



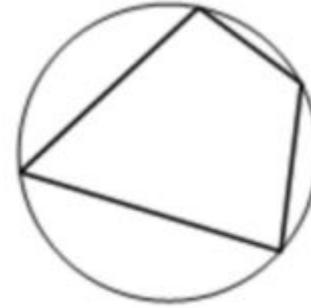
ЕГЭ 2020 Профиль

Решение задания №6

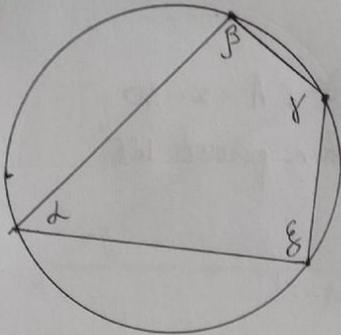


6

Два угла вписанного в окружность четырёхугольника равны 78° и 113° .
Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.



ТРП1



В окружность можно вписать
четырёхугольник, если сумма
противоположных углов
равна между собой и
эта сумма равна 180° , например.

$$\alpha + \gamma = \beta + \delta = 180^\circ$$

Пусть $\delta = 78^\circ$ тогда $\alpha + 113^\circ = \beta + 78^\circ = 180^\circ$

$$\alpha = 180 - 113 = 67^\circ$$

$$\beta = 180 - 78 = 102^\circ$$

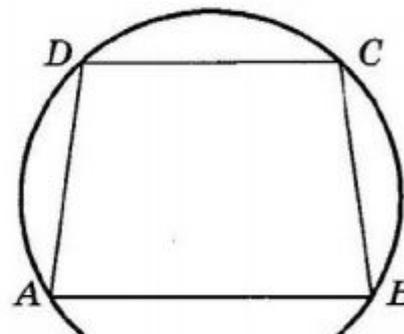
Ответ: 102°

Больший из оставшихся

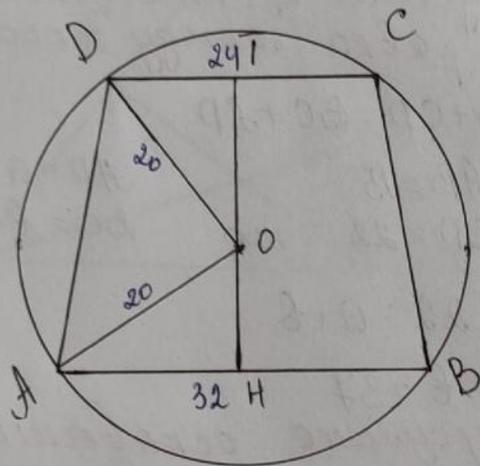


6

Основания равнобедренной трапеции равны 32 и 24. Центр окружности, описанной около трапеции, лежит внутри трапеции, а радиус окружности равен 20. Найдите высоту трапеции.



ТРН 2



искомая высота $h = TO + OH = TH$

1) из $\triangle ODT$: $OD^2 = DT^2 + TO^2$
 $20^2 = 12^2 + TO^2$

$DT = \frac{DC}{2} = 12$

$TO^2 = 400 - 144$

$TO = \sqrt{256} = 16$

2) из $\triangle AOH$:

$AO^2 = OH^2 + AH^2$

$OH^2 = 20^2 - 16^2$

$OH^2 = 400 - 256$

$OH = \sqrt{144} = 12$

$AH = \frac{AB}{2} = 16$

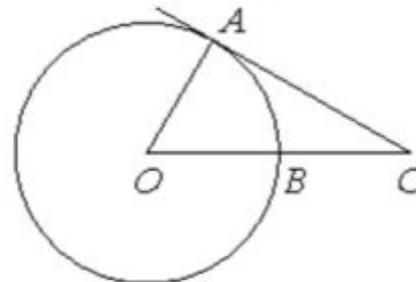
$h = TO + OH = 16 + 12 = 28$

Ответ: 28

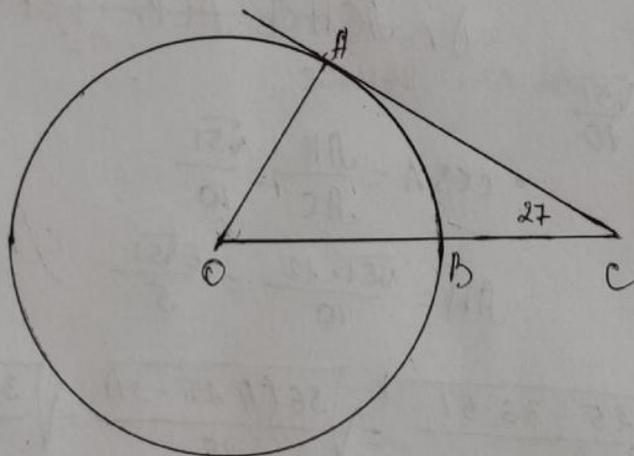


6

Угол ACO равен 27° , где O – центр окружности. Его сторона CA касается окружности. Сторона CO пересекает окружность в точке B (см. рис.). Найдите величину меньшей дуги AB окружности. Ответ дайте в градусах.



ТР №3



$$\sphericalangle AB = ?$$

$$\triangle AOC - \text{прямоугольный. } \begin{cases} \angle OAC = 90^\circ \\ \angle ACO = 27^\circ \end{cases} \Rightarrow$$

$$\angle AOC = 180 - 90 - 27 = 63^\circ$$

$\angle AOC$ – центральный! Он равен дуге на которую опирается.

$$\text{т.о. } \angle AOC = \sphericalangle AB = 63^\circ$$

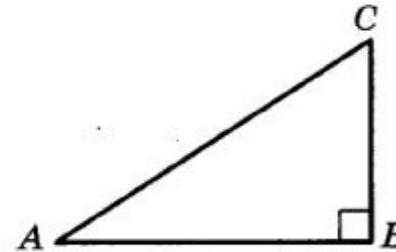
Ответ: 63

SHOT ON MI 9 LITE
ULTRIPLE CAMERA

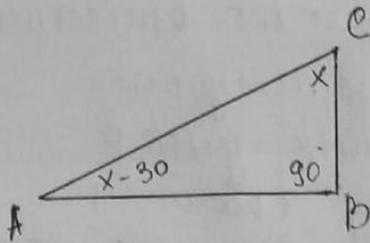


6

Один острый угол прямоугольного треугольника на 30° больше другого. Найдите больший острый угол. Ответ дайте в градусах.



ТР №4



$$\angle B = 90^\circ$$

Пусть $\angle C = x$, тогда $\angle A = x - 30$

Сумма всех углов Δ равна 180°

$$\angle A + \angle C + \angle B = 180^\circ$$

$$(x - 30) + x + 90 = 180$$

$$x - 30 + x = 180 - 90$$

$$2x = 90 + 30$$

$$2x = 120$$

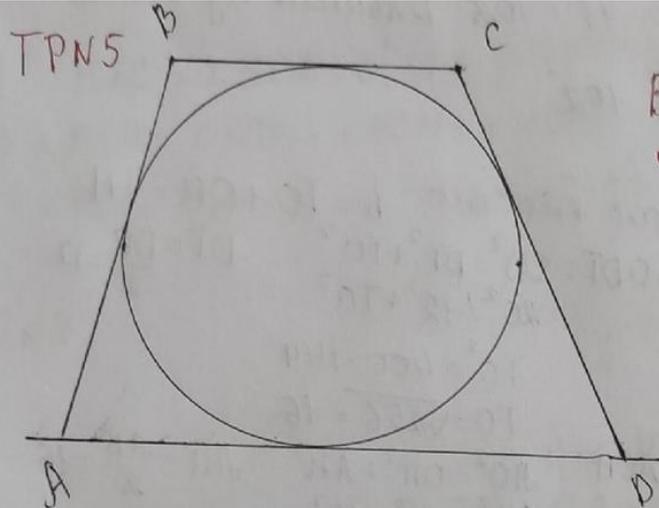
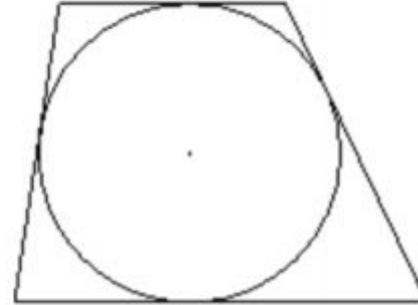
$$x = 60$$

Ответ: 60



6

Боковые стороны трапеции, описанной около окружности, равны 15 и 22. Найдите среднюю линию трапеции.



Во круге любой окружности можно описать четырехугольник, если суммы противоположных сторон равны между собой.

$$\text{т.е. } AB + CD = BC + AD$$

$$\text{если } AB = 15 \quad AD = a \\ CD = 22 \quad \text{то } BC = b$$

$$15 + 22 = a + b$$

$$a + b = 37$$

Средняя линия трапеции равна полусумме оснований. Т.е.

$$\text{ср. линия тр} = \frac{a+b}{2} \text{ м.о.} = \frac{37}{2} = 18,5$$

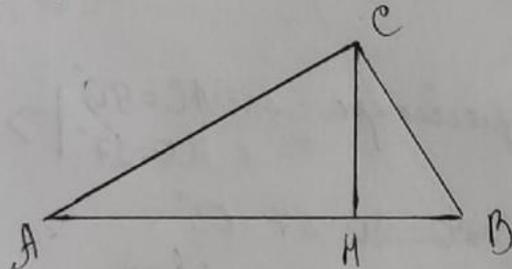
Ответ: 18,5



6

В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 12$, $\cos A = \frac{\sqrt{51}}{10}$. Найдите высоту CH .

РДНБ.



$\angle C = 90^\circ$
 $\cos A = \frac{\sqrt{51}}{10}$
 $AC = 12$
 $CH = ?$

1) $\triangle ACH, \triangle ACB$ - прямоугольные.

$$\cos A = \frac{AH}{AC} = \frac{\sqrt{51}}{10}$$

$$AH = \frac{\sqrt{51} \cdot 12}{10} = \frac{6\sqrt{51}}{5}$$

• по $\triangle ACH$: $AC^2 = AH^2 + HC^2$
 $12^2 = \left(\frac{6\sqrt{51}}{5}\right)^2 + HC^2$

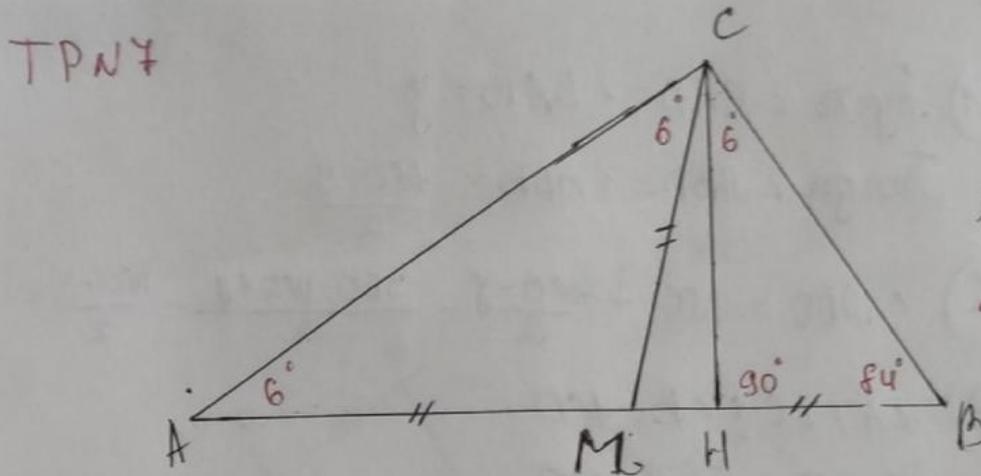
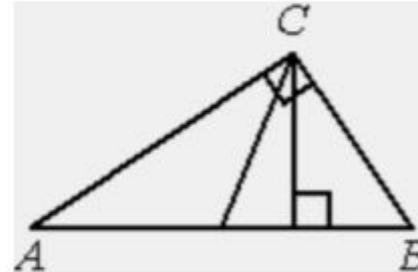
$$HC = \sqrt{144 - \frac{36 \cdot 51}{25}} = \sqrt{\frac{144 \cdot 25 - 36 \cdot 51}{25}} = \sqrt{\frac{36(4 \cdot 25 - 51)}{25}} = \sqrt{\frac{36 \cdot 49}{25}}$$

$$= \frac{6 \cdot 7}{5} = \frac{42}{5} = 8,4$$

• Ответ: 8,4

6

Острые углы прямоугольного треугольника равны 84° и 6° . Найдите угол между высотой и медианой, проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



CH - высота
CM - медиана

$$1) \angle BСH = 180 - 84 - 90 = 6^\circ$$

• медиана в прямоугол. Δ образует равнобедренные Δ

ΔAMC

ΔCNB

$$2) \angle MAC = \angle MCA = 6^\circ \text{ (т.к. равнобедр.)}$$

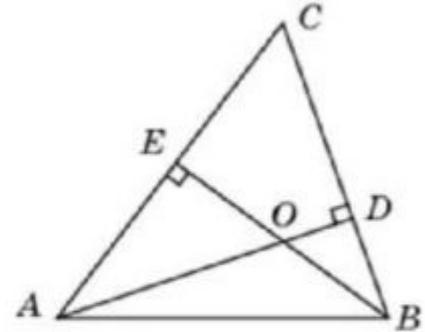
$$3) \angle MCH = \angle ACB - \angle ACM - \angle HCB$$

$$\angle MCH = 90^\circ - 6^\circ - 6^\circ = 90^\circ - 12^\circ = 78^\circ$$

Ответ: 78°

6

Два угла треугольника равны 68° и 35° . Найдите тупой угол, который образуют высоты треугольника, выходящие из вершин этих углов. Ответ дайте в градусах.



TPN8

Пусть $\angle CAB = 68^\circ$
 $\angle CBA = 35^\circ$

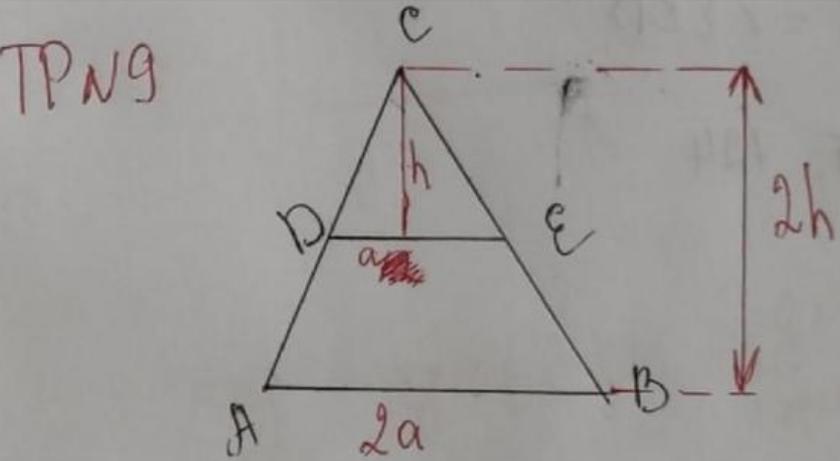
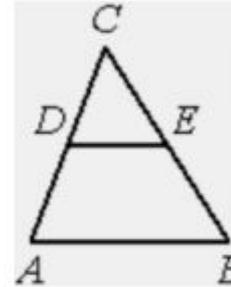
- $\angle ACB = 180^\circ - 68^\circ - 35^\circ = 47^\circ$
- в четырёхугольнике $EODC$: $\angle E = 90^\circ$
 $\angle D = 90^\circ$
 $\angle C = 47^\circ$
 $\angle O = 360^\circ - 180^\circ - 47^\circ = 103^\circ$
- $\angle EOD = \angle AOB = 103^\circ$
 т.к. вертикальные углы.

Ответ: 103°



6

В треугольнике ABC DE – средняя линия. Площадь треугольника CDE равна 24. Найдите площадь треугольника ABC .



$$S_{\triangle CDE} = 24 = \frac{1}{2} ah$$

$$ah = 48$$

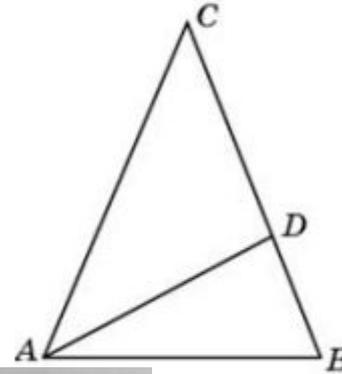
$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} 2a \cdot 2h = 2ah = 2 \cdot 48 = 96$$

Ответ: 96

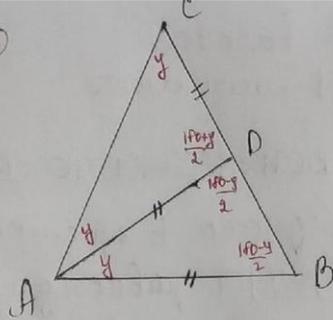


6

В треугольнике ABC проведена биссектриса AD и $AB = AD = CD$. Найдите меньший угол треугольника ABC . Ответ дайте в градусах.



ТРН 10



1) Пусть $\angle CAD = \angle DAB = y$

Тогда $\angle ABD = \angle ADB = \frac{180-y}{2}$

2) $\angle ADC = 180 - \frac{180-y}{2} = \frac{360-180+y}{2} = \frac{180+y}{2}$

3) $\angle A + \angle C + \angle B = 180$

$2y + y + \frac{180-y}{2} = 180$

$3y + \frac{180-y}{2} = 180$

$\frac{6y + 180 - y}{2} = 180$

$5y = 360 - 180$

$5y = 180$

$y = \frac{180}{5} = 36^\circ$

Ответ: 36°

4) Если $y = 36^\circ$

$\angle A = 2y = 72^\circ$

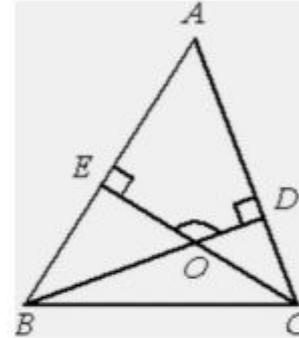
$\angle B = \frac{180-y}{2} = \frac{180-36}{2} = \frac{144}{2} = 72^\circ$

$\angle C = y = 36^\circ$

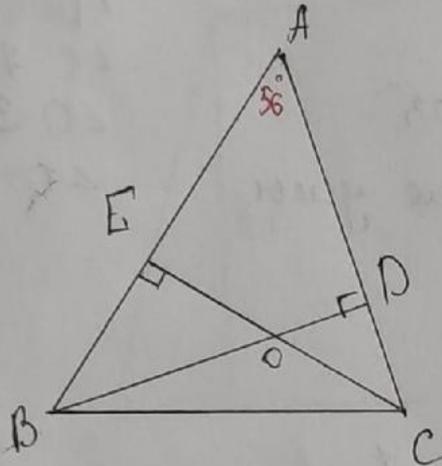


6

В треугольнике ABC угол A равен 56° , углы B и C — острые, высоты BD и CE пересекаются в точке O . Найдите угол DOE . Ответ дайте в градусах.



ТР №11



$$\angle A + \angle E + \angle D + \angle O = 360$$

$$\angle E = \angle D = 90^\circ$$

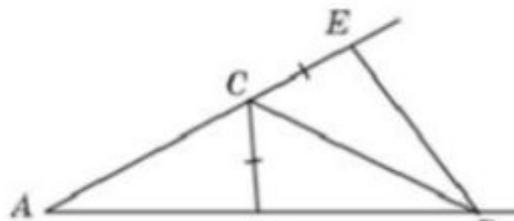
$$56^\circ + 90^\circ + 90^\circ + \angle O = 360^\circ$$

$$\angle O = 124^\circ = \angle DOE$$

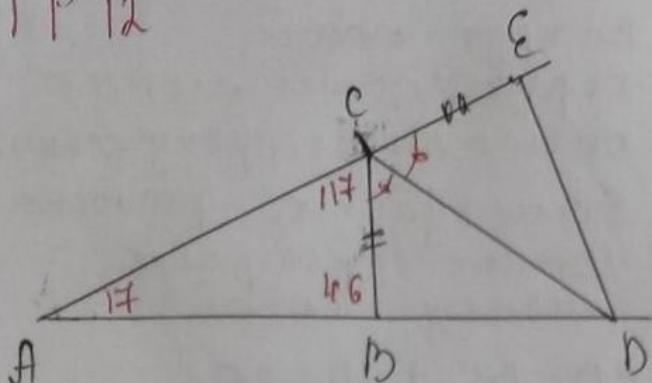
Ответ: 124

6

В треугольнике ABC угол A равен 17° , угол B равен 46° , CD – биссектриса внешнего угла при вершине C , причем точка D лежит на прямой AB . На продолжении стороны AC за точку C выбрана такая точка E , что $CE = CB$. Найдите угол BDE . Ответ дайте в градусах.



ТР 12



1) $\triangle CBD = \triangle CED$ (по двум сторонам и углу между ними) \Rightarrow

$$\angle BDC = \angle EDC$$

$$\angle BDE = 2\angle BDC$$

2) Рассмотрим $\triangle CBD$:

$$\angle CBD = 180 - 46 = 134$$

$$\angle BCD = \frac{180 - 117}{2} = \frac{63}{2} = 31,5$$

$$\angle BDC = 180 - 134 - 31,5 = 14,5$$

$$3) \angle BDE = 2\angle BDC = 2 \cdot 14,5 = 29$$

Ответ: 29



6

Стороны параллелограмма равны 5 и 10. Высота, опущенная на меньшую из этих сторон, равна 3. Найдите высоту, опущенную на большую сторону параллелограмма.

ТР 13

$S_{\text{пар}} = a \cdot h_1 = b \cdot h_2$
т.о

$a = 5 \quad b = 10 \quad h_1 = 3$

$5 \cdot 3 = 10 \cdot h_2$

$h_2 = \frac{15}{10} = 1,5$

Ответ: 1,5



6

Угол между двумя соседними сторонами правильного многоугольника, вписанного в окружность, равен 168° . Найдите число вершин многоугольника.

ТР14

формула для нахождения
кол-во сторон в многоугольнике вписанного
в окружность

$$\alpha = \frac{n-2}{n} \cdot 180$$

$$168 = \frac{n-2}{n} \cdot 180$$

$$168n = 180n - 360$$

$$360 = 180n - 168n$$

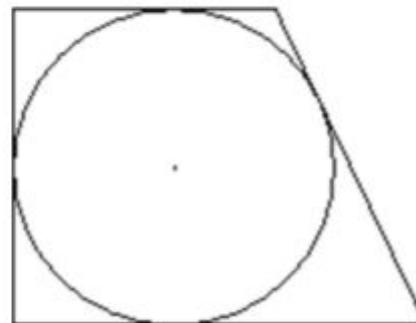
$$360 = 12n$$

$$n = 30$$

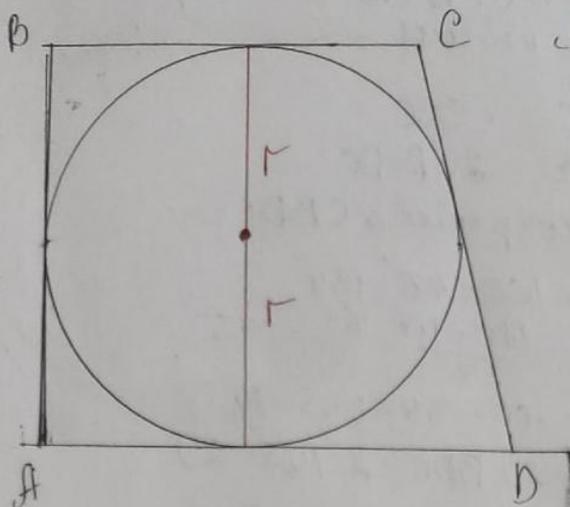
Ответ: $n = 3$

6

Периметр прямоугольной трапеции, описанной около окружности, равен 40, её большая боковая сторона равна 11. Найдите радиус окружности.



ТР №15



$$AB = 25$$

$$P_{\text{трап}} = 40$$

$$CD = 11$$

Во круг любой окружности можно описать четырехугольник. Если суммы противоположных сторон равна между собой!

$$\bullet AB + CD = BC + AD = 20$$

$$AB + 11 = 20$$

$$AB = 9$$

$$\bullet AB = 25$$

$$9 = 25$$

$$r = 4,5 \quad \text{Ответ: } 4,5$$

ТР №16

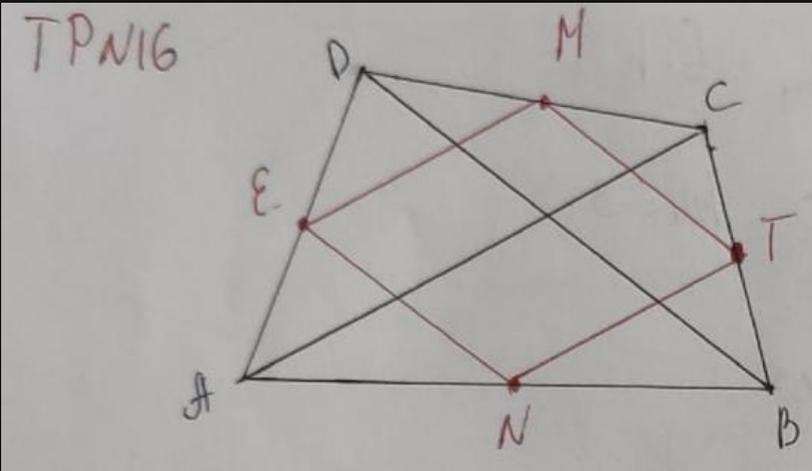
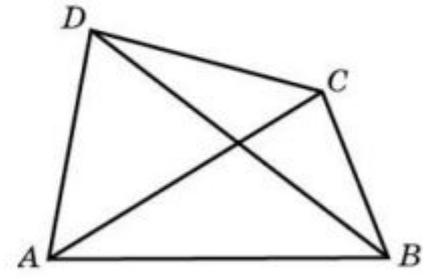
Р.

M



6

Диагонали четырёхугольника равны 6 и 2. Найдите периметр четырёхугольника, вершинами которого являются середины сторон данного четырёхугольника.



$AC = 6$
 $DB = 2$

Найдем $P_{EMTN} = EM + MT + TN + NE$

1) $EM = NT = \frac{AC}{2} = \frac{6}{2} = 3$

2) $MT = EN = \frac{DB}{2} = \frac{2}{2} = 1$

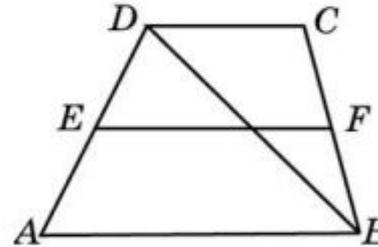
искомый периметр

$P_{EMTN} = 3 + 1 + 3 + 1 = 8$ Ответ: 8

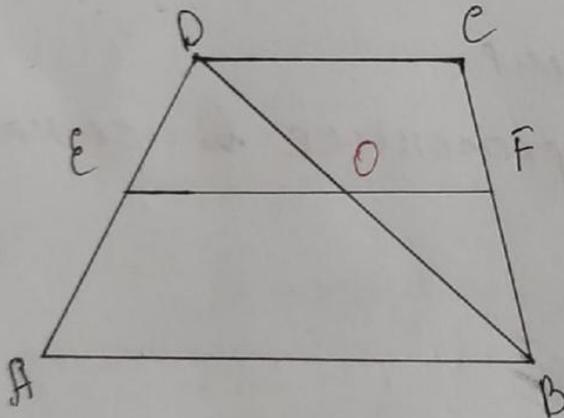


6

Основания трапеции равны 2 и 4. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей.



ТР №17



$$EO > OF$$

рассмотрим $\triangle AOB$
 EO сред. лин.

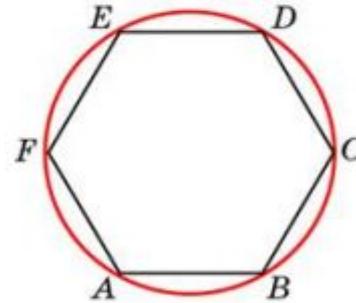
$$AB = 4 \Rightarrow EO = \frac{4}{2} = 2$$

Ответ: 2

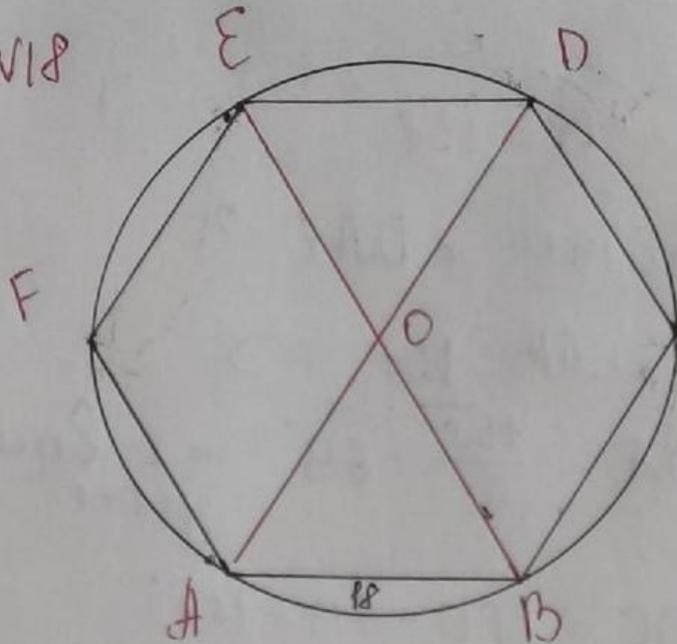


6

Периметр правильного шестиугольника равен 108. Найдите диаметр описанной окружности.



ТР №18



$$P_{AB...F} = 108$$

$$AB = \frac{108}{6} = 18$$

$$d = AD$$

м.к. $\triangle AOB$ - равносторонний \Rightarrow

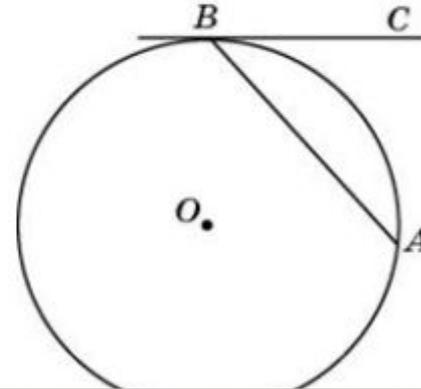
$$d = AO + OB = 18 + 18 = 36$$

Ответ: 36

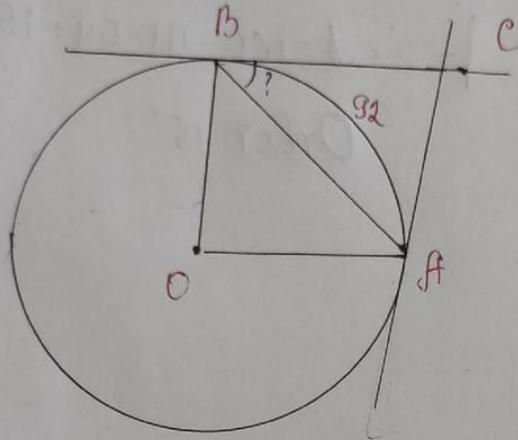


6

Хорда AB стягивает дугу окружности в 92° . Найдите угол ABC между этой хордой и касательной к окружности, проведённой через точку B . Ответ дайте в градусах.



ТР №19



I способ

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \sphericalangle AOB = \frac{92^\circ}{2} = 46^\circ$$

II способ. Построим четырехугольник $ACBO$.

$$1) \angle BOA + \angle BSA = 180^\circ$$

$$92^\circ + \angle BSA = 180^\circ$$

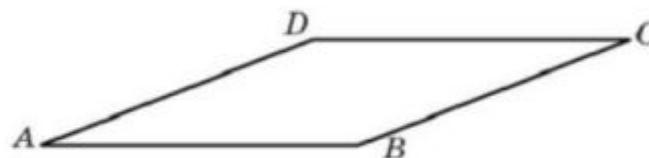
$$\angle BSA = 88^\circ$$

$$2) \triangle BSA; \angle B = \angle A = \frac{180 - 88}{2} = \frac{92}{2} = 46^\circ$$

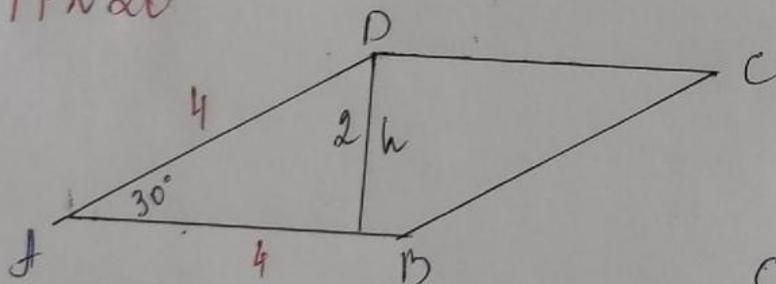
Ответ: 46



6

Найдите площадь ромба, если его высота равна 2, а острый угол 30° .

ТРН20

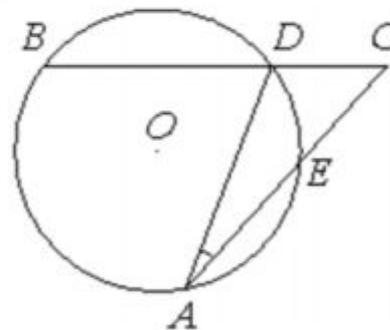


ABCD - ромб
 На против $\angle B$ 30° лежит сторона
 равная половине гипотенузы
 $S_{ромб} = S_{паралл} = a \cdot h = 4 \cdot 2 = 8$

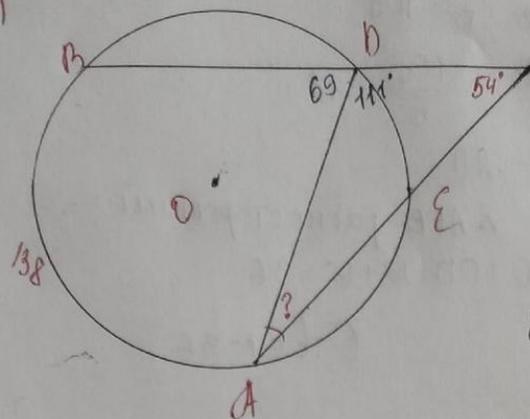
Ответ: 8

6

Угол ACB равен 54° . Градусная мера дуги AB окружности, не содержащей точек D и E равна 138° . Найдите угол DAE . Ответ дайте в градусах.



ТР №21



$\cup AB = 138^\circ$

Найти: $\angle DAE$ - ?

т.к. $\cup AB = 138^\circ \Rightarrow$

1) $\angle BDA = \frac{138}{2} = 69^\circ$ т.к. впис. угол

2) $\angle ADC = 180 - 69 = 111^\circ$

3) из $\triangle ADC$: $\angle D = 111$
 $\angle C = 54 \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle A = 180 - 111 - 54 = 15^\circ$

Ответ: 15°

ЕГЭ



**ТВОЁ БУДУЩЕЕ
НАЧИНАЕТСЯ ЗДЕСЬ**

2020