Лекция №6

Кинематика плоскопараллельного движения абсолютно твердого тела и сложного движения точки.

1. Закон движения плоской фигуры. Распределение линейных скоростей точек плоской фигуры при плоском движении. Теорема о сложении скоростей. Мгновенный центр скоростей

2. Распределение линейных ускорений точек плоской фигуры при плоском движении.

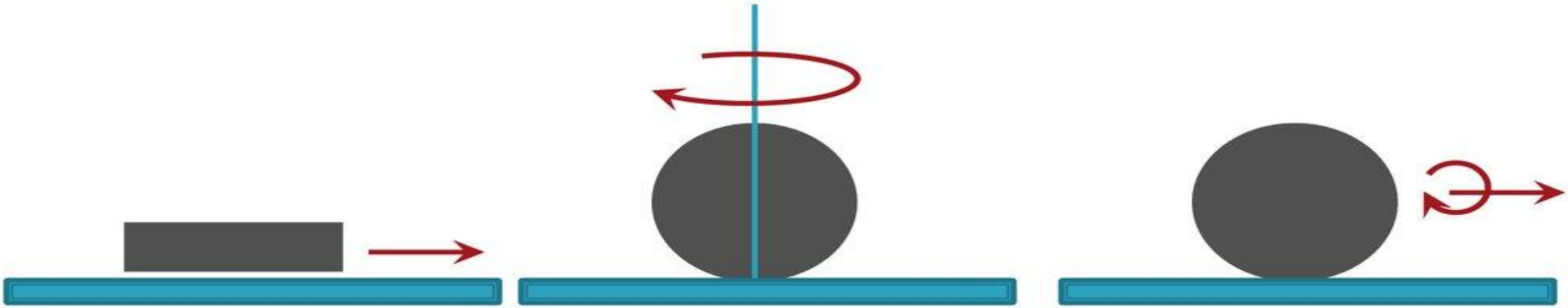
3. Абсолютное, переносное и относительное движения. Переносная, относительная и абсолютная скорости движения точки. Теорема о сложении скоростей.

4. Переносное, относительное, кориолисово и абсолютное ускорения движения точки. Теорема о сложении ускорений (теорема Кориолиса).

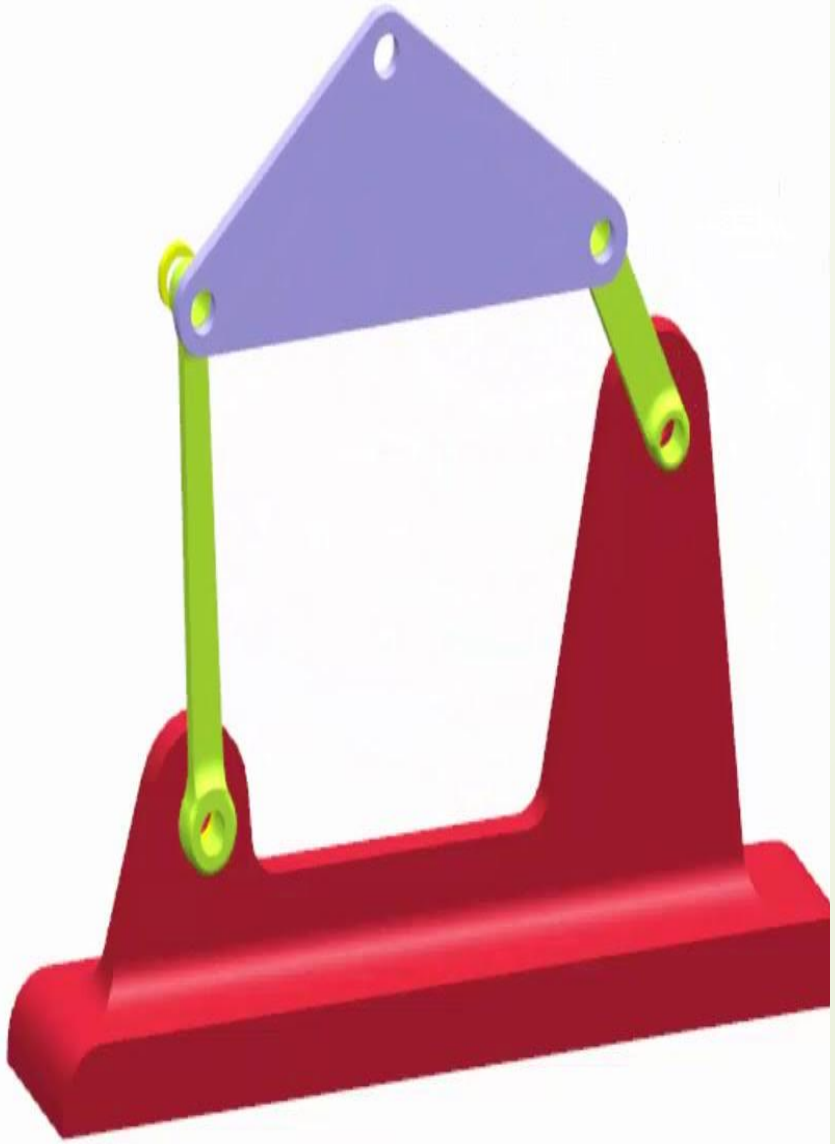
Вопрос 1 – *Закон движения плоской фигуры. Распределение линейных скоростей точек плоской фигуры при плоском движении. Теорема о сложении скоростей. Мгновенный центр скоростей.*

Плоским называется движение, при котором все точки тела двигаются параллельно какой-либо неподвижной плоскости.

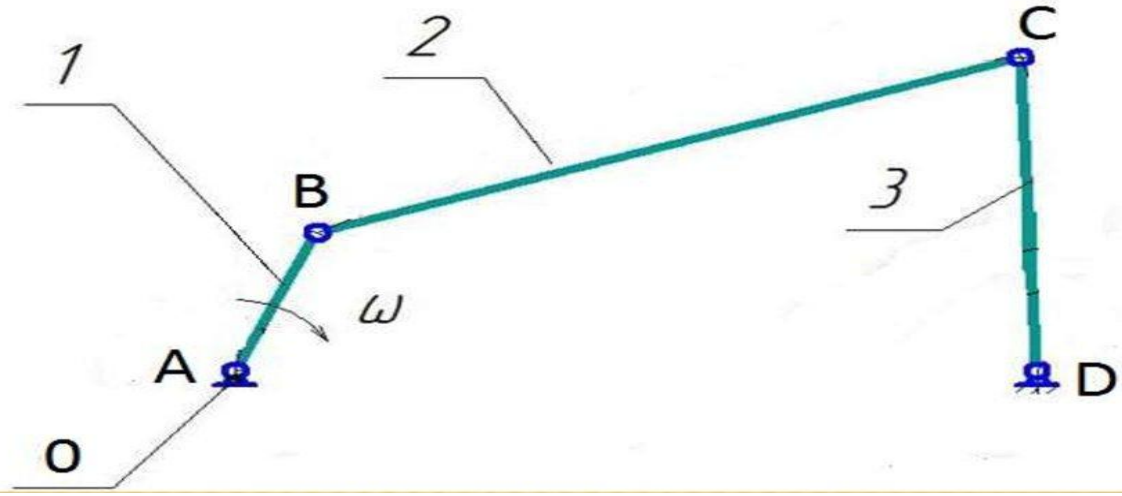
https://youtu.be/H1UYwz00A6w



Примеры плоского движения тел



ШАРНИРНЫЙ ЧЕТЫРЕХЗВЕННИК.



Четыре звена

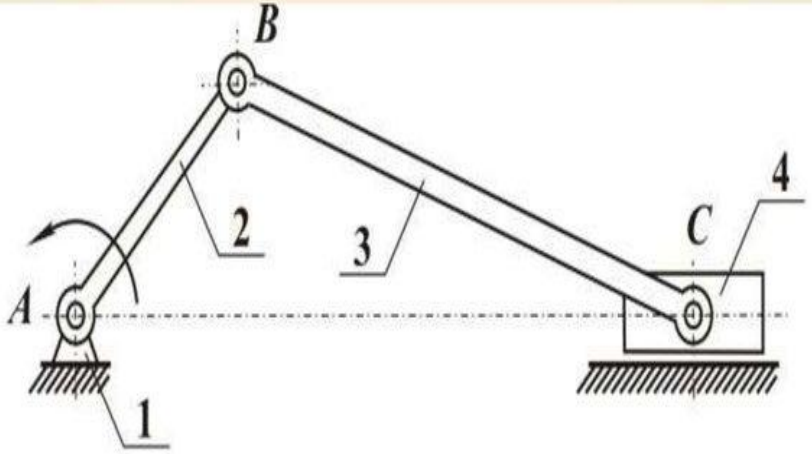
О – стойка

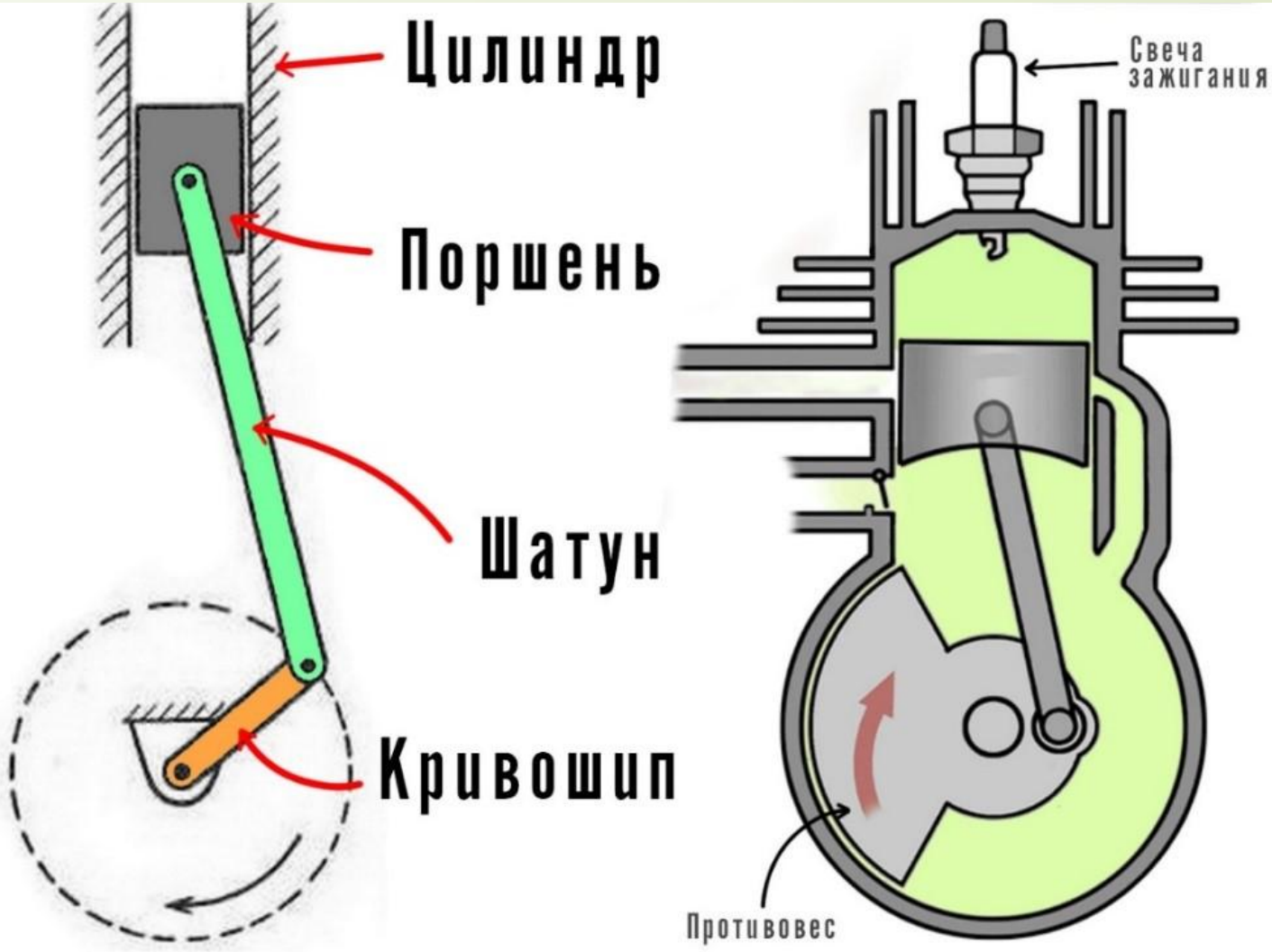
1,3 – вращающиеся звенья

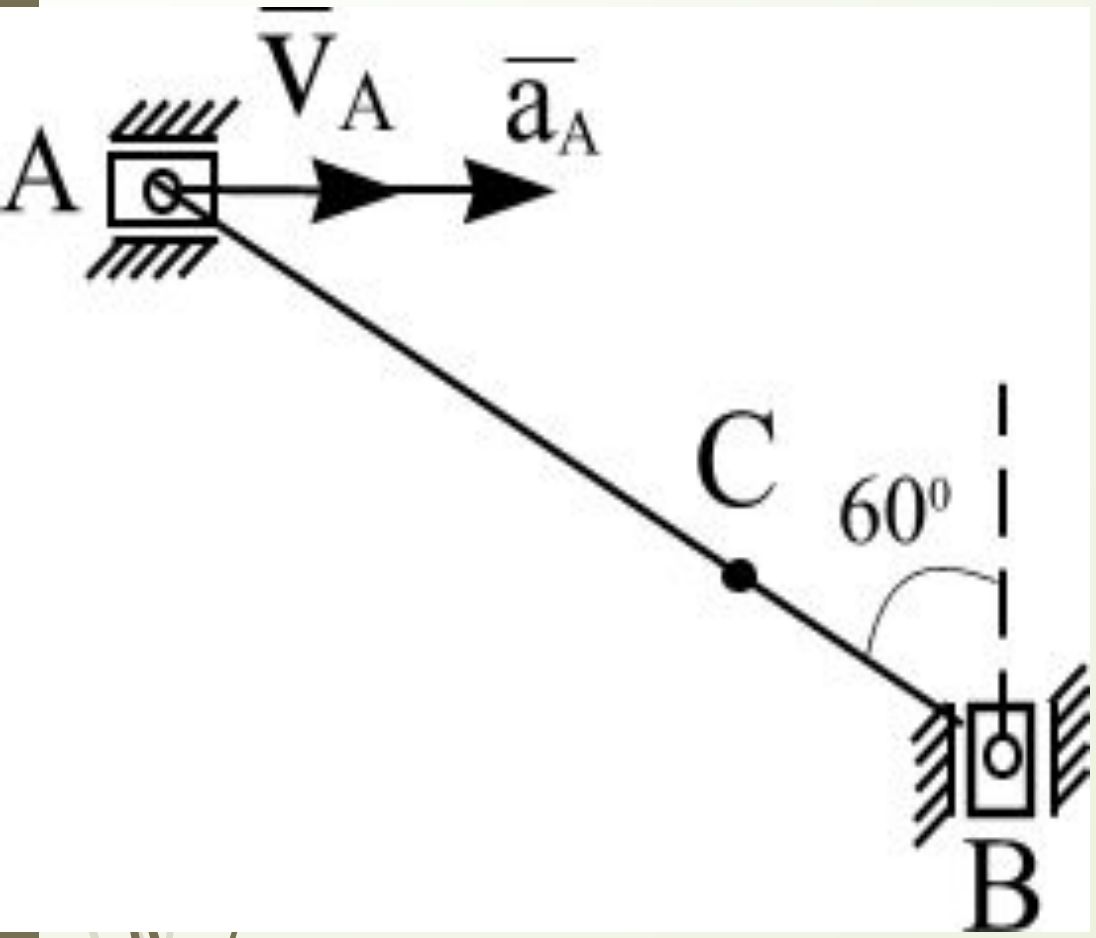
2 – звено образует кинематические пары только с подвижными звеньями 1,3 – **шатун**

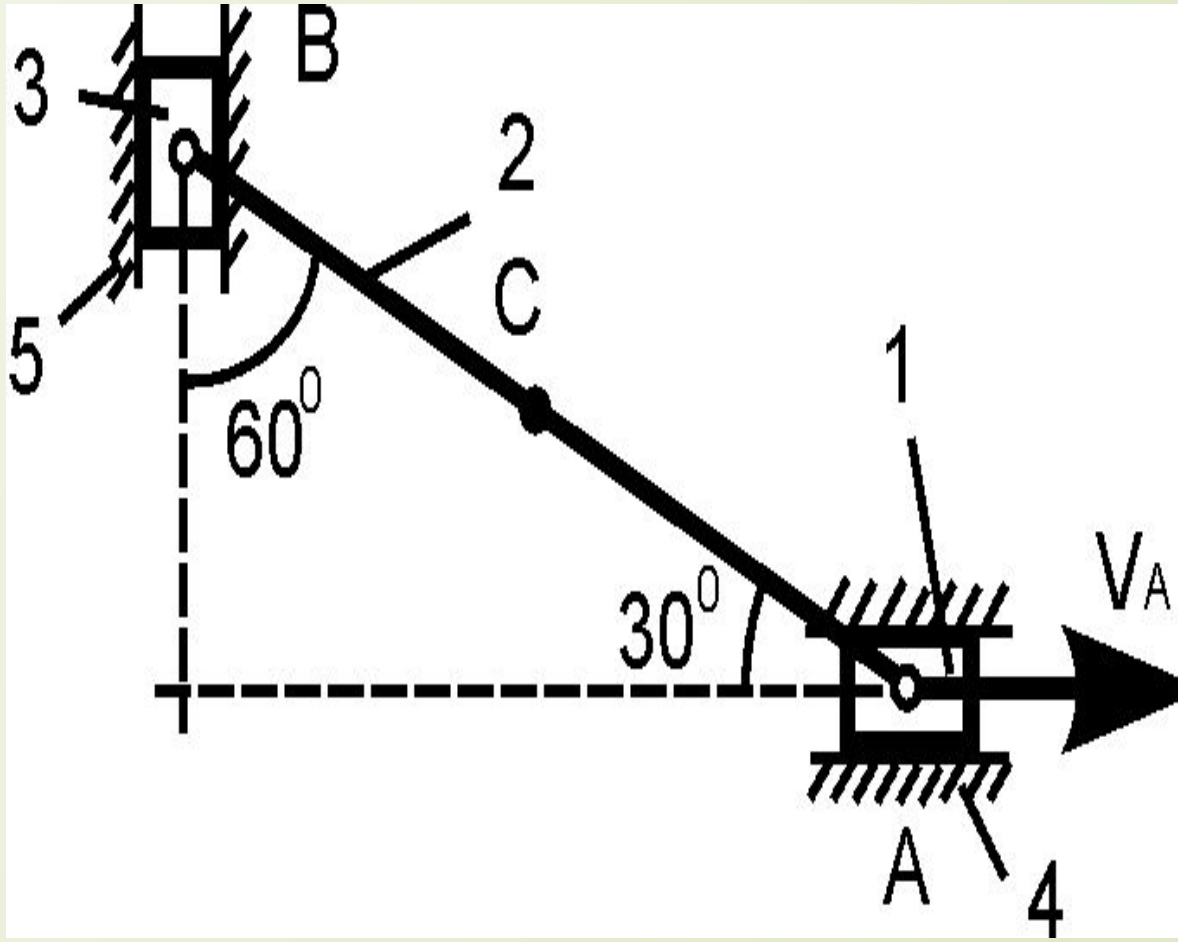
Вращающееся звено, совершающее полный оборот вокруг неподвижной оси, называется **кривошипом (1)**, а звено, совершающее качательное движение – **Коромыслом (3)**

2. Кривошипно-шатунный механизм



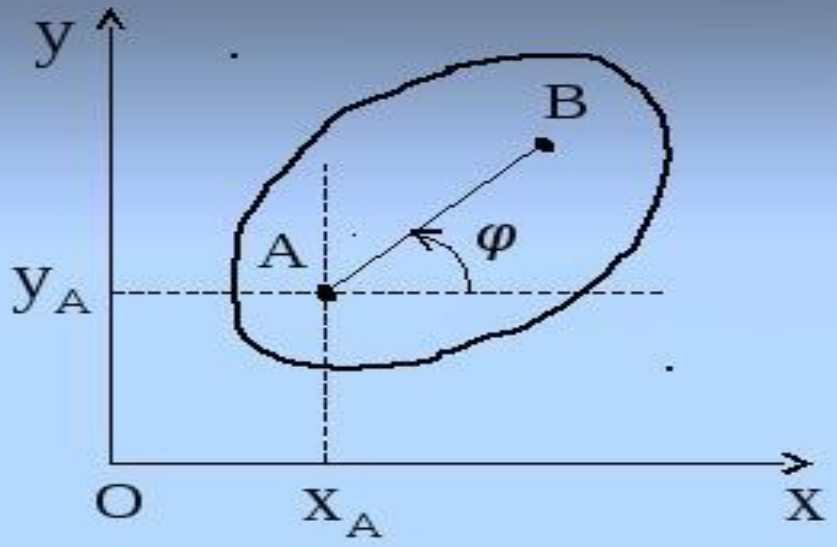



$\overline{v}_A$
$\overline{a}_A$
A
C
60°
B


3
B
2
C
5
60°
1
30°
V_A
A
4

Закон плоского движения твердого тела

Движение плоской фигуры S относительно системы Oxy полностью определится движением отрезка AB



$x_A(t),\ y_A(t)$ - **определяют движение полюса A.**

$\varphi(t)$ - **определяет вращение AB вокруг полюса A.**

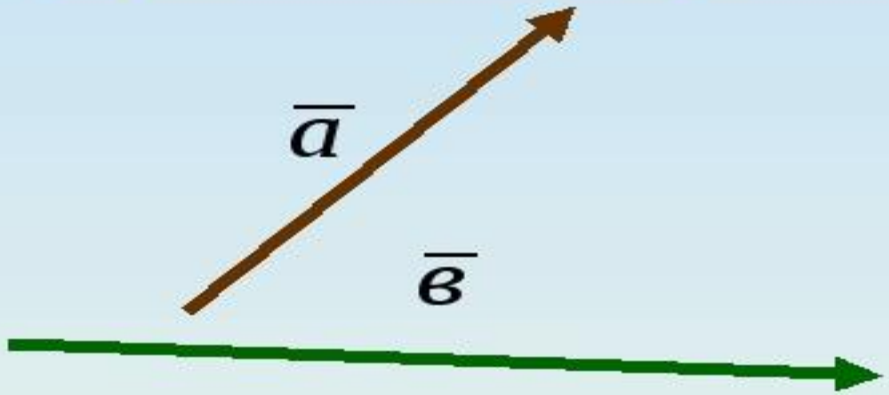
$$x_A = x_A(t),\ y_A = y_A(t),\ \varphi = \varphi(t)$$

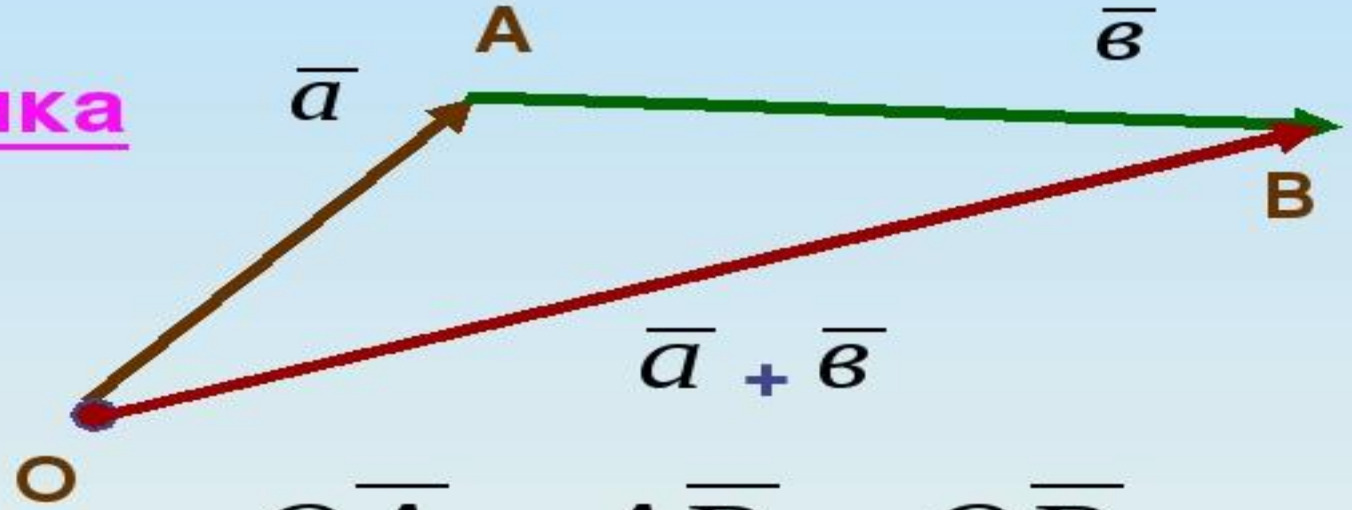
- закон плоского движения твердого тела

Сложение векторов (геометрический способ)

№1

Правило треугольника

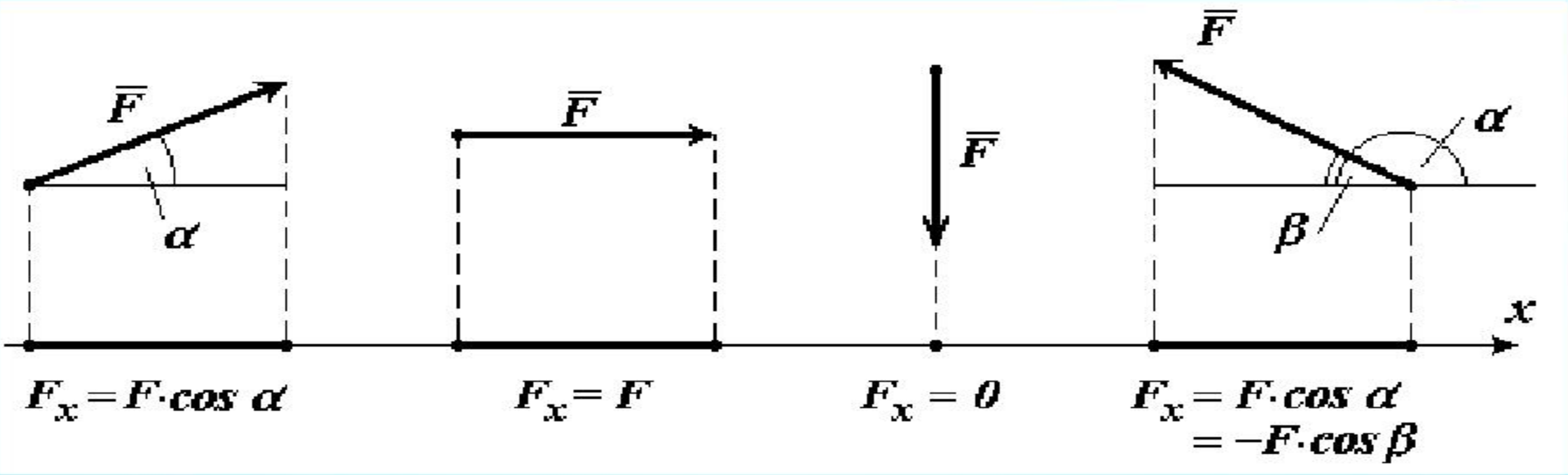




$$O\overline{A} + A\overline{B} = O\overline{B}$$

Суммой векторов $\overline{a}$ и $\overline{в}$ называется вектор, начало которого совпадает с началом вектора $\overline{a}$, а конец с концом вектора $\overline{в}$

СЛУЧАИ ПРОЕЦИРОВАНИЯ:



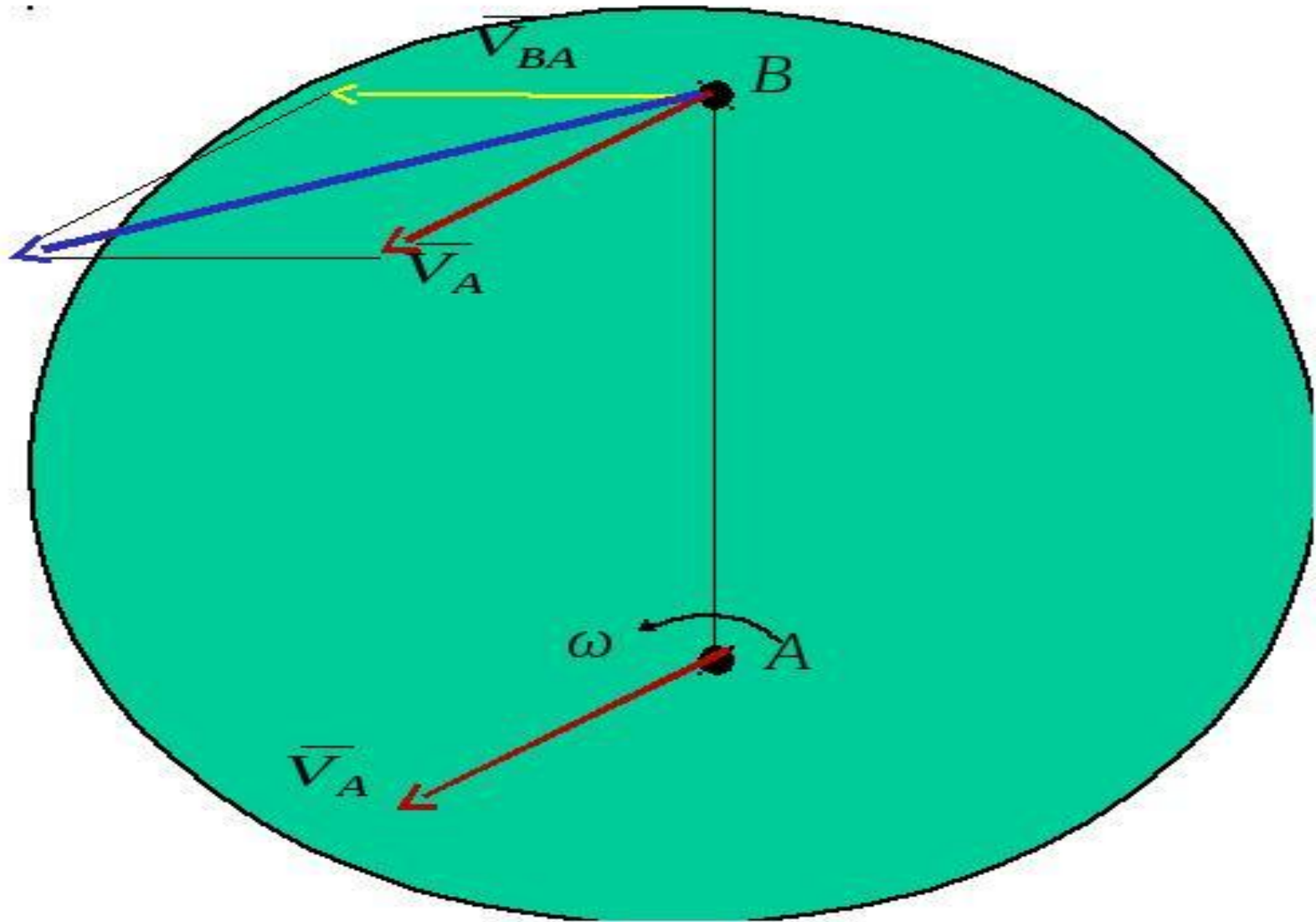
Теорема о скоростях точек тела при плоскопараллельном движении

Скорость произвольной точки плоской фигуры равна геометрической сумме скорости полюса и вращательной скорости этой точки вокруг оси, проходящей через полюс .

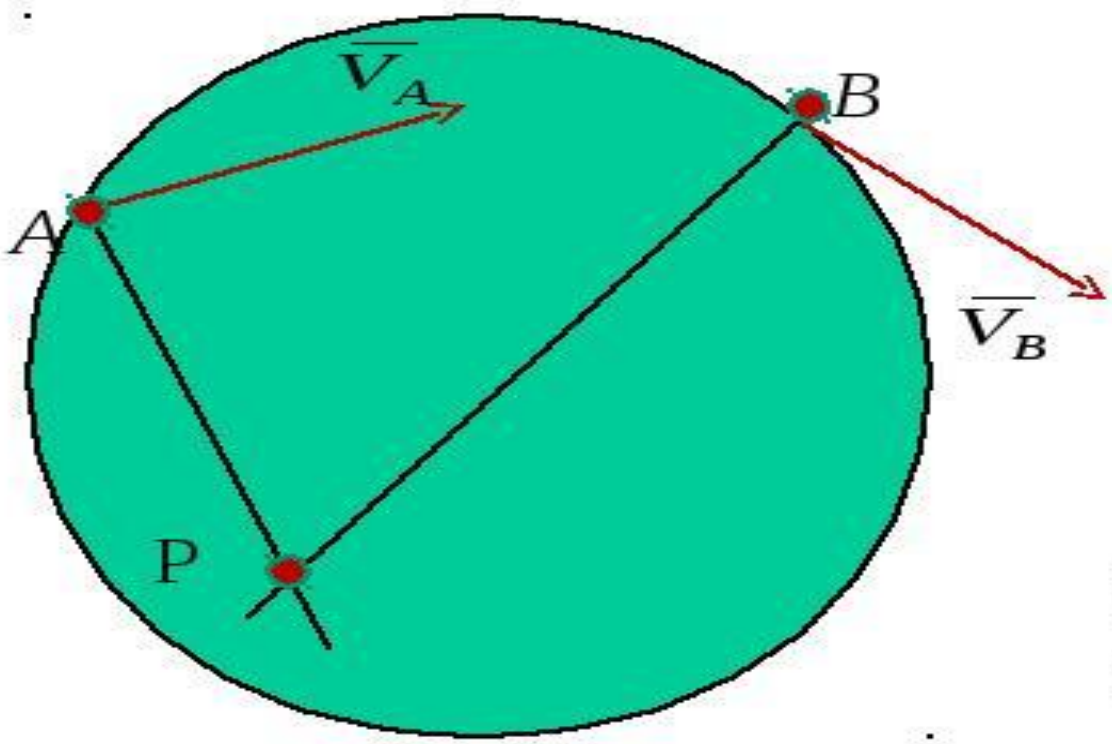
$$\overline{V}_B = \overline{V}_A + \overline{V}_{BA}$$

$$\overline{V}_{BA} \perp A\overline{B}$$

Геометрическая интерпретация теоремы



Мгновенный центр скоростей



Мгновенным центром скоростей (МЦС) называется точка связанная с телом, скорость которой в данный момент времени равна нулю.

Точка P – мгновенный центр скоростей. $V_P=0$

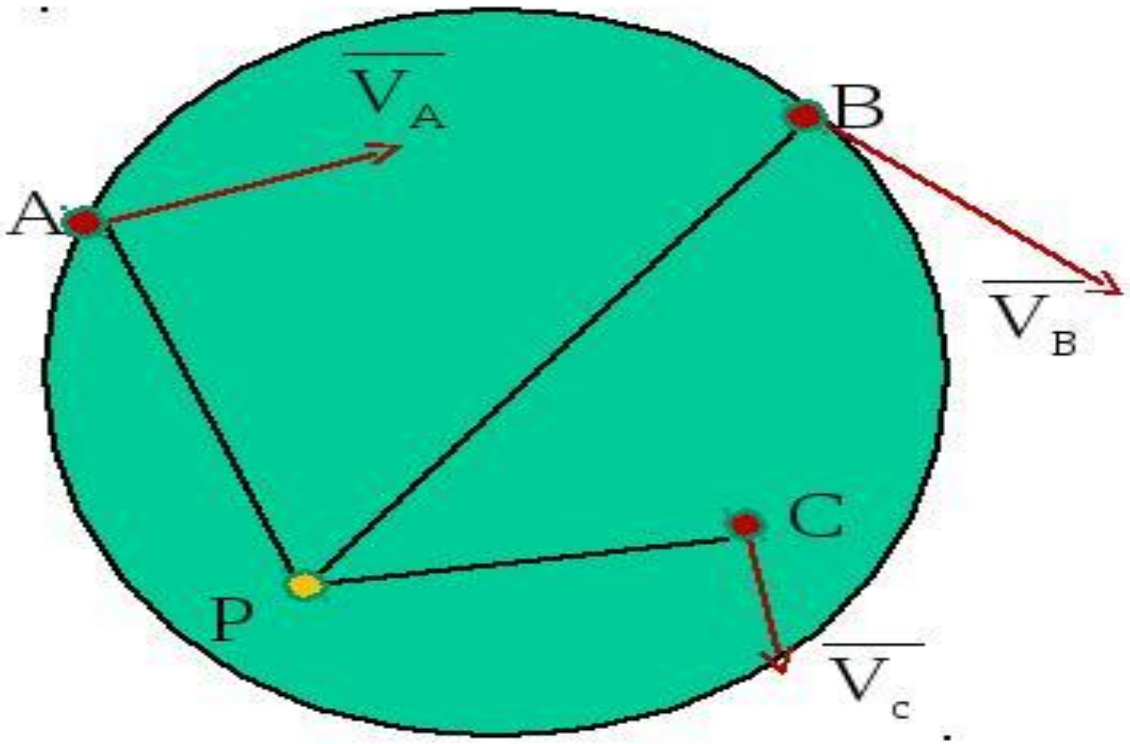
Выберем точку P за полюс

$$\overline{V}_A=\overline{V}_P+\overline{V}_{AP} \qquad \overline{V}_{AP}\perp A\overline{P}$$

$$\overline{V}_B=\overline{V}_P+\overline{V}_{BP} \qquad \overline{V}_{BP}\perp B\overline{P}$$

Точка P находится на пересечении перпендикуляров, восстановленных к скоростям в точках «A» и «B»

Соотношения между скоростями точек тела и угловой скоростью



$$\frac{V_A}{AP} = \frac{V_B}{BP} = \frac{V_C}{CP} = \omega$$

Вывод

Плоскопараллельное движение можно рассматривать как мгновенное вращение вокруг мгновенной оси (ось, проходящая через МЦС).

Определение положения МЦС

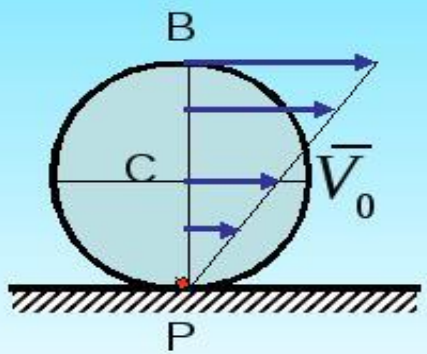
Для определения положения мгновенного центра скоростей плоской фигуры необходимо знать только направления скоростей двух ее точек.

Указанные свойства позволяют определить положение мгновенного центра скоростей плоской фигуры в различных случаях:

1. ***Если скорости двух точек не параллельны, то мгновенный центр скоростей лежит в точке пересечения перпендикуляров к ним***, что следует из теоремы о существовании мгновенного центра скоростей (зеленый рисунок).

2. ***Если плоское движение осуществляется качением без скольжения одного твердого тела по неподвижной поверхности другого, то точка их контакта P имеет в данный момент скоро*** ом скоростей.

•Плоскопараллельное движение осуществляется путем качения без скольжения одного цилиндрического тела по поверхности другого

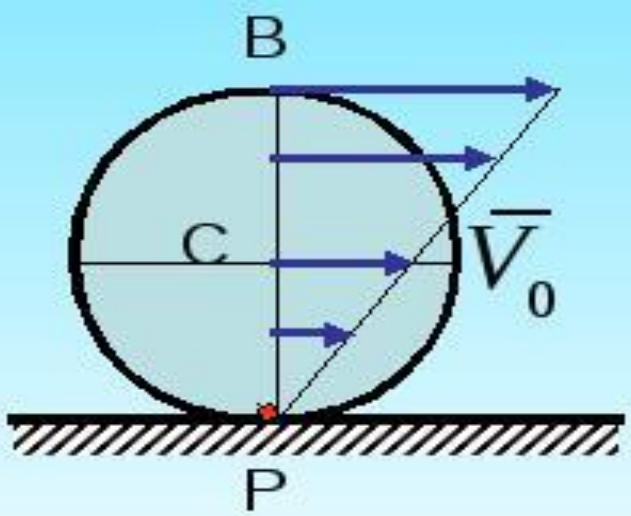


P – М.Ц.С.

$$\omega = \frac{V_0}{R} = \frac{V_B}{2R};$$

Определение положения МЦС

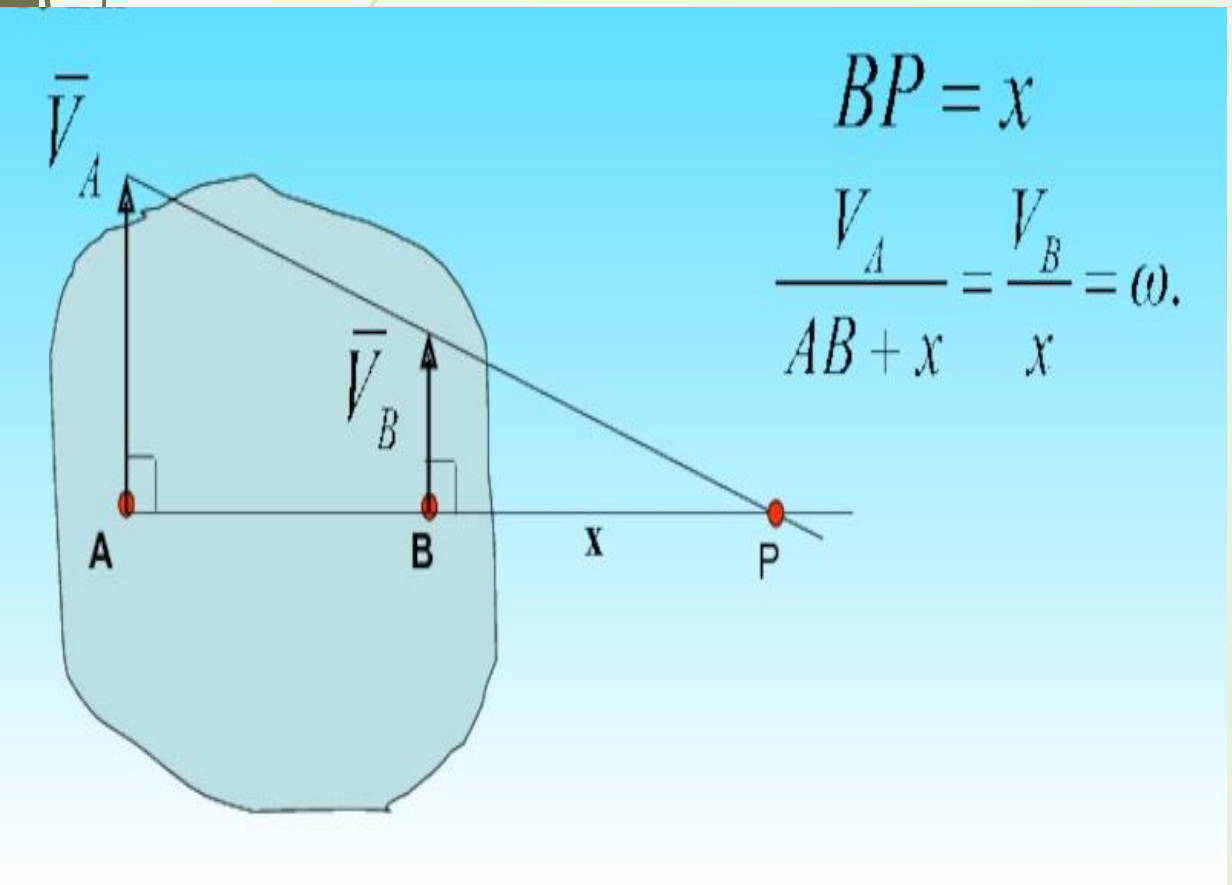
•Плоскопараллельное движение осуществляется путем качения без скольжения одного цилиндрического тела по поверхности другого

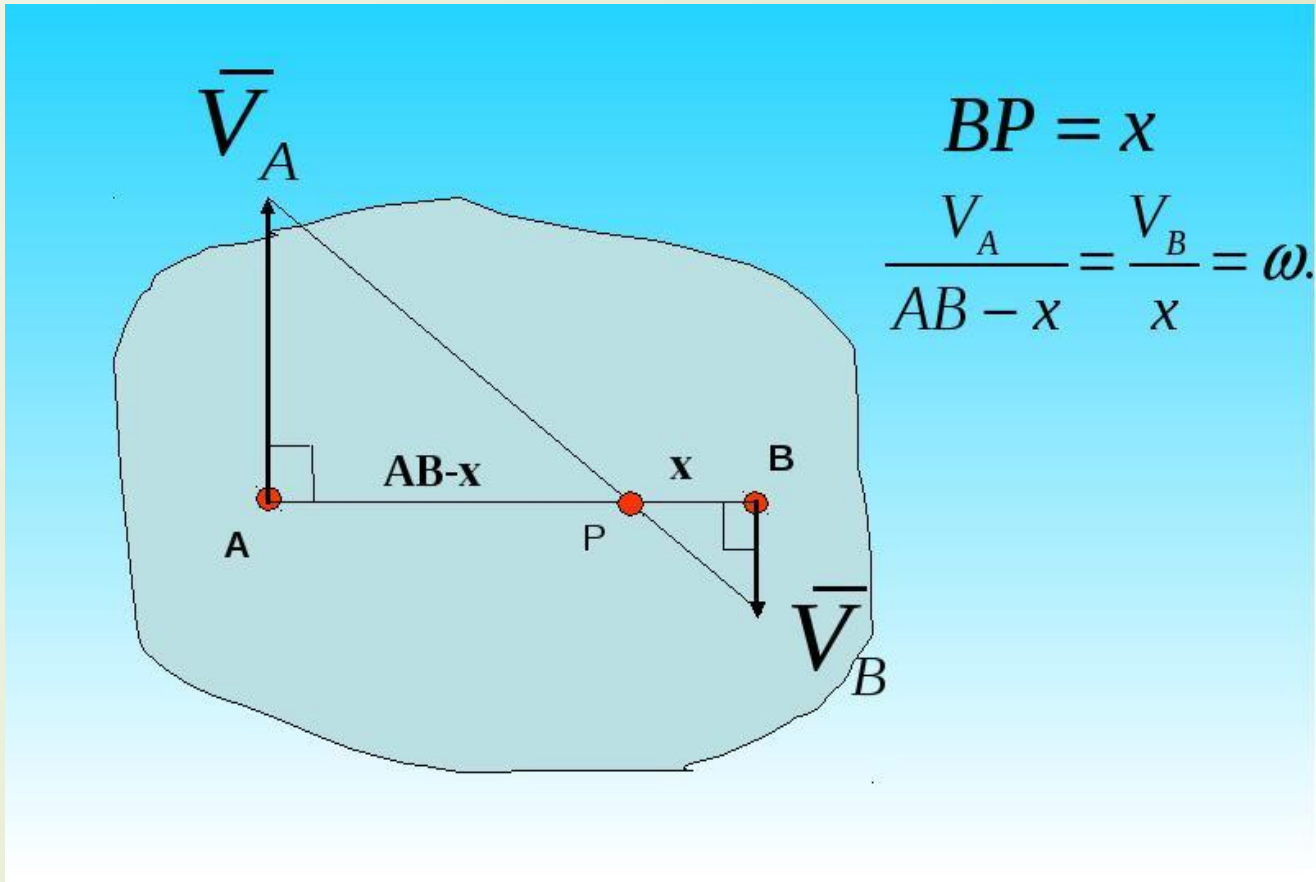


P – М.Ц.С.

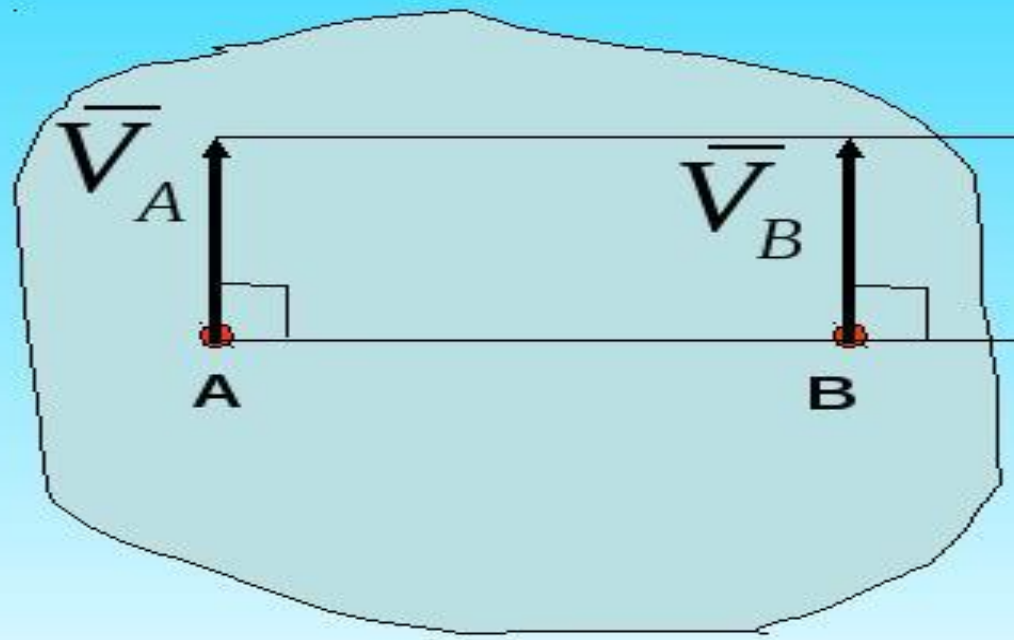
$$\omega = \frac{V_0}{R} = \frac{V_B}{2R};$$

3. ***Если скорости двух точек A и B плоской фигуры параллельны и с прямой, соединяющей эти точки, составляют прямые углы, то мгновенный центр скоростей P находится как точка пересечения общего перпендикуляра, восстановленного к скоростям в данных точках, и прямой, проходящей через концы векторов скоростей.***





4. ***Если скорости двух точек параллельны и с прямой, соединяющей точки образуют острые углы, то мгновенный центр скоростей не существует*** (находится в бесконечности). В этом случае скорости всех точек плоской фигуры равны, а угловая скорость равна нулю.



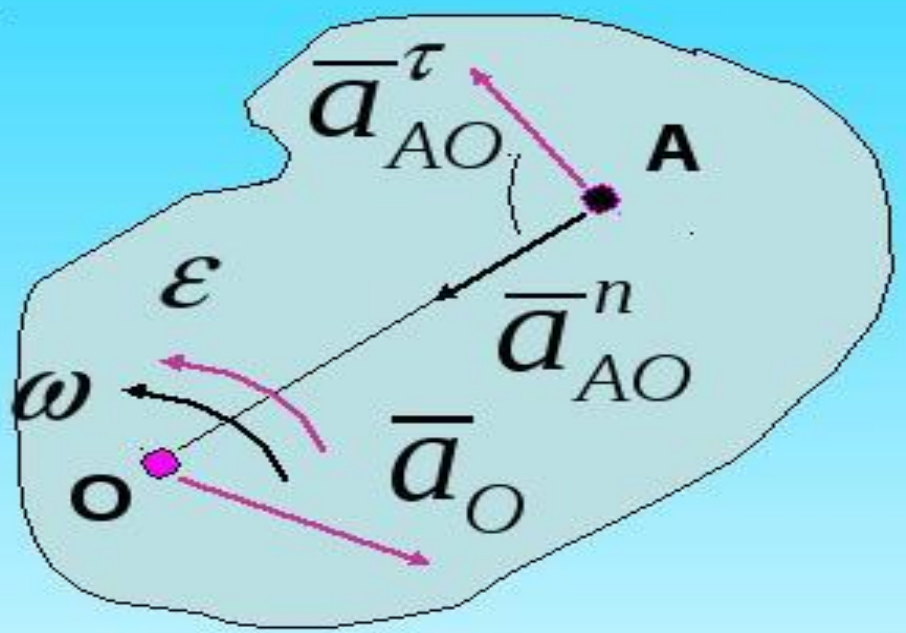
$$\bar{V}_A = \bar{V}_B$$

$$P \Rightarrow \infty$$

$$\omega = 0.$$

Движение называется ***мгновенно поступательным***

Вопрос 2 – *Распределение линейных ускорений точек плоской фигуры при плоском движении*



$$\overline{a}_A = \overline{a}_O + \overline{a}^{\tau}_{AO} + \overline{a}^{n}_{AO};$$

$$\overline{a}^{\tau}_{AO} \perp OA; \quad \overline{a}^{n}_{AO} \text{ P} OA;$$

$$a^{\tau}_{AO} = \varepsilon \cdot OA;$$

$$a^{n}_{AO} = \omega^2 \cdot OA.$$

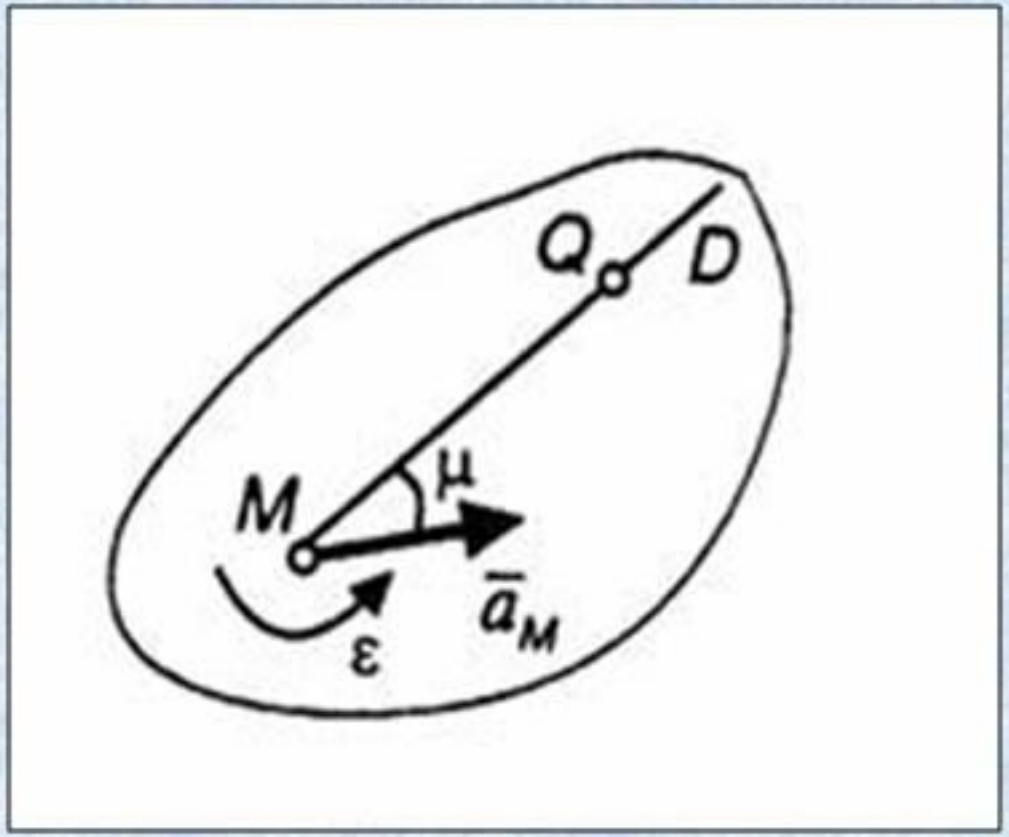
Ускорение любой точки *A* геометрически складывается из ускорения полюса *O* и осестремительного и вращательного ускорений во вращении тела вокруг полюса

Точка, ускорение которой в данный момент времени равно нулю называется ***мгновенным центром ускорений*** (**МЦУ**).

$$\bar{a}_M = \bar{a}_Q + \bar{a}_{MQ} = \bar{a}_{MQ}$$

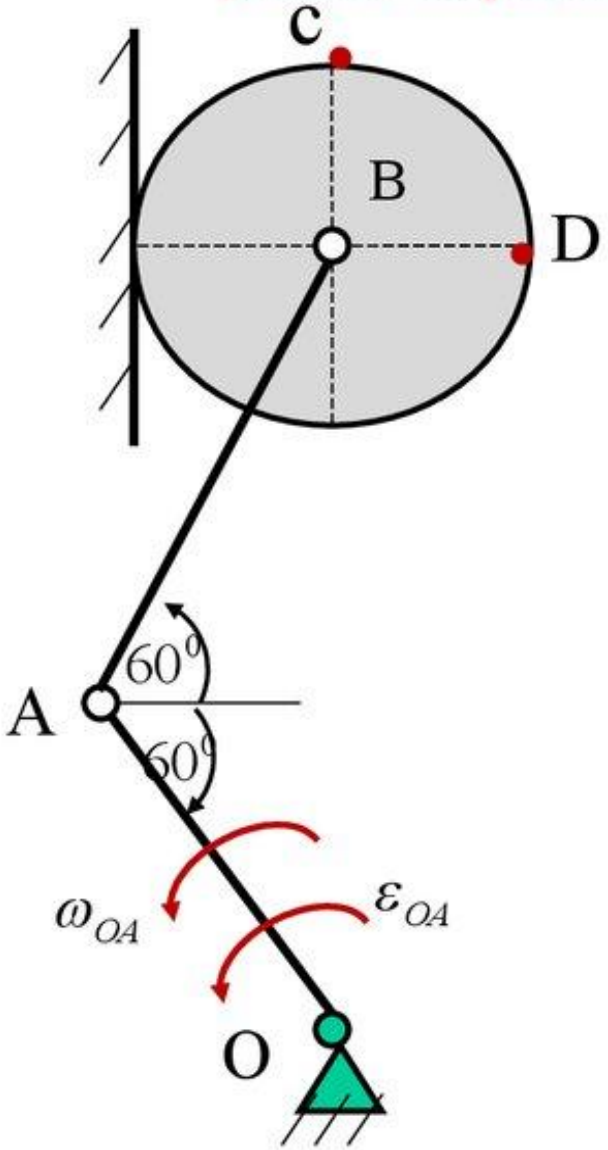
$$a_M = MQ\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}$$

$$\mathrm{tg}\mu = \varepsilon/\omega;$$



Постановка задачи:

Найти для заданного положения механизма скорости, указанных точек, угловые скорости всех звеньев и ускорения двух точек.



$Дано: \omega_{OA} = 3c^{-1}; \varepsilon_{OA} = 4c^{-2}; OA = 4см; AB = 4см; r = 2см$

$Определить: V_A; V_B; V_C; V_D; a_A; a_B; a_C; a_D$

1.Определение скоростей

1.1 С помощью мгновенного центра скоростей.

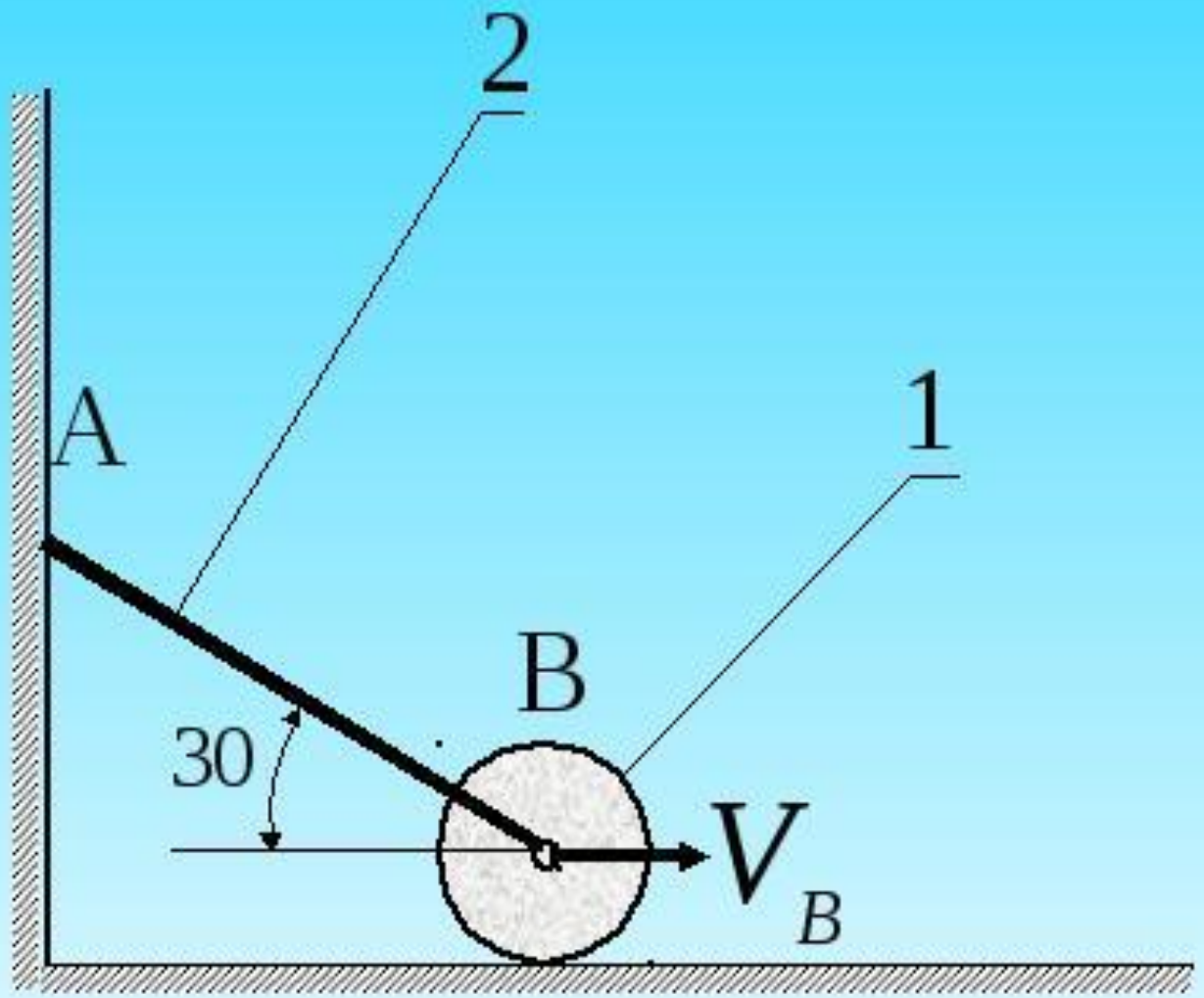
1.2 С помощью плана скоростей.

2.Определение ускорений

2.1 С помощью теоремы ускорений.

Примеры

$V_A = ?$



Вопрос 3 – *Абсолютное, переносное и относительное движения. Переносная, относительная и абсолютная скорости движения точки. Теорема о сложении скоростей.*

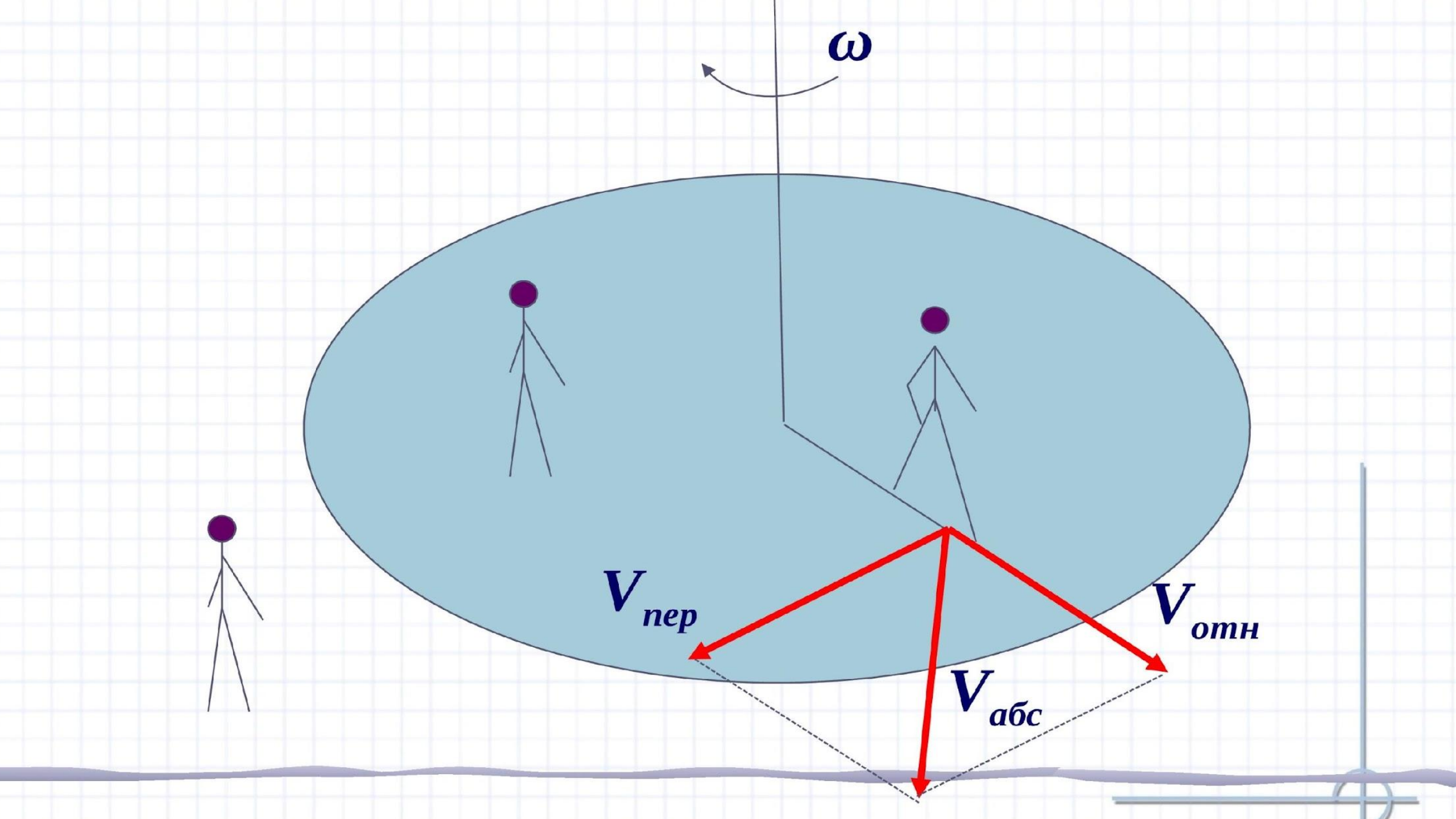
До сих пор мы изучали движение точки или тела по отношению к одной заданной системе отсчета. Однако в ряде случаев при решении задач механики оказывается целесообразным (а иногда и необходимым) рассматривать движение точки (или тела) одновременно по отношению к двум системам отсчета, из которых одна считается основной или условно неподвижной, а другая определенным образом движется по отношению к первой. Движение, совершаемое при этом точкой (или телом), называют ***составным*** или ***сложным.***

В сложном движении точки

различают три движения: ***абсолютное, переносное и относительное.***

Абсолютное движение — это движение точки относительно неподвижной системы координат. (движение человека по палубе корабля по отношению к берегу)

Абсолютное движение точки складывается из ***переносного движения***, т.е. движения подвижной системы координат относительно неподвижной (движение корабля по отношению к берегу), и ***относительного движения***, т.е. движения точки относительно подвижной системы координат (движение человека относительно палубы корабля).


ω
V пер
V отн
V абс

Теорема о сложении скоростей при сложном движении точки

Абсолютная скорость точки равна геометрической сумме относительной и переносной скоростей.

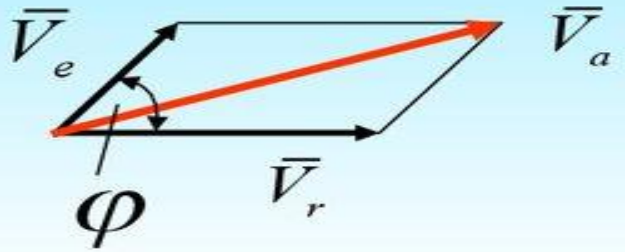
Скорости и ускорения при сложном движении обозначаются

$\bar{V}_a$, $\bar{a}_a$ - абсолютные

$\bar{V}_r$, $\bar{a}_r$ - относительные

$\bar{V}_e$, $\bar{a}_e$ - переносные

Сложение векторов скорости по теореме косинусов



$$\bar{V}_a = \bar{V}_r + \bar{V}_e$$

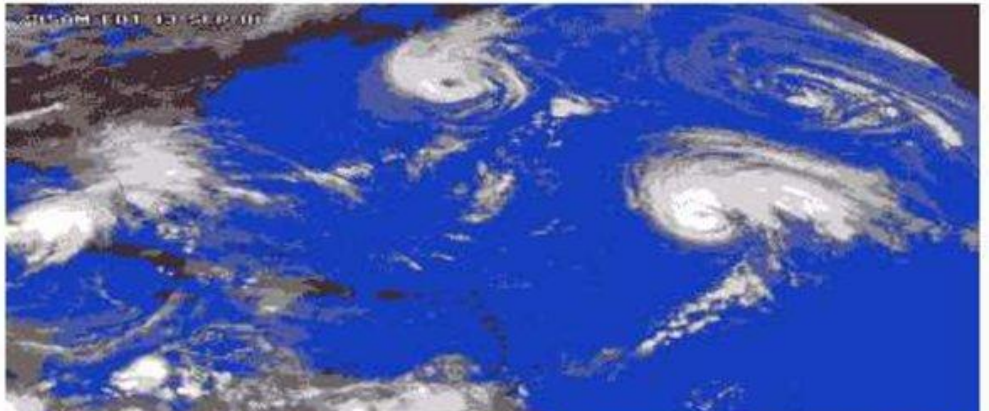
$$V_a = \sqrt{V_r^2 + V_e^2 + 2V_r V_e \cos\varphi}$$

Вопрос 4 – *Переносное, относительное, кориолисово и абсолютное ускорения движения точки. Теорема о сложении ускорений (теорема Кориолиса)*

Гюстав Гаспар **Кориолис**
1792-1843

$$\bar{a}^a = \bar{a}^r + \bar{a}^e + \bar{a}^c$$

$$\bar{a}^c = 2\bar{\omega}^e \times \bar{v}^r$$

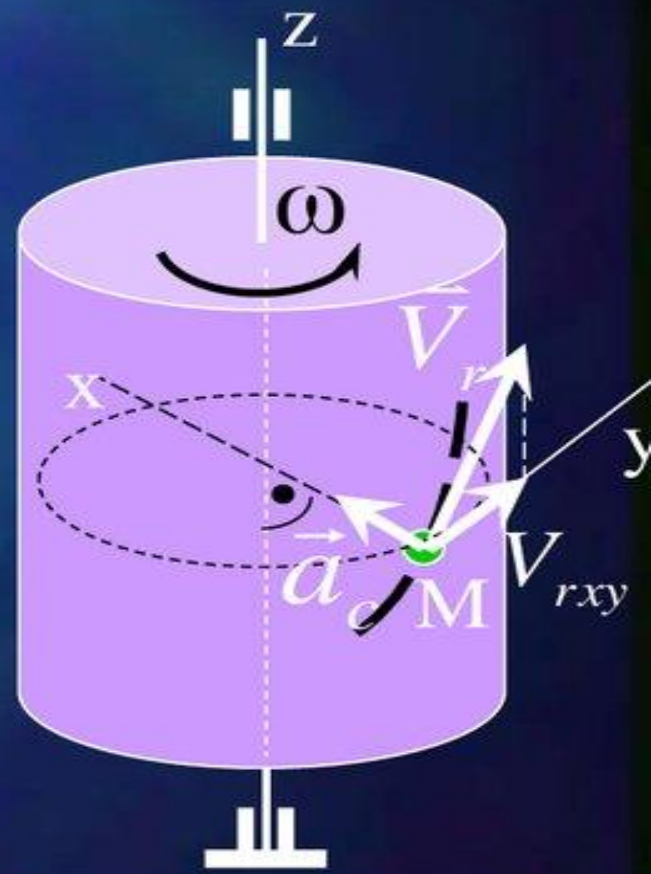


$$\bar{a}_a = \bar{a}_r + \bar{a}_e + \bar{a}_c$$

Ускорение Кориолиса учитывает влияние относительного движения точки на переносную скорость и переносного движения на относительную скорость

$$\bar{a}_c = 2\left(\bar{\omega}_e \times \bar{V}_r\right) \qquad a_c = 2\omega_e V_r \sin\left(\bar{\omega}_e, \bar{V}_r\right)$$

Правило Н.Е.Жуковского: спроектировать вектор относительной скорости, V_r, на плоскость, перпендикулярную оси вращения, и полученную проекцию, V_{rxy}, довернуть в этой же плоскости на 90° по направлению вращения



Теорема Кориолиса

(Теорема о сложении ускорений при сложном движении точки)

$$\bar{a}_a = \bar{a}_r + \bar{a}_e + \bar{a}_k$$

Теорема. Абсолютное ускорение точки при сложном движении равно геометрической сумме относительного, переносного ускорений и ускорения Кориолиса .

Относительное ускорение характеризует изменение относительной скорости в относительном движении точки.

Переносное ускорение характеризует изменение переносной скорости в переносном движении точки.