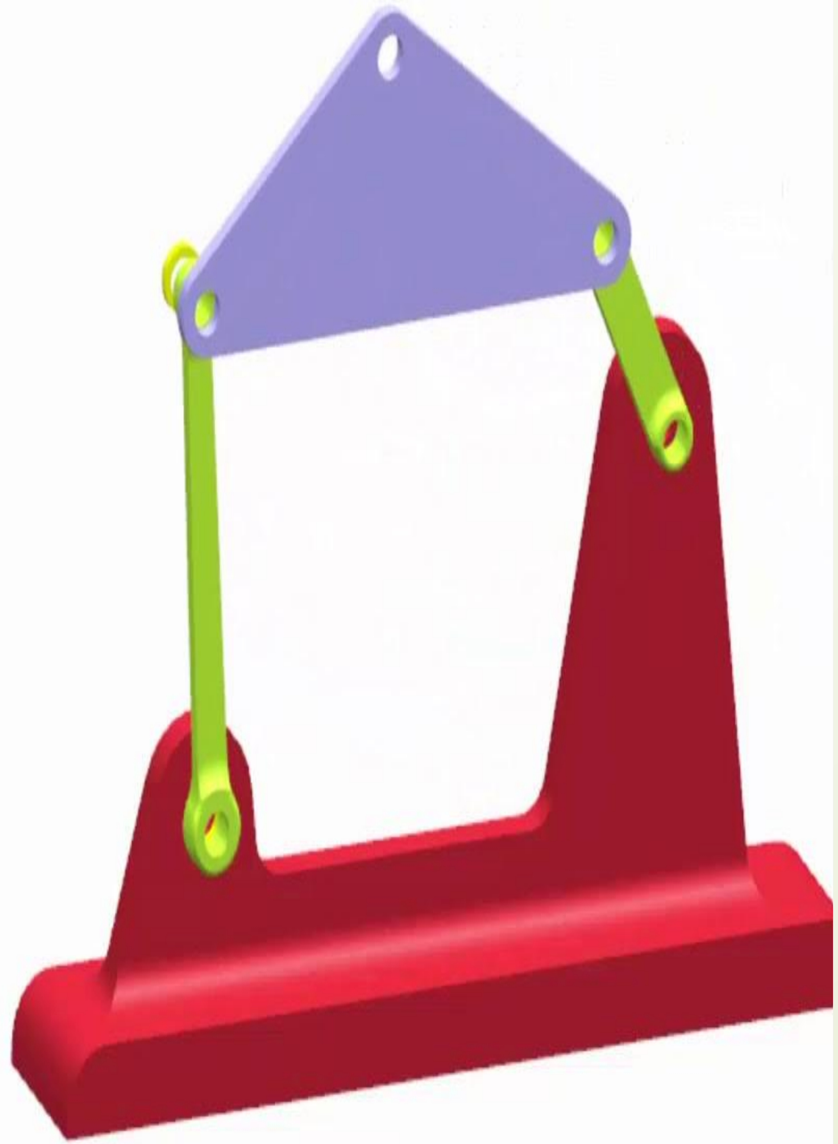
4. Переносное, относительное, кориолисово и абсолютное ускорения движения точки. Теорема о сложении ускорений (теорема Кориолиса).

Вопрос 1 – *Закон движения плоской фигуры. Распределение линейных скоростей точек плоской фигуры при плоском движении. Теорема о сложении скоростей. Мгновенный центр скоростей.*

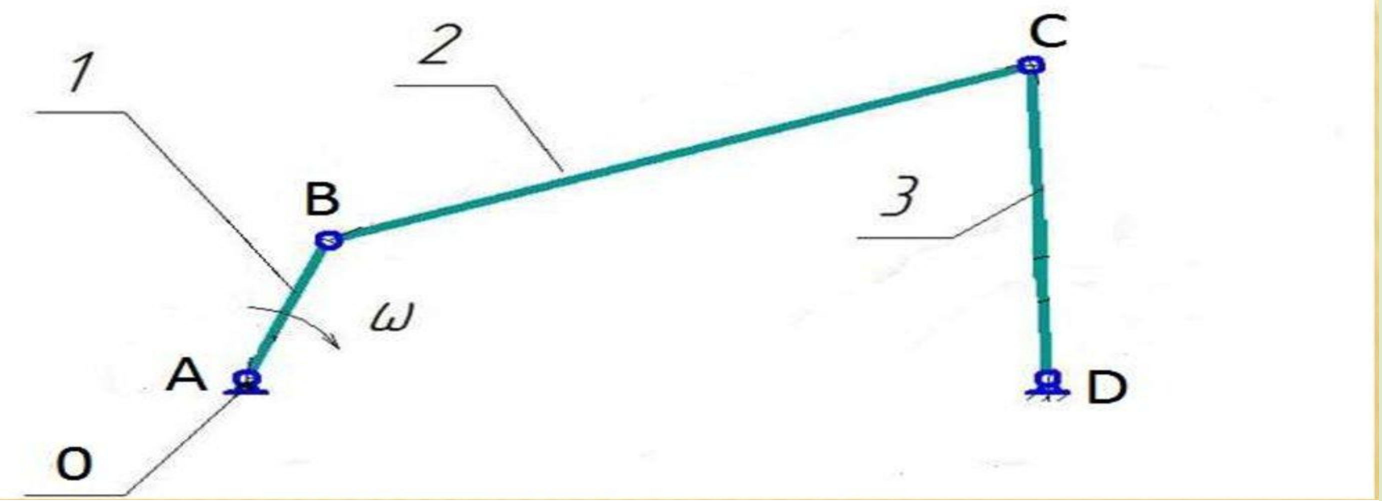
Плоским называется движение, при котором все точки тела двигаются параллельно какой-либо неподвижной плоскости. https://youtu.be/H1UYwz00A6w



Примеры плоского движения тел

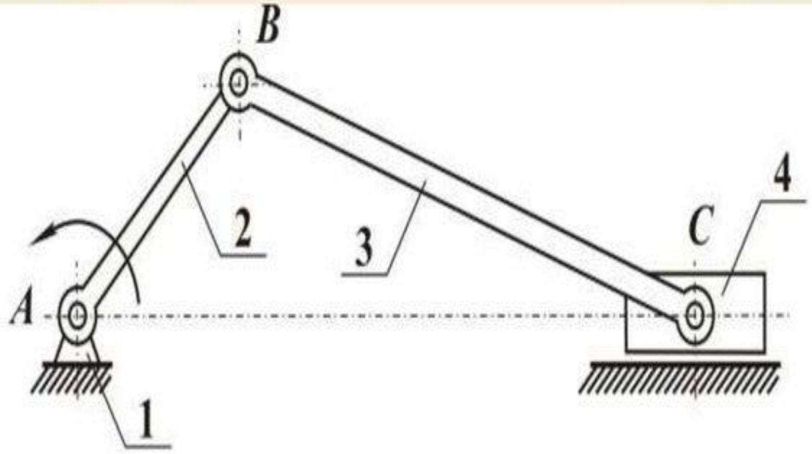


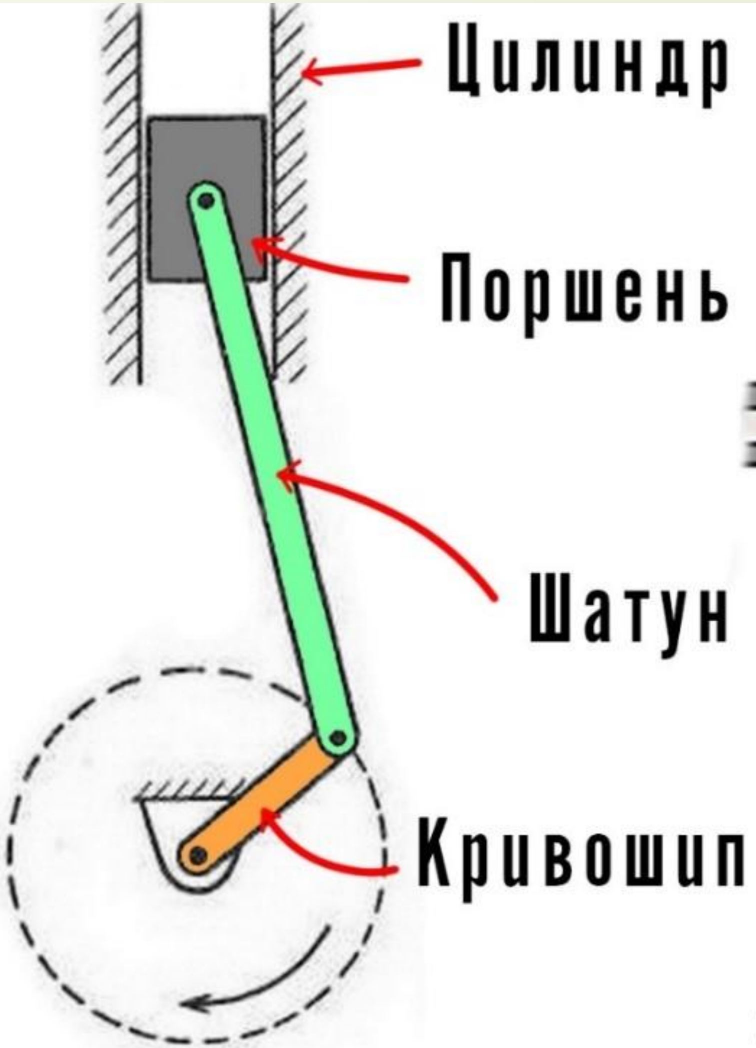
ШАРНИРНЫЙ ЧЕТЫРЕХЗВЕННИК.

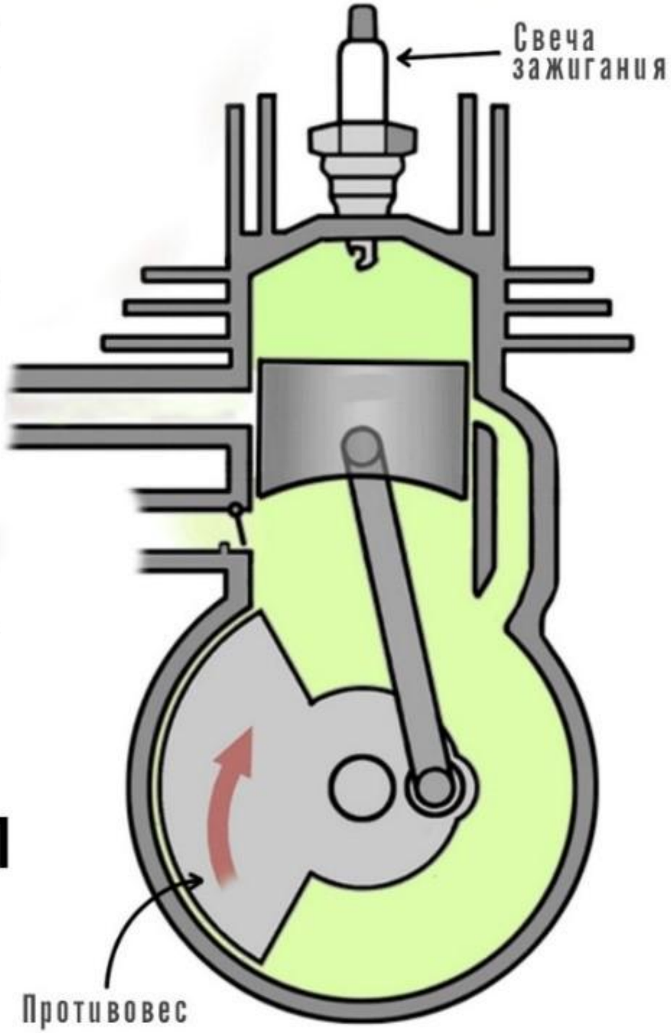


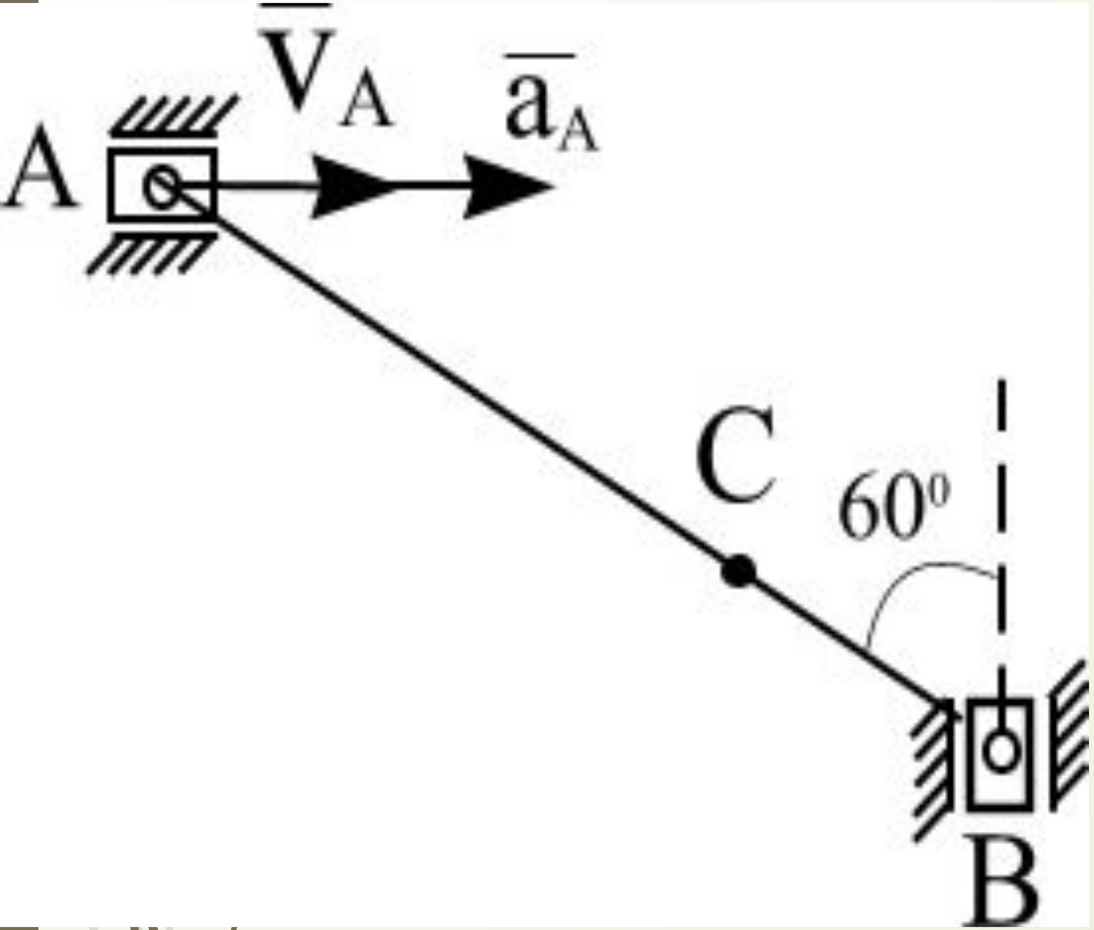
Четыре звена
О – стойка
1,3 – вращающиеся звенья
2 – звено образует кинематические пары только с подвижными звеньями 1,3 – **шатун**
Вращающееся звено, совершающее полный оборот вокруг неподвижной оси, называется **кривошипом (1)**, а звено, совершающее качательное движение – **Коромыслом (3)**

2. Кривошипно-шатунный механизм

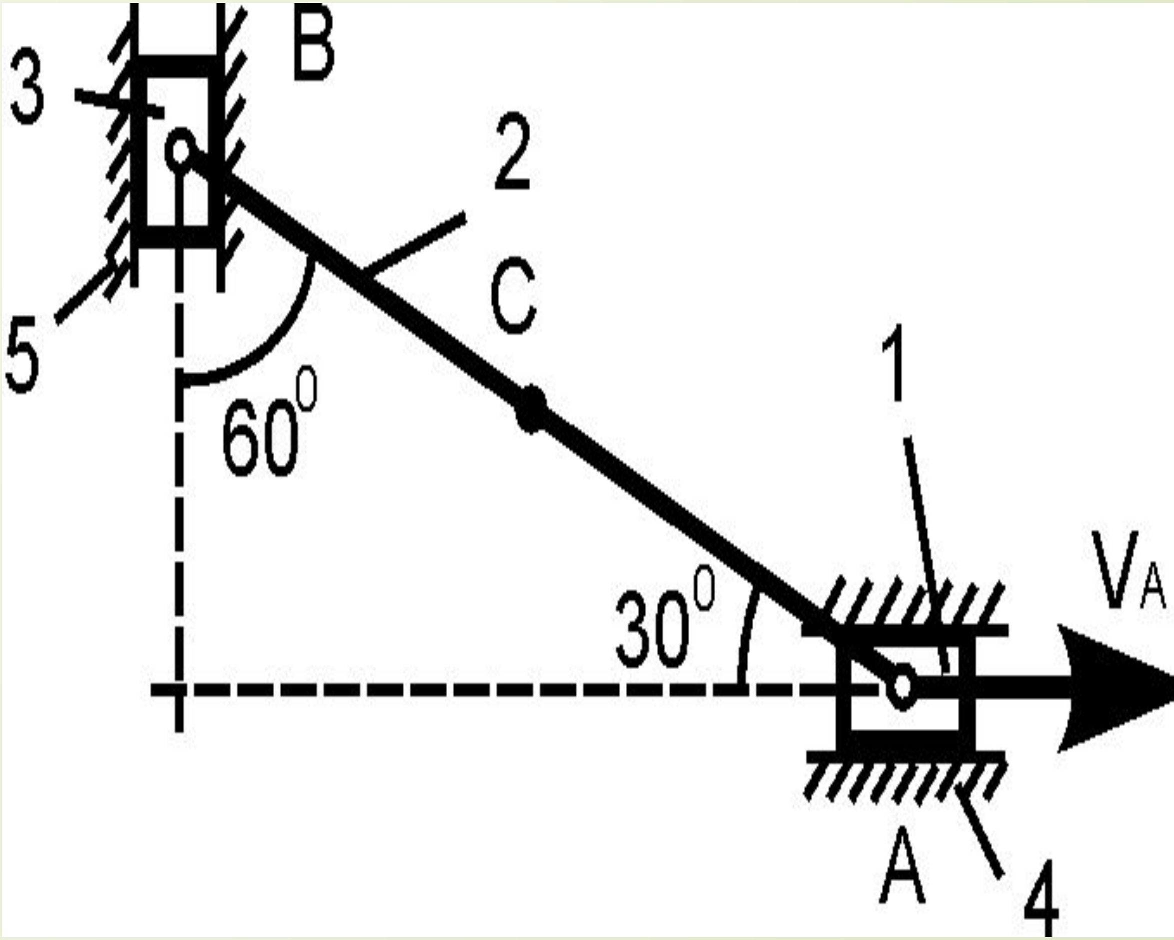








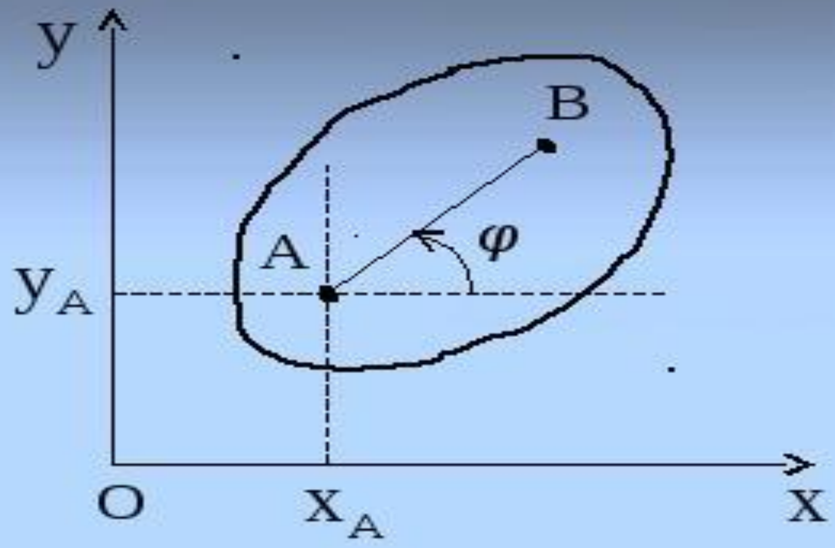
A
$\bar{V}_A$
$\bar{a}_A$
C
60^0
B



3
B
2
5
C
60^0
1
30^0
V_A
A
4

Закон плоского движения твердого тела

Движение плоской фигуры S относительно системы Oxy полностью определится движением отрезка AB



$x_A(t),\ y_A(t)$ **- определяют движение полюса A.**

$\varphi(t)$ **- определяет вращение AB вокруг полюса A.**

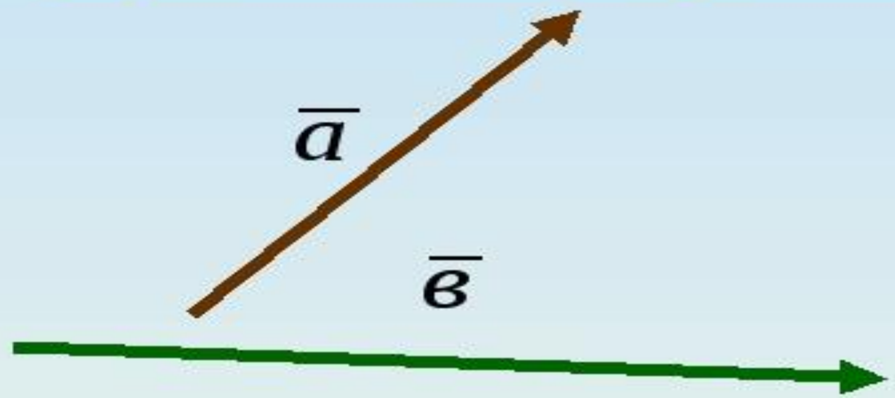
$$x_A = x_A(t),\ y_A = y_A(t),\ \varphi = \varphi(t)$$

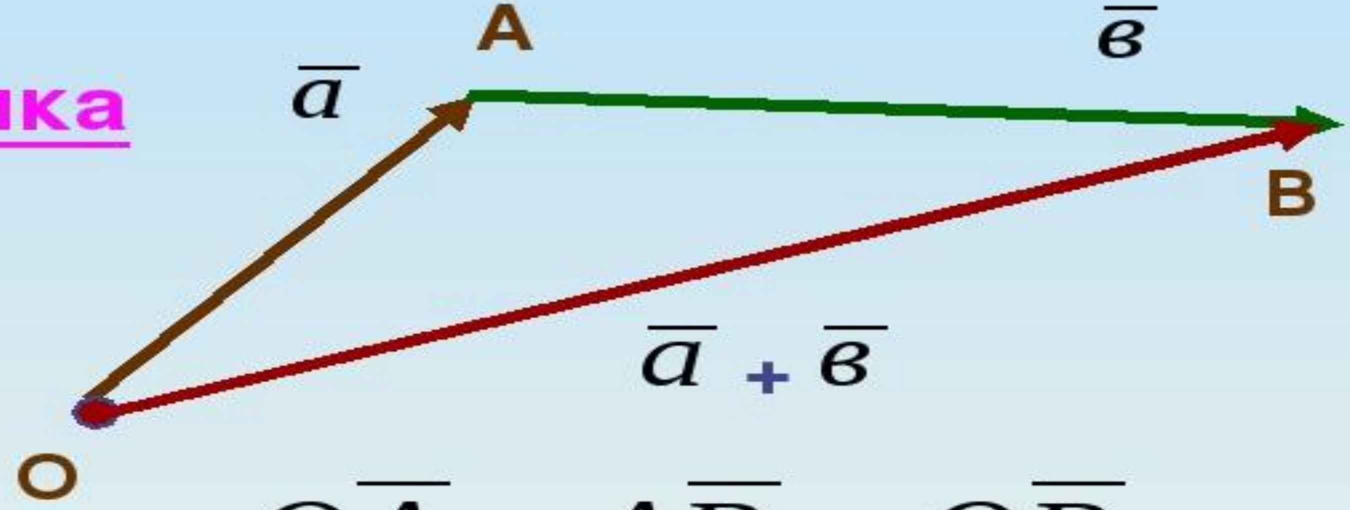
- закон плоского движения твердого тела

Сложение векторов(геометрический способ)

№1

Правило треугольника

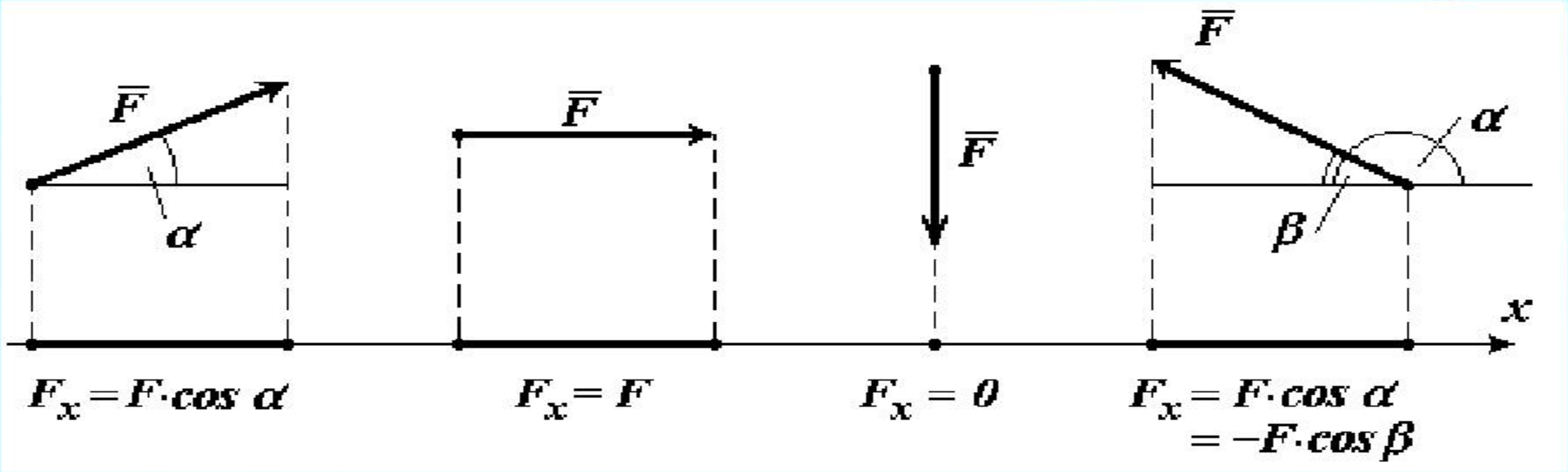




$$\overline{OA}+\overline{AB}=\overline{OB}$$

Суммой векторов $\bar{a}$ и $\bar{в}$ называется вектор, начало которого совпадает с началом вектора $\bar{a}$, а конец с концом вектора $\bar{в}$

СЛУЧАИ ПРОЕЦИРОВАНИЯ:



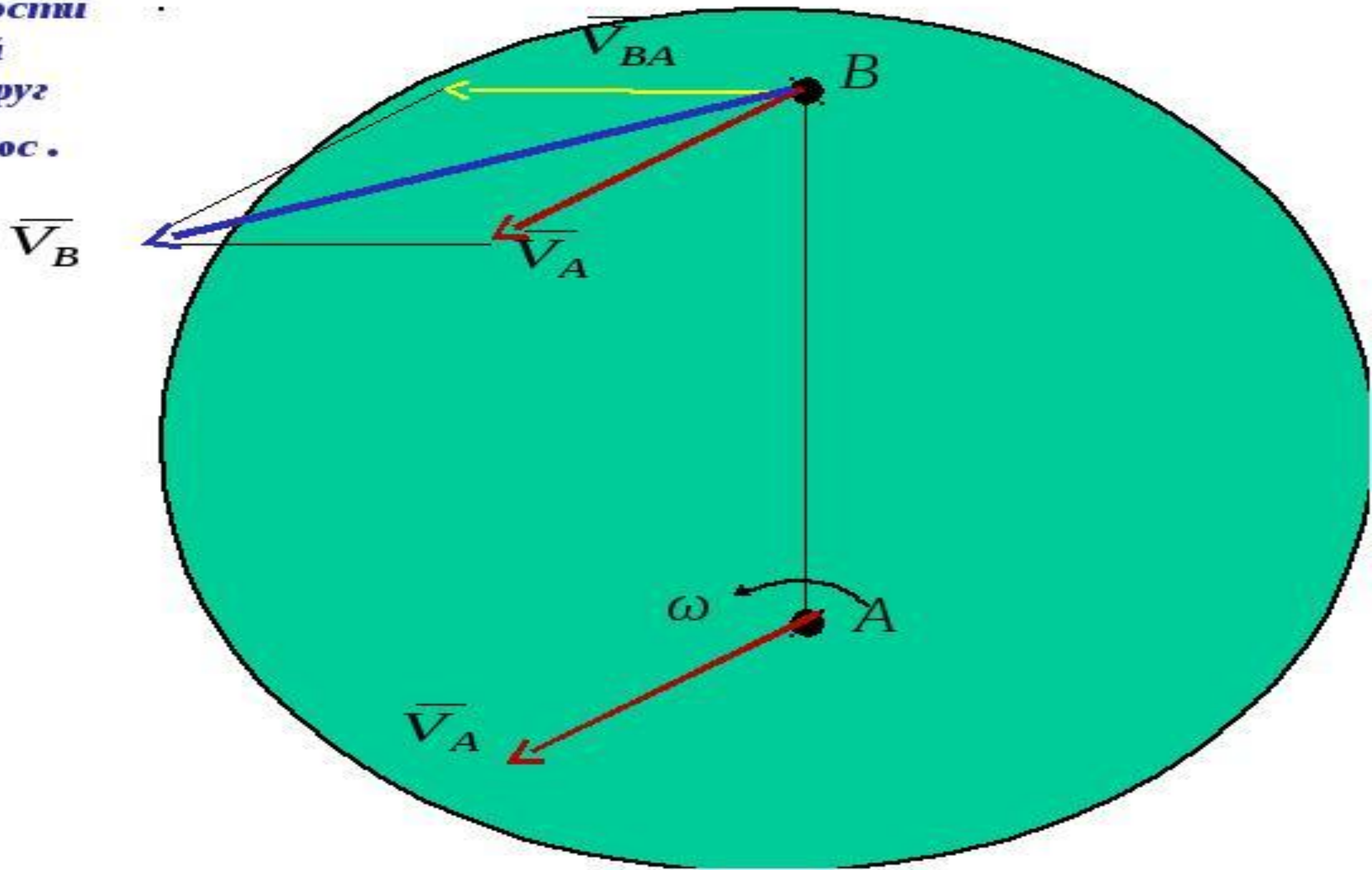
Теорема о скоростях точек тела при плоскопараллельном движении

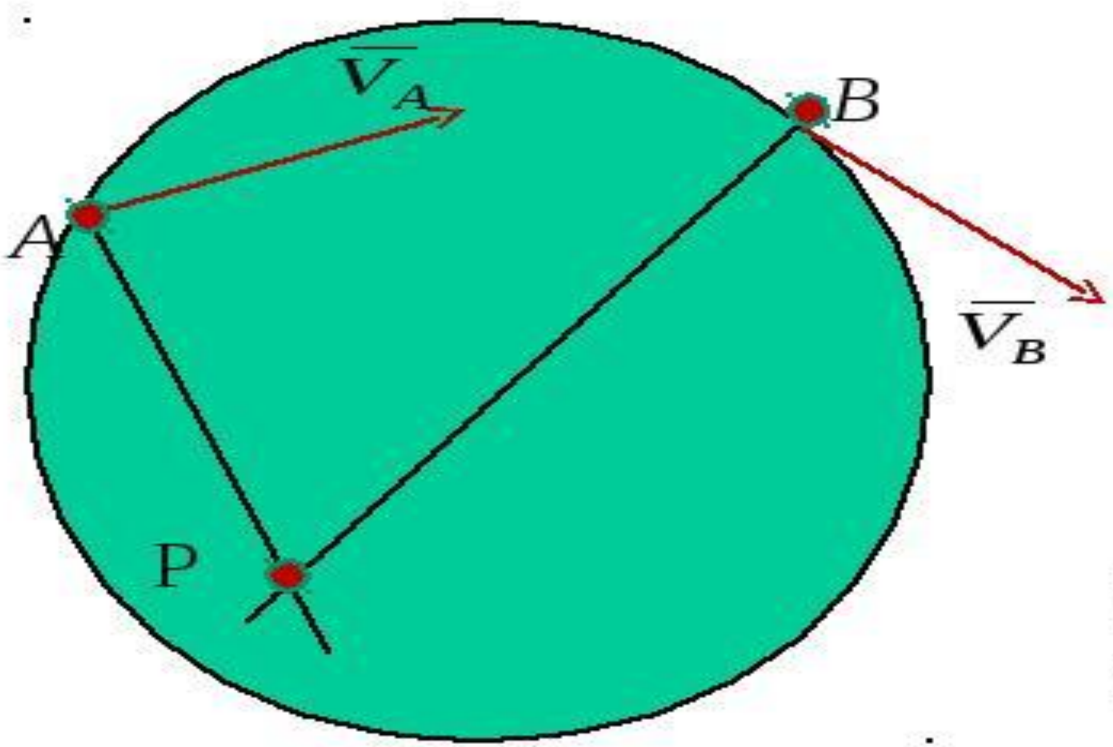
Геометрическая интерпретация теоремы

Скорость произвольной точки плоской фигуры равна геометрической сумме скорости полюса и вращательной скорости этой точки вокруг оси, проходящей через полюс .

$$\overline{V}_{\mathrm{B}} = \overline{V}_A + \overline{V}_{BA}$$

$$\overline{V}_{BA} \perp \overline{AB}$$





Мгновенный центр скоростей

Мгновенным центром скоростей (МЦС) называется точка связанная с телом, скорость которой в данный момент времени равна нулю.

Точка P – мгновенный центр скоростей. $V_P=0$

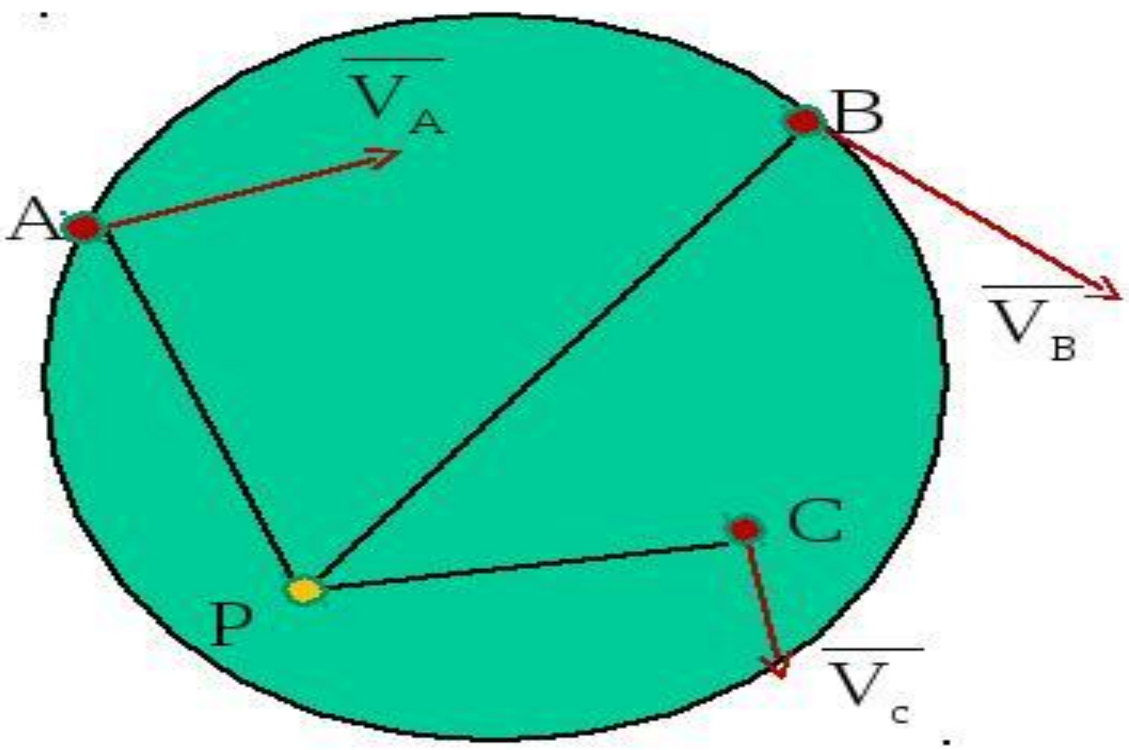
Выберем точку P за полюс

$$\overline{V}_A = \overline{V}_P + \overline{V}_{AP} \qquad \overline{V}_{AP} \perp \overline{AP}$$

$$\overline{V}_B = \overline{V}_P + \overline{V}_{BP} \qquad \overline{V}_{BP} \perp \overline{BP}$$

Точка P находится на пересечении перпендикуляров, восстановленных к скоростям в точках «А» и «В»

Соотношения между скоростями точек тела и угловой скоростью



$$\frac{V_A}{AP} = \frac{V_B}{BP} = \frac{V_C}{CP} = \omega$$

Вывод

Плоскопараллельное движение можно рассматривать как мгновенное вращение вокруг мгновенной оси (ось, проходящая через МЦС).

Определение положения МЦС

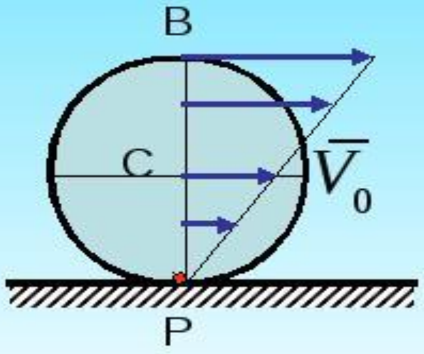
***Для определения положения мгновенного центра скоростей плоской фигуры необходимо знать только направления скоростей двух ее точек*.**

Указанные свойства позволяют определить положение мгновенного центра скоростей плоской фигуры в различных случаях:

1. ***Если скорости двух точек не параллельны, то мгновенный центр скоростей лежит в точке пересечения перпендикуляров к ним***, что следует из теоремы о существовании мгновенного центра скоростей (зеленый рисунок).

2. ***Если плоское движение осуществляется качением без скольжения одного твердого тела по неподвижной поверхности другого, то точка их контакта P имеет в данный момент скоро…*** …ом скоростей.

•Плоскопараллельное движение осуществляется путем качения без скольжения одного цилиндрического тела по поверхности другого

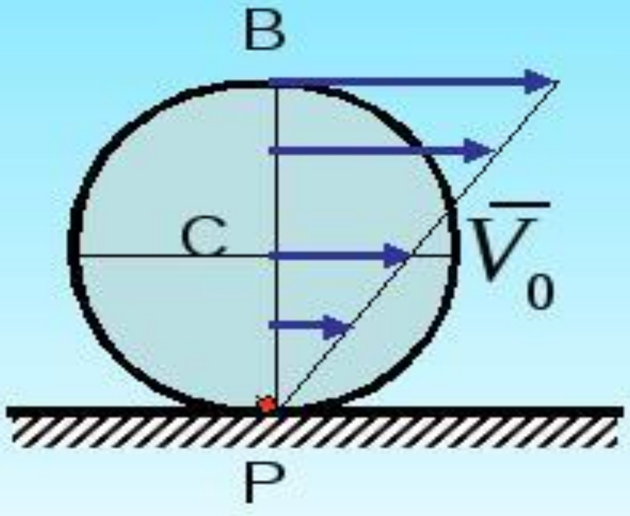


P – М.Ц.С.

$$\omega = \frac{V_0}{R} = \frac{V_B}{2R};$$

Определение положения МЦС

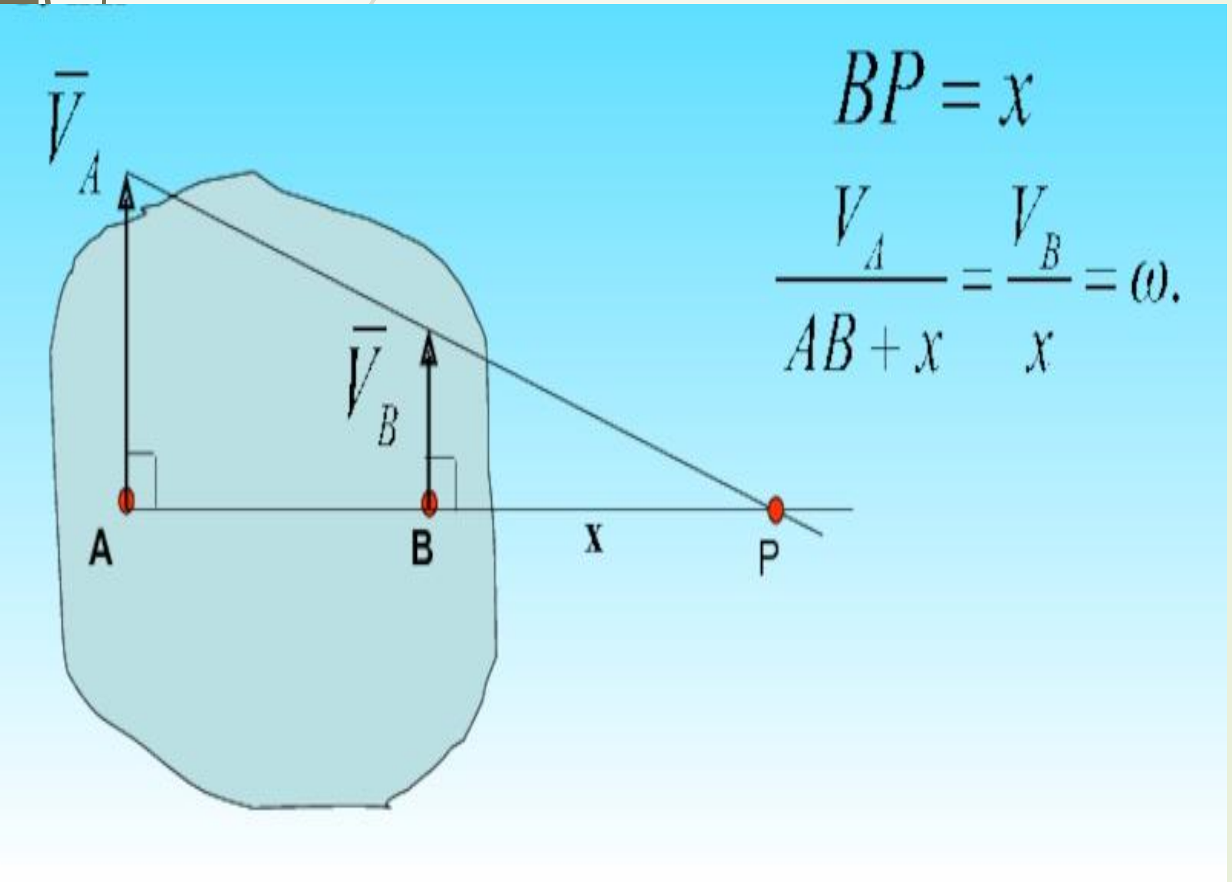
- Плоскопараллельное движение осуществляется путем качения без скольжения одного цилиндрического тела по поверхности другого

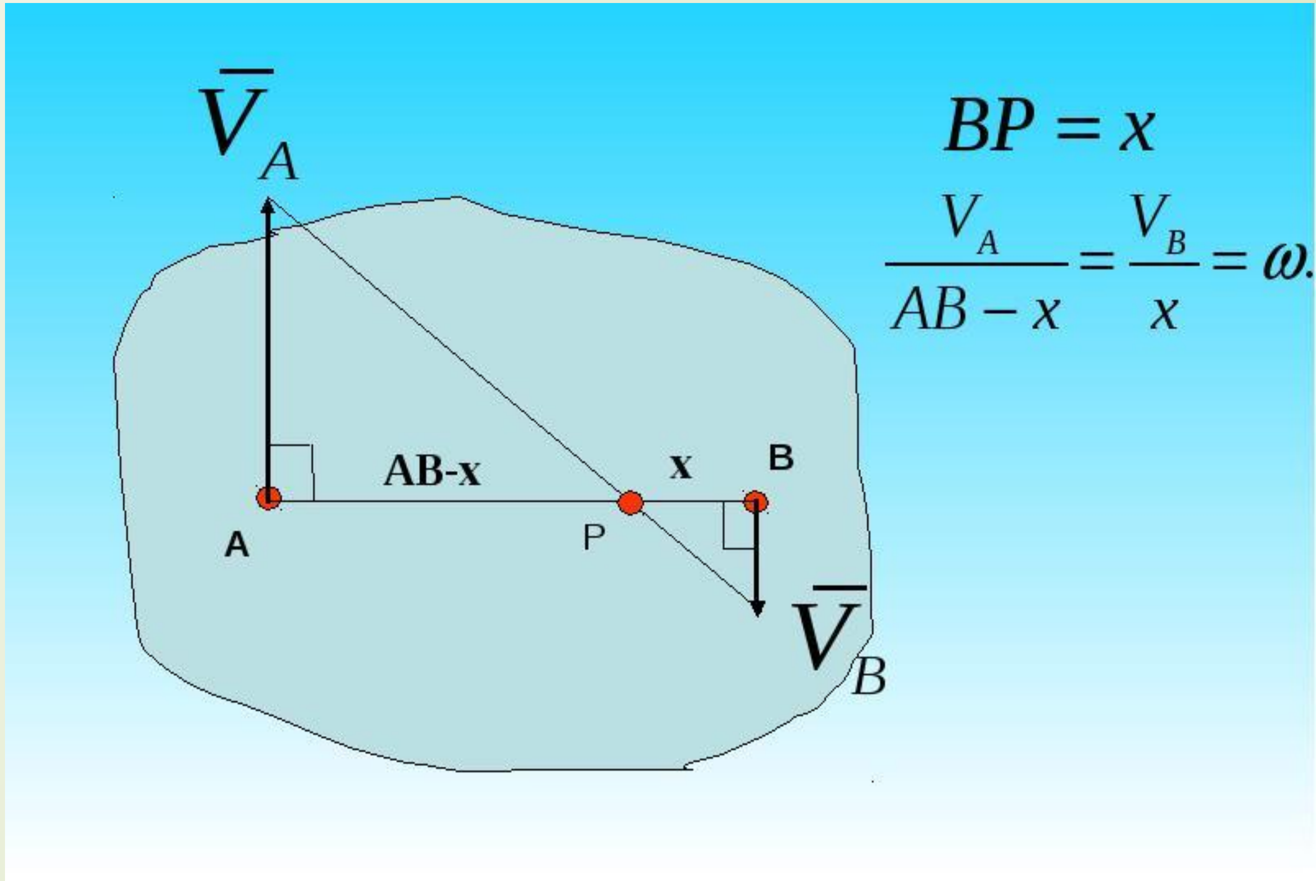


P – М.Ц.С.

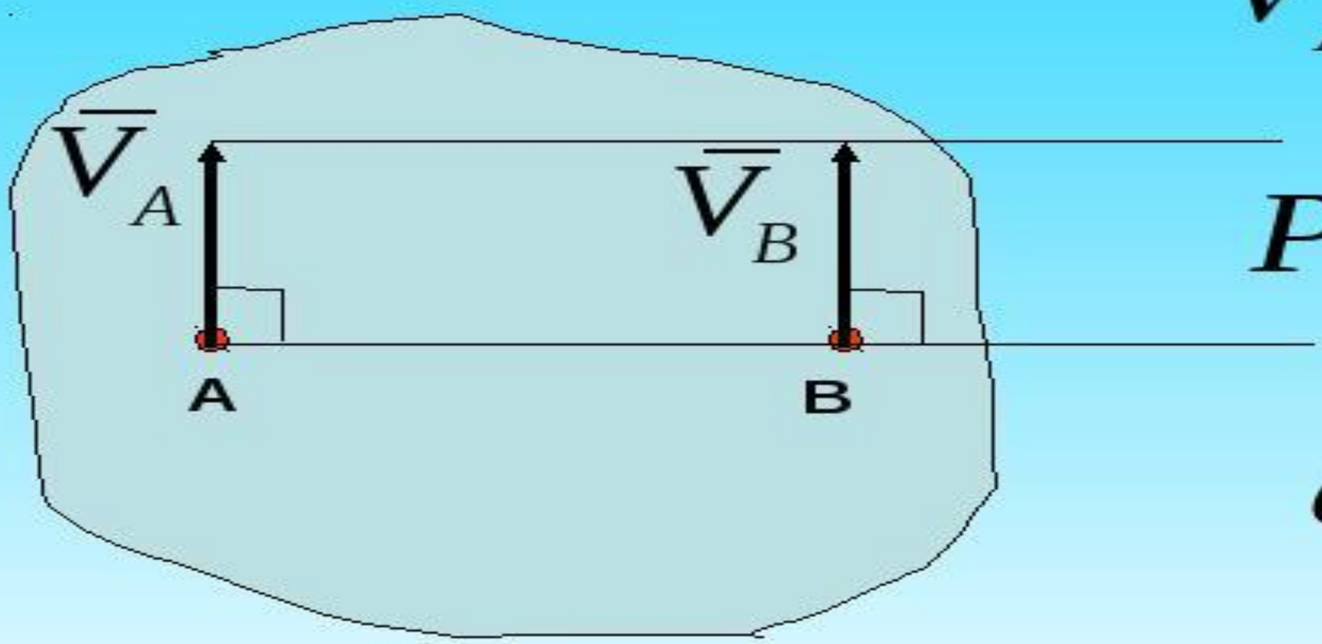
$$\omega = \frac{V_0}{R} = \frac{V_B}{2R};$$

3. ***Если скорости двух точек A и B плоской фигуры параллельны и с прямой, соединяющей эти точки, составляют прямые углы, то мгновенный центр скоростей P находится как точка пересечения общего перпендикуляра, восстановленного к скоростям в данных точках, и прямой, проходящей через концы векторов скоростей.***





4. ***Если скорости двух точек параллельны и с прямой, соединяющей точки образуют острые углы, то мгновенный центр скоростей не существует*** (находится в бесконечности). В этом случае скорости всех точек плоской фигуры равны, а угловая скорость равна нулю.



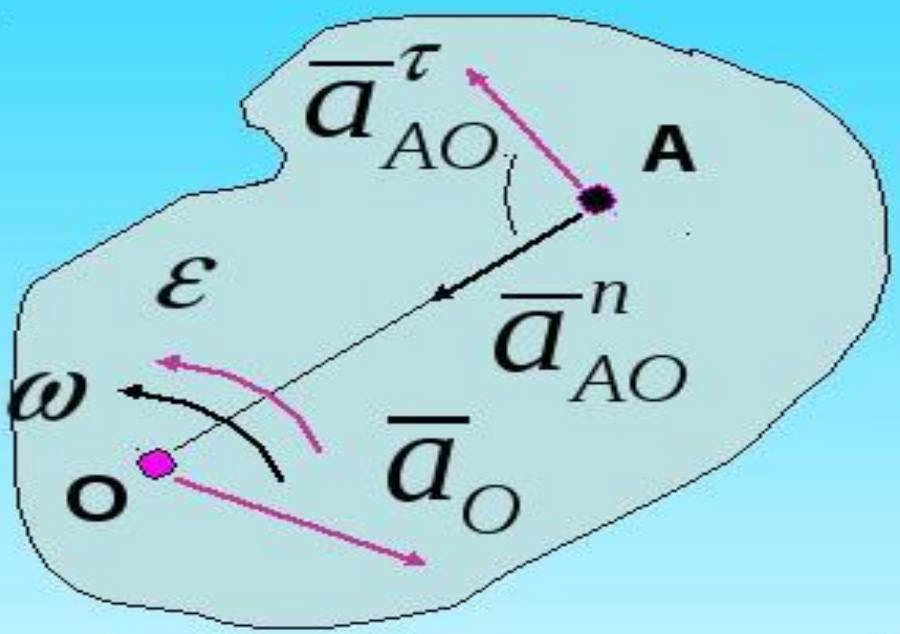
$$\bar{V}_A = \bar{V}_B$$

$$P \Rightarrow \infty$$

$$\omega = 0.$$

Движение называется *мгновенно поступательным*

Вопрос 2 – *Распределение линейных ускорений точек плоской фигуры при плоском движении*



$$\bar{a}_A = \bar{a}_O + \bar{a}_{AO}^{\tau} + \bar{a}_{AO}^{n};$$

$$\bar{a}_{AO}^{\tau} \perp OA; \quad \bar{a}_{AO}^{n} \ \mathrm{P} OA;$$

$$a_{AO}^{\tau} = \varepsilon \cdot OA;$$

$$a_{AO}^{n} = \omega^2 \cdot OA.$$

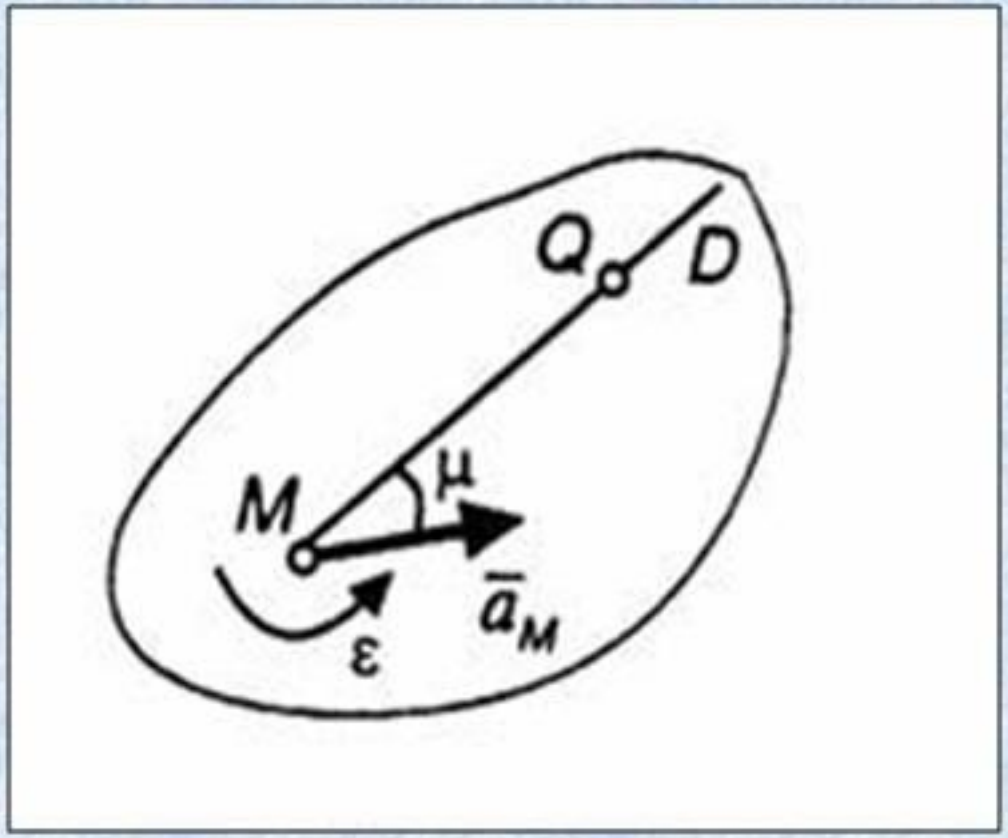
Ускорение любой точки *A* геометрически складывается из ускорения полюса *O* и осестремительного и вращательного ускорений во вращении тела вокруг полюса

Точка, ускорение которой в данный момент времени равно нулю называется **мгновенным центром ускорений** (**МЦУ**).

$$\bar{a}_M = \bar{a}_Q + \bar{a}_{MQ} = \bar{a}_{MQ}$$

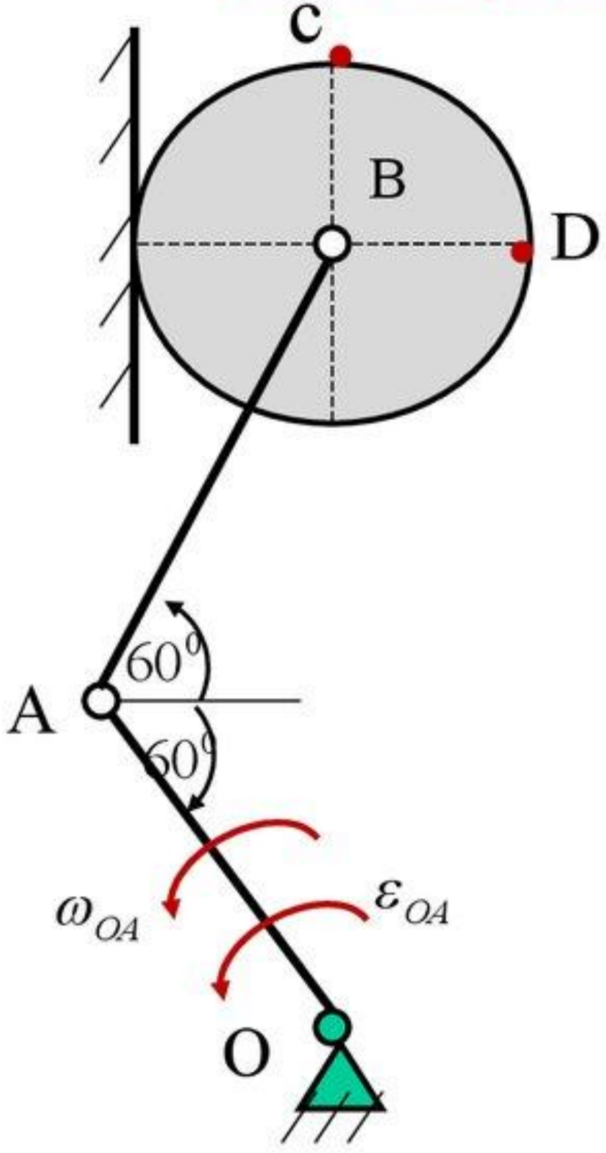
$$a_M = MQ\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}$$

$$\mathrm{tg}\mu = \varepsilon/\omega;$$



Постановка задачи:

Найти для заданного положения механизма скорости, указанных точек, угловые скорости всех звеньев и ускорения двух точек.



Дано: $\omega_{OA} = 3c^{-1}$; $\varepsilon_{OA} = 4c^{-2}$; $OA = 4см$; $AB = 4см$; $r = 2см$

Определить: $V_A; V_B; V_C; V_D; a_A; a_B; a_C; a_D$

1. Определение скоростей

1.1 С помощью мгновенного центра скоростей.

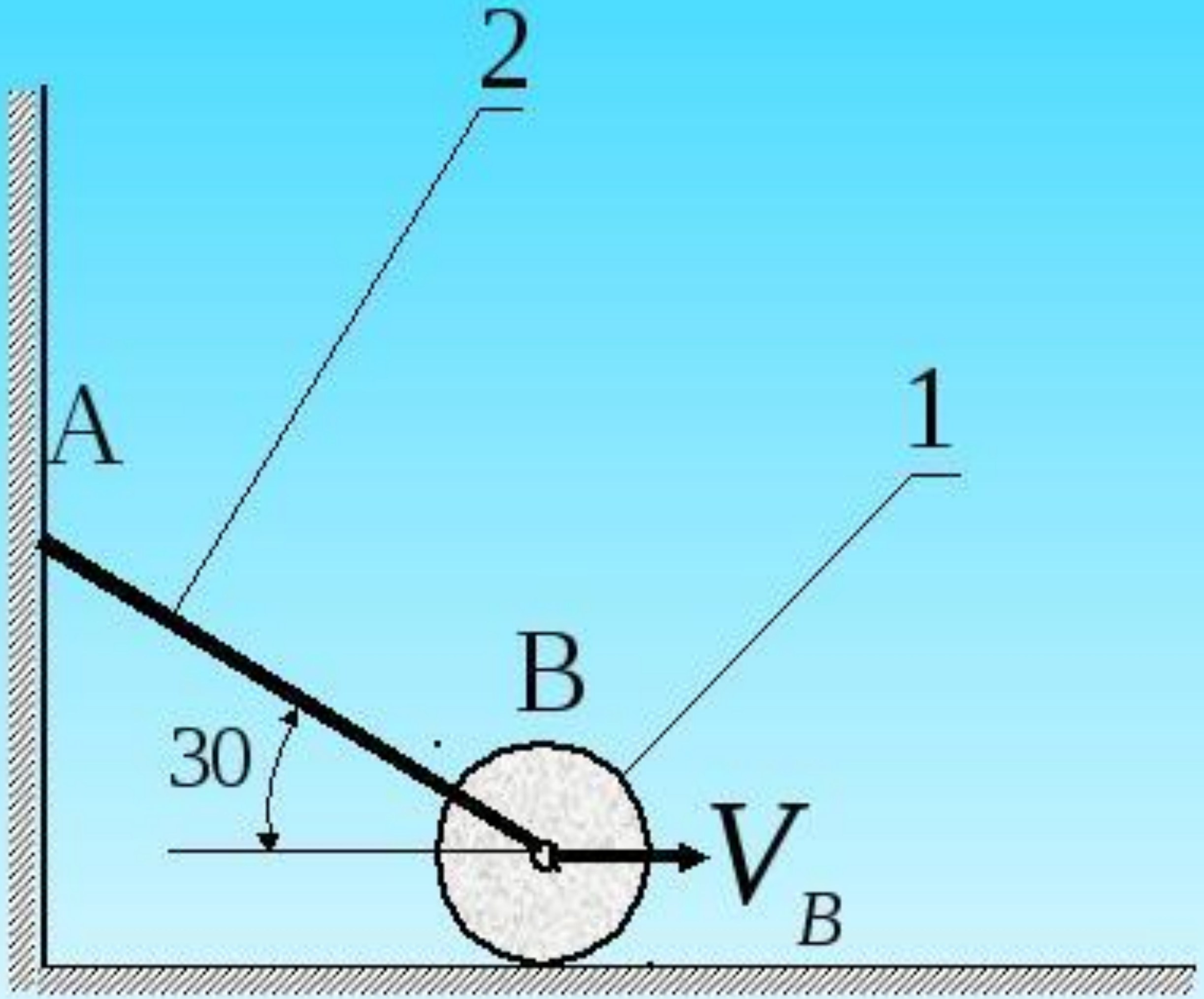
1.2 С помощью плана скоростей.

2. Определение ускорений

2.1 С помощью теоремы ускорений.

Примеры

$$V_A = ?$$



Вопрос 3 – *Абсолютное, переносное и относительное движения. Переносная, относительная и абсолютная скорости движения точки. Теорема о сложении скоростей.*

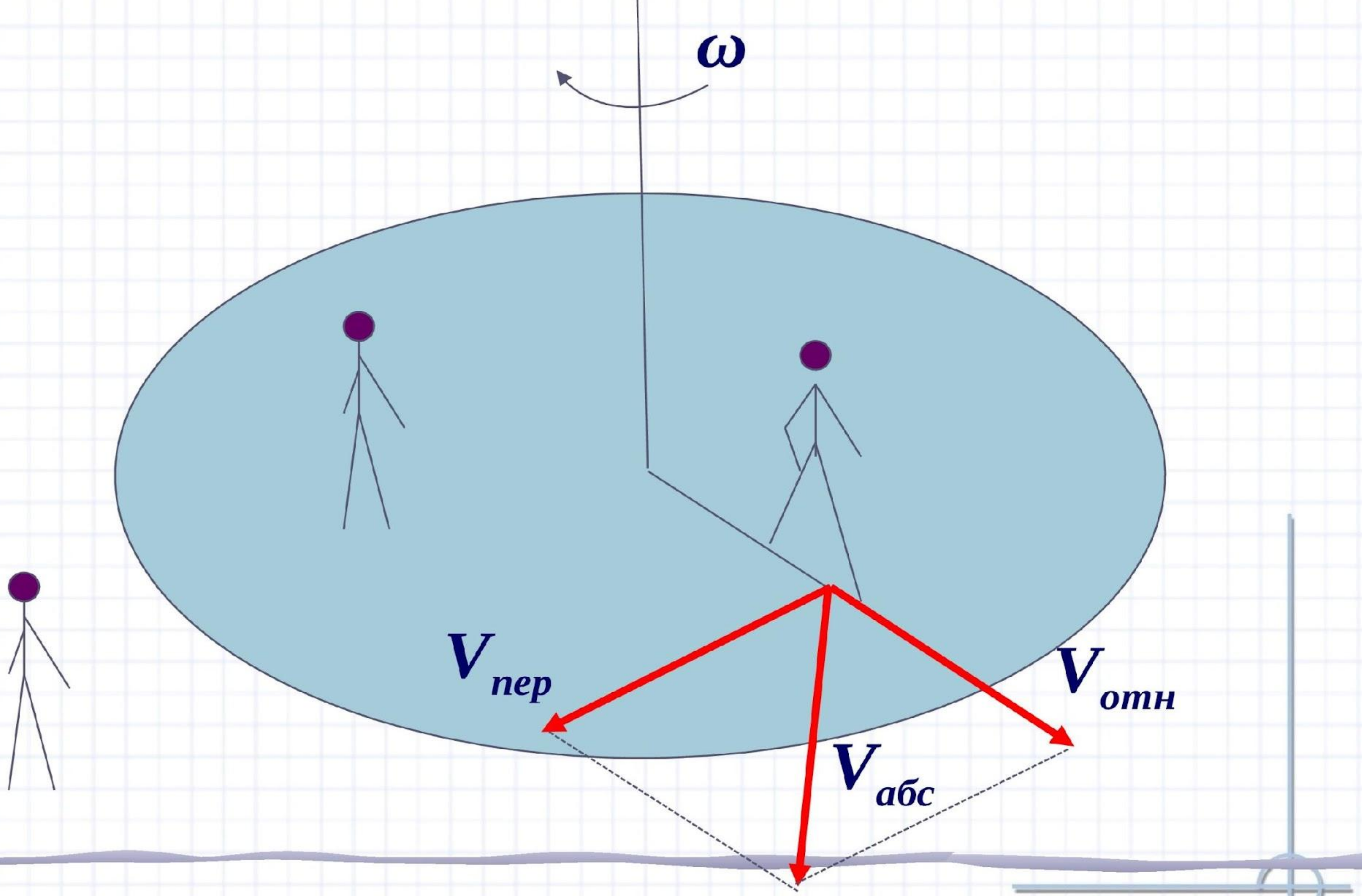
До сих пор мы изучали движение точки или тела по отношению к одной заданной системе отсчета. Однако в ряде случаев при решении задач механики оказывается целесообразным (а иногда и необходимым) рассматривать движение точки (или тела) одновременно по отношению к двум системам отсчета, из которых одна считается основной или условно неподвижной, а другая определенным образом движется по отношению к первой. Движение, совершаемое при этом точкой (или телом), называют ***составным*** или ***сложным***.

В сложном движении точки

различают три движения: ***абсолютное, переносное и относительное.***

Абсолютное движение — это движение точки относительно неподвижной системы координат. (движение человека по палубе корабля по отношению к берегу)

Абсолютное движение точки складывается из ***переносного движения***, т.е. движения подвижной системы координат относительно неподвижной (движение корабля по отношению к берегу), и ***относительного движения***, т.е. движения точки относительно подвижной системы координат (движение человека относительно палубы корабля).


ω
Vпер
Vотн
Vабс

Теорема о сложении скоростей при сложном движении точки

Абсолютная скорость точки равна геометрической сумме относительной и переносной скоростей.

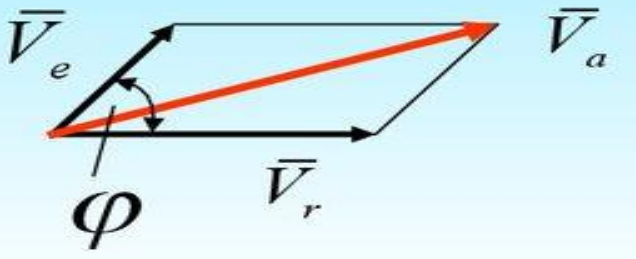
Скорости и ускорения при сложном движении обозначаются

$\bar{V}_a, \quad \bar{a}_a$ - абсолютные

$\bar{V}_r, \quad \bar{a}_r$ - относительные

$\bar{V}_e, \quad \bar{a}_e$ - переносные

Сложение векторов скорости по теореме косинусов



$$\boxed{\bar{V}_a = \bar{V}_r + \bar{V}_e}$$

$$V_a = \sqrt{V_r^2 + V_e^2 + 2V_rV_e\cos\varphi}$$

Вопрос 4 – *Переносное, относительное, кориолисово и абсолютное ускорения движения точки. Теорема о сложении ускорений (теорема Кориолиса)*

$$\boxed{\bar{a}^a = \bar{a}^r + \bar{a}^e + \bar{a}^c}$$

$$\boxed{\bar{a}^c = 2\bar{\omega}^e \times \bar{v}^r}$$

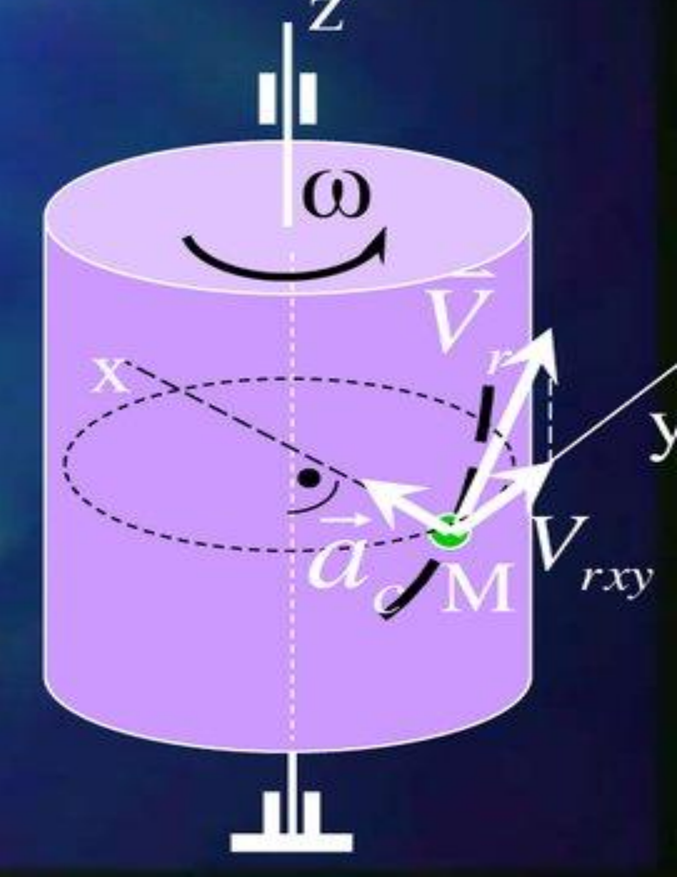
Гюстав Гаспар **Кориолис**
1792-1843

$$\overline{a}_a = \overline{a}_r + \overline{a}_e + \overline{a}_c$$

Ускорение Кориолиса учитывает влияние относительного движения точки на переносную скорость и переносного движения на относительную скорость

$$\overline{a}_c = 2\left(\overline{\omega}_e \times \overline{V}_r\right) \quad a_c = 2\omega_e V_r \sin\left(\overline{\omega}_e, \overline{V}_r\right)$$

Правило Н.Е.Жуковского: спроектировать вектор относительной скорости, $\boldsymbol{V_r}$, на плоскость, перпендикулярную оси вращения, и полученную проекцию, $\boldsymbol{V_{rxy}}$, довернуть в этой же плоскости на 90° по направлению вращения



Теорема Кориолиса

(Теорема о сложении ускорений при сложном движении точки)

$$\overline{a}_a = \overline{a}_r + \overline{a}_e + \overline{a}_k$$

Теорема. Абсолютное ускорение точки при сложном движении равно геометрической сумме относительного, переносного ускорений и ускорения Кориолиса .

Относительное ускорение *характеризует изменение относительной скорости в относительном движении точки.*

Переносное ускорение *характеризует изменение переносной скорости в переносном движении точки.*