НЕРАВЕНСТВА СИСТЕМЫ И СОВОКУПНОСТИ НЕРАВЕНСТВ

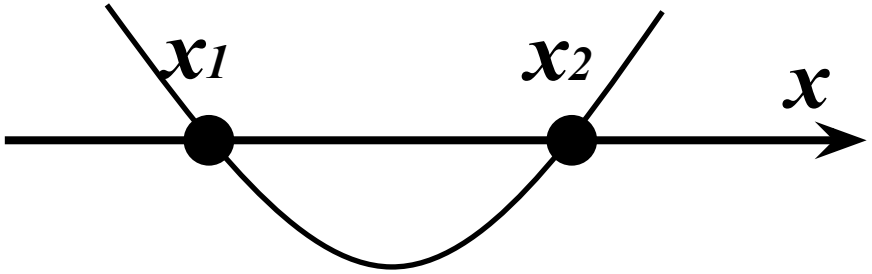
РЕШЕНИЕ КВАДРАТНЫХ НЕРАВЕНСТВ, МЕТОДОМ ПАРАБОЛЫ

$$ax^2 + bx + c \le 0,\ a > 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$D > 0$$

$$\left[\begin{array}{l} x = x_1, \\ x = x_2. \end{array}\right.$$



$$Ответ: [x_1;\ x_2].$$

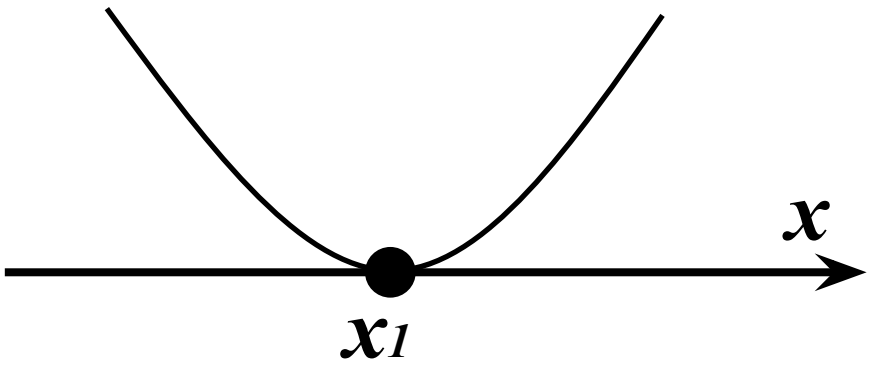
РЕШЕНИЕ КВАДРАТНЫХ НЕРАВЕНСТВ, МЕТОДОМ ПАРАБОЛЫ

$$ax^2 + bx + c \le 0,\ a > 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$D = 0$$

$$x = x_1.$$



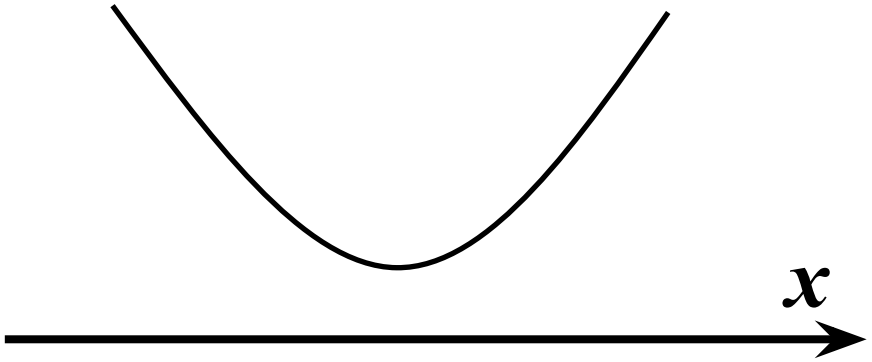
$$Ответ: \{x_1\}.$$

РЕШЕНИЕ КВАДРАТНЫХ НЕРАВЕНСТВ, МЕТОДОМ ПАРАБОЛЫ

$$ax^2 + bx + c \le 0,\ a > 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$D < 0$$



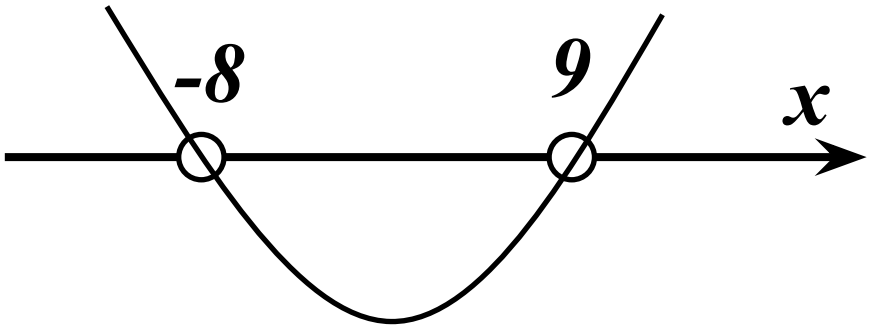
$$Ответ: \varnothing.$$

№ 1

$$x^2 - x - 72 > 0$$

$$x^2 - x - 72 = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} x = -8, \\ x = 9. \end{array}\right.$$



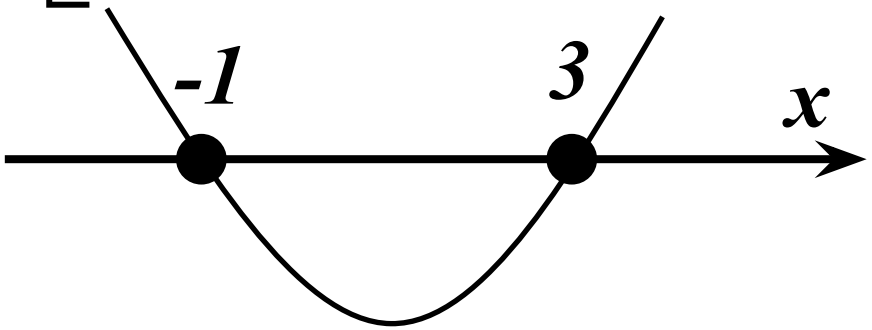
$$\textit{Ответ}: (-\infty; -8) \cup (9; +\infty).$$

№ 2

$$0,5x^2 - x - 1,5 \le 0$$

$$0,5x^2 - x - 1,5 = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} x = -1, \\ x = 3. \end{array}\right.$$



Ответ : $[-1;\ 3]$.

№ 3

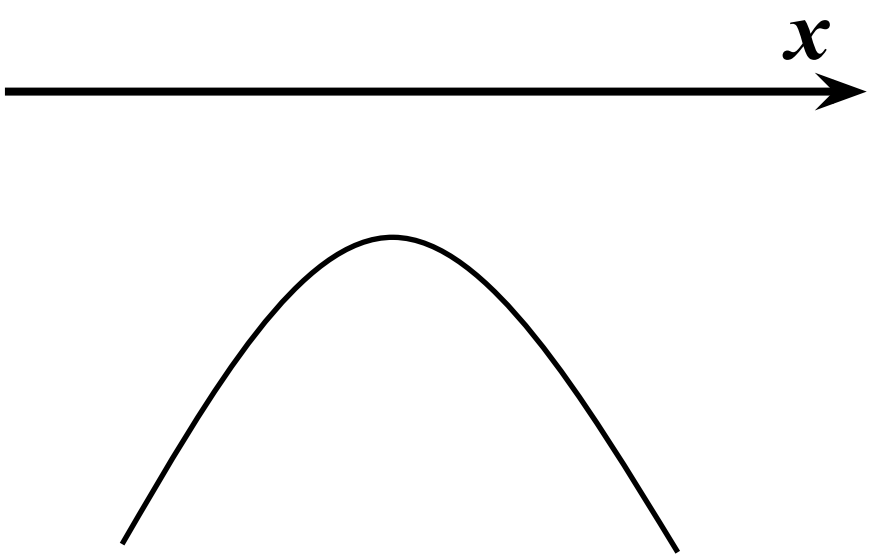
$$-\frac{1}{5}x^2 < \frac{1}{15}x + 1$$

$$-\frac{1}{5}x^2 - \frac{1}{15}x - 1 < 0$$

$$-\frac{1}{5}x^2 - \frac{1}{15}x - 1 = 0 \Big| \cdot -15$$

$$3x^2 + x + 15 = 0$$

$$D < 0$$



Ответ : R.

№ 4

$$x(3x-1)-x^2+16>x(2-x)-x(11-2x)$$

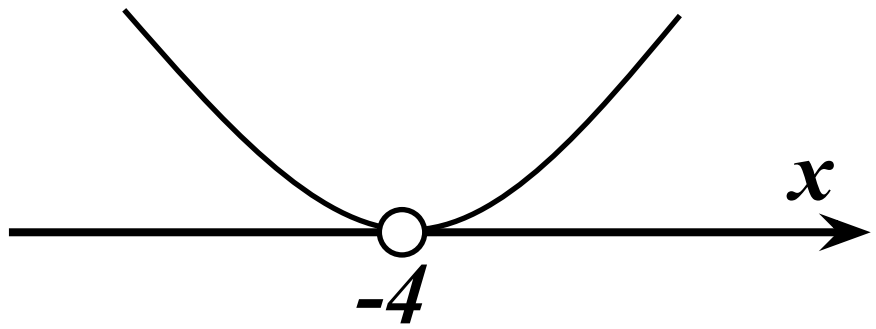
$$3x^2-x-x^2+16>2x-x^2-11x+2x^2$$

$$x^2+8x+16>0$$

$$x^2+8x+16=0$$

$$(x+4)^2=0$$

$$x=-4$$



Ответ: $(-\infty;-4)\cup(-4;+\infty)$.

№ 5

$$(2x-1)^2 \le 3(1+x)(x-1)$$

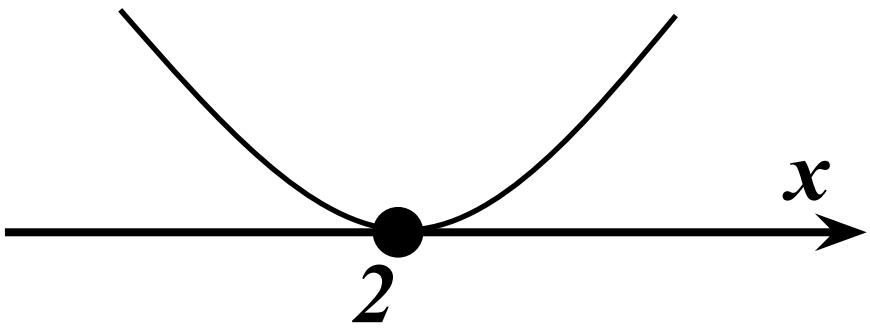
$$4x^2+1-4x \le 3x^2-3$$

$$x^2-4x+4 \le 0$$

$$x^2-4x+4=0$$

$$(x-2)^2=0$$

$$x=2$$



$$Ответ: \{2\}.$$

РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВ, СОДЕРЖАЩИХ ПЕРЕМЕННУЮ ПОД ЗНАКОМ МОДУЛЯ

$$\left|f(x)\right| < g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) < g(x), \\ f(x) > -g(x). \end{cases}$$

Система

Пересечение

Двойная штриховка в ответ

$$\left|f(x)\right| \le g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \le g(x), \\ f(x) \ge -g(x). \end{cases}$$

Система

Пересечение

Двойная штриховка в ответ

$$\left|f(x)\right| > g(x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) > g(x), \\ f(x) < -g(x). \end{array}\right.$$

Совокупность

Объединение

Все, что заштриховано – в ответ

$$\left|f(x)\right| \geq g(x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) \geq g(x), \\ f(x) \leq -g(x). \end{array}\right.$$

Совокупность

Объединение

Все, что заштриховано – в ответ

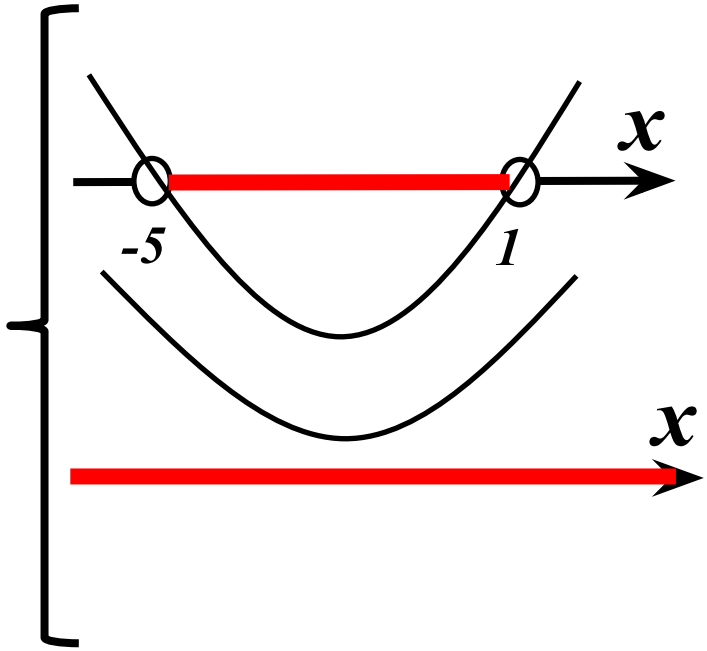
$$\left|x^2+4x\right|<5 \quad \begin{cases} x^2+4x<5, \\ x^2+4x>-5; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2+4x-5<0, \\ x^2+4x+5>0. \end{cases}$$

$$x^2+4x-5=0$$

$$\left[\begin{array}{l} x=1, \\ x=-5. \end{array}\right.$$

$$x^2+4x+5=0$$

$$\frac{D}{4}=4-5<0.$$



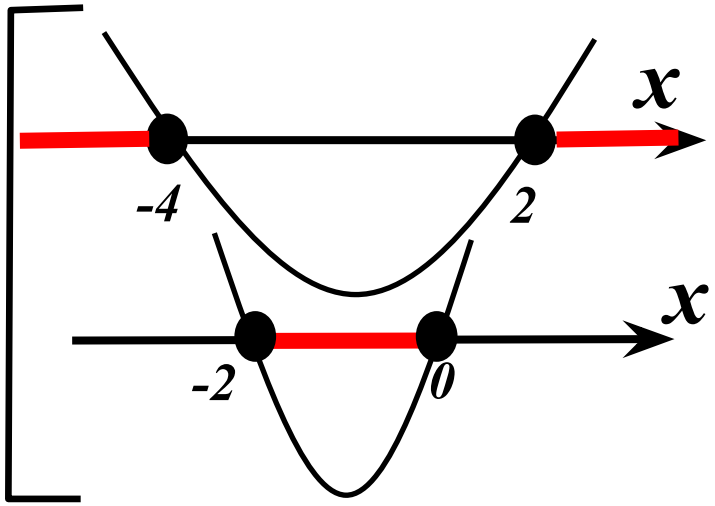
$$\begin{cases} x\in(-5;\,1), \\ x\in R. \end{cases}$$

Ответ: $(-5;\,1)$.

$$\left|x^2+2x-4\right| \geq 4 \quad \left[\begin{array}{l} x^2+2x-4 \geq 4, \\ x^2+2x-4 \leq -4; \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} x^2+2x-8 \geq 0, \\ x^2+2x \leq 0; \end{array}\right.$$

$$x^2+2x-8=0$$

$$\left[\begin{array}{l} x=-4, \\ x=2. \end{array}\right.$$



$$x^2+2x=0$$

$$\left[\begin{array}{l} x=-2, \\ x=0. \end{array}\right. .$$

$$\textit{Ответ}: \left(-\infty;-4\right] \cup \left[-2;0\right] \cup \left[2;+\infty\right).$$

СИСТЕМЫ И СОВОКУПНОСТИ НЕРАВЕНСТВ

Системы и совокупности линейных неравенств с одной переменной

Система

$$\begin{cases} x > a, \\ x < b. \end{cases}$$

Пересечение

Двойная штриховка в ответ

Совокупность

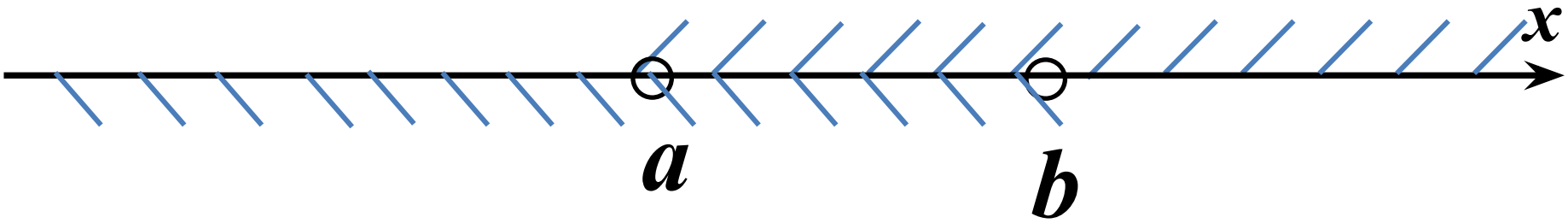
$$\left[\begin{array}{l} x > a, \\ x < b. \end{array}\right.$$

Объединение

Все, что заштриховано – в ответ

Система неравенств

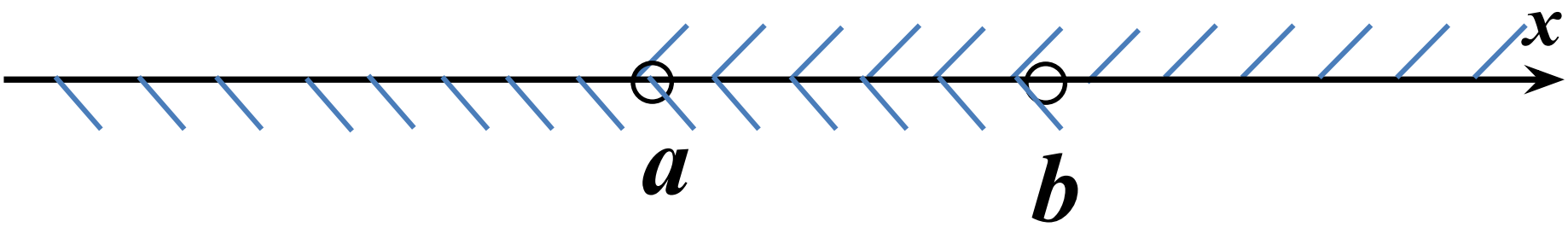
$$\begin{cases} x > a, \\ x < b. \end{cases}$$



$$Ответ: (a;\ b).$$

Совокупность неравенств

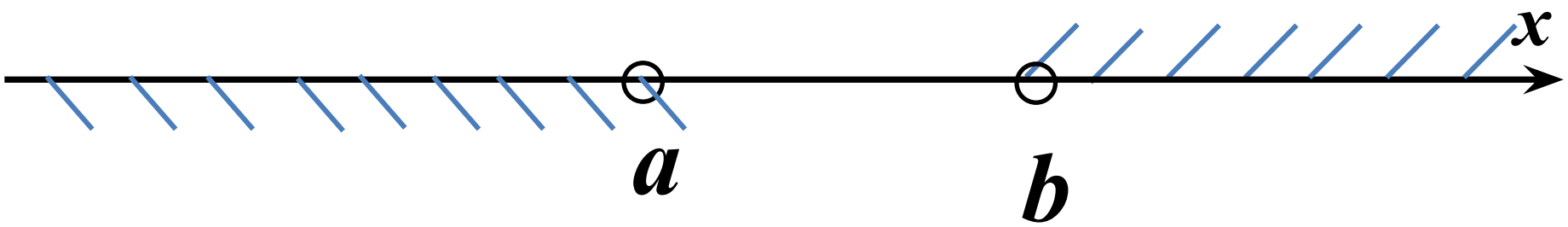
$$\left[\begin{array}{l} x > a, \\ x < b. \end{array}\right.$$



$$Ответ: (-\infty; +\infty).$$

Система неравенств

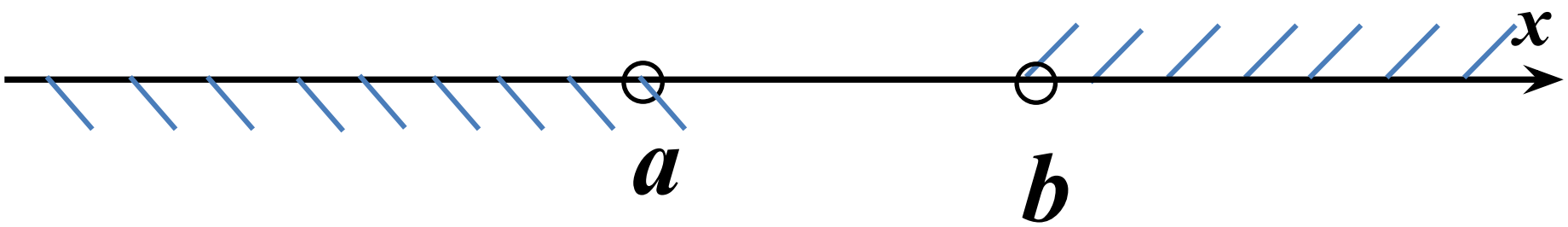
$$\begin{cases} x < a, \\ x > b. \end{cases}$$



$$Ответ: \varnothing.$$

Совокупность неравенств

$$\left[\begin{array}{l} x < a, \\ x > b. \end{array}\right.$$



$$Ответ: (-\infty;\ a) \cup (b;\ +\infty).$$

Частные случаи решения систем неравенств

$$\begin{cases} \varnothing, \\ ax > b. \end{cases} \Leftrightarrow \varnothing$$

$$\begin{cases} R, \\ ax > b. \end{cases} \Leftrightarrow ax > b.$$

$$\begin{cases} R, \\ \varnothing. \end{cases} \Leftrightarrow \varnothing$$

Частные случаи решения совокупностей неравенств

$$\left[\begin{array}{l} \varnothing, \\ ax > b. \end{array}\right. \Leftrightarrow ax > b.$$

$$\left[\begin{array}{l} R, \\ ax > b. \end{array}\right. \Leftrightarrow R$$

$$\left[\begin{array}{l} \varnothing, \\ R. \end{array}\right. \Leftrightarrow R$$

Двойное неравенство

$$a < x < b \Leftrightarrow \begin{cases} x < b, \\ x > a. \end{cases}$$

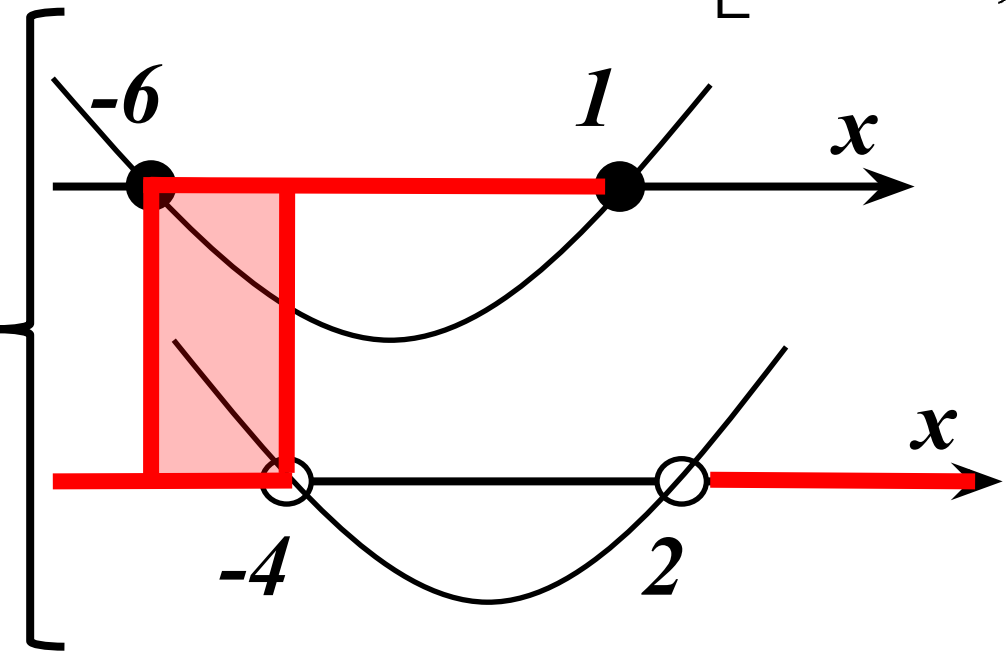
$$a \le x \le b \Leftrightarrow \begin{cases} x \le b, \\ x \ge a. \end{cases}$$

Система квадратных неравенств

$$\begin{cases} x^2+5x-6\le 0, \\ x^2+2x-8>0. \end{cases}$$

$$x^2+5x-6=0 \qquad x^2+2x-8=0$$

$$\left[\begin{array}{l} x=1, \\ x=-6; \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} x=2, \\ x=-4. \end{array}\right.$$



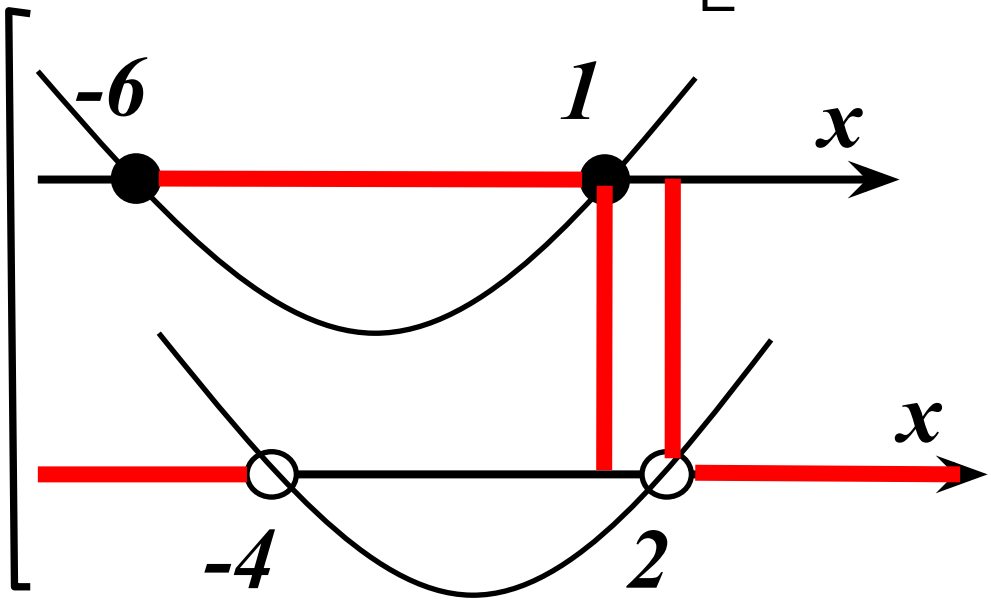
$$Ответ: [-6;\ -4).$$

Совокупность квадратных неравенств

$$\left[\begin{array}{l} x^2+5x-6\le 0, \\ x^2+2x-8>0. \end{array}\right.$$

$$x^2+5x-6=0 \qquad x^2+2x-8=0$$

$$\left[\begin{array}{l} x=1, \\ x=-6; \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} x=2, \\ x=-4. \end{array}\right.$$



$$Ответ: (-\infty;\ 1] \cup (2;\ +\infty).$$

РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВ МЕТОДОМ ЗАМЕНЫ ПЕРЕМЕННОЙ

Алгоритм решения

1) Сделать замену переменной;

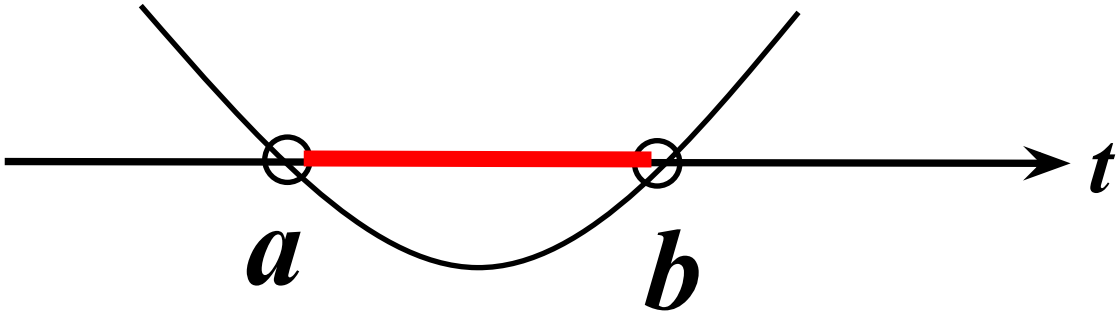
2) Решить неравенство с новой переменной;

3) Вернуться к замене и решить новое неравенство или систему или совокупность неравенств;

4) Записать ответ.

Алгоритм решения

$$\left[f(x) = t \right]$$

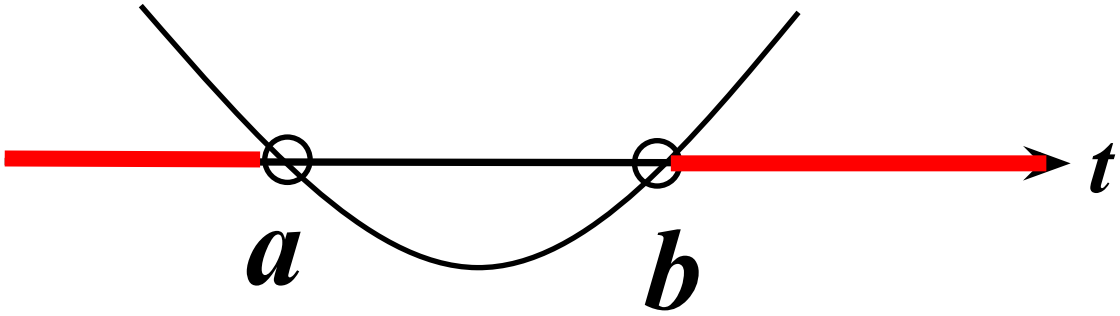


$$\cancel{(a;\ b)}$$

$$\begin{cases} t > a, \\ t < b; \end{cases} \quad \begin{cases} f(x) > a, \\ f(x) < b. \end{cases}$$

Алгоритм решения

$$\left[f(x) = t \right]$$



$$\cancel{(-\infty;\ a) \cup (b;\ +\infty)}$$

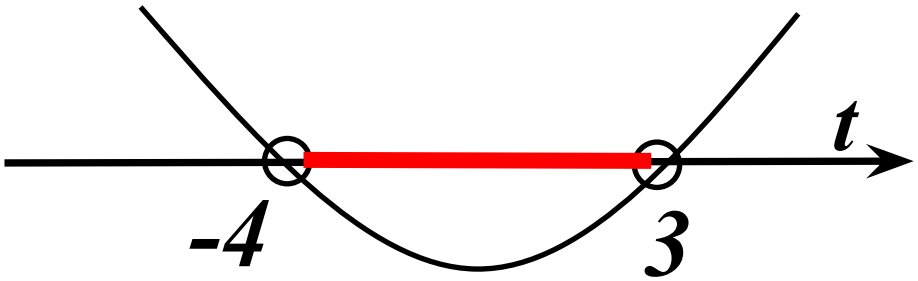
$$\left[\begin{array}{l} t > b, \\ t < a; \end{array} \right. \quad \left[\begin{array}{l} f(x) > b, \\ f(x) < a. \end{array} \right.$$

Решите неравенство

$$\left(x^2+2x+1\right)\left(x^2+2x\right)<12$$

$$\left[x^2+2x=t\right]\ (t+1)t<12,\ t^2+t-12<0$$

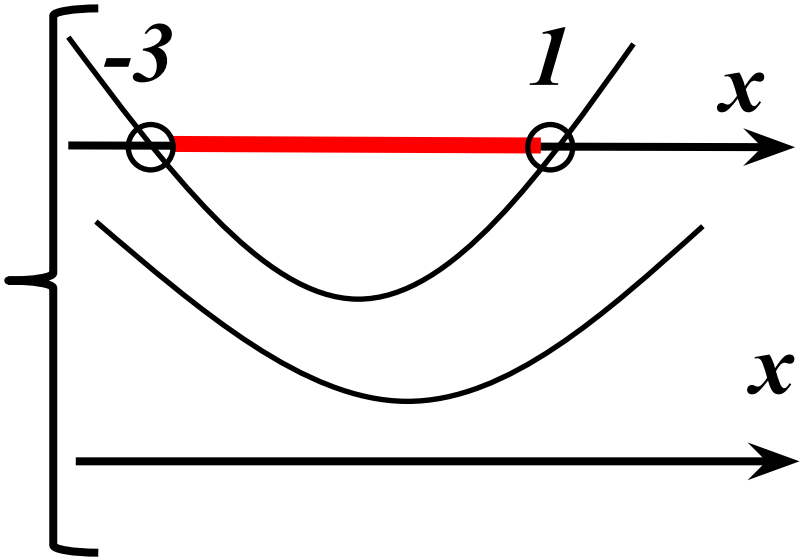
$$t^2+t-12=0,\ \left[\begin{array}{l} t=-4, \\ t=3. \end{array}\right.$$



$$\begin{cases} t<3 \\ t>-4 \end{cases};\quad \begin{cases} x^2+2x-3<0 \\ x^2+2x+4>0; \end{cases}$$

$$x^2+2x-3=0 \qquad x^2+2x+4=0$$

$$\left[\begin{array}{l} x=1, \\ x=-3; \end{array}\right. \qquad D<0.$$



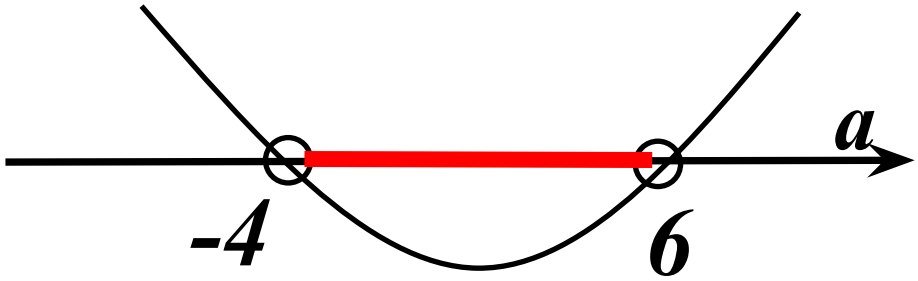
$$Ответ:(-3;1).$$

Решите неравенство

$$x(x-1)(x+1)(x+2) \le 24$$

$$(x^2+x)(x^2+x-2)-24 \le 0, \qquad \left[x^2+x=a\right]$$

$$a(a-2)-24 \le 0, \quad a^2-2a-24 \le 0,$$



$$\begin{cases} a \le 6 \\ a \ge -4 \end{cases};$$

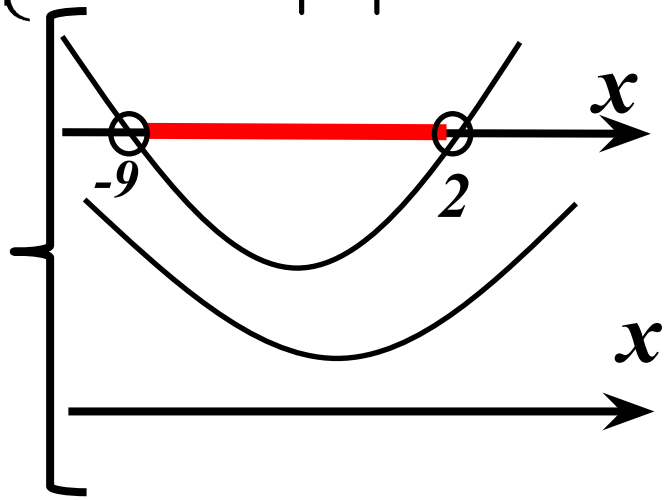
$$\begin{cases} x^2+x \le 6 \\ x^2+x \ge -4 \end{cases}; \qquad \begin{cases} x^2+x-6 \le 0 \\ x^2+x+4 \ge 0 \end{cases}; \qquad \begin{cases} x \in [-3;\ 2] \\ R \end{cases}$$

$$Ответ: [-3;\ 2]$$

Решите неравенство

$$\left|x^2+7|x|\right|<18 \quad \begin{cases} x^2+7|x|<18, \\ x^2+7|x|>-18; \end{cases} \quad \left[\,|x|=t\,\right]$$

$$\begin{cases} t^2+7t-18<0, \\ t^2+7t+18>0; \end{cases}$$



$$\begin{cases} t<2, \\ t>-9; \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x|<2, \\ |x|>-9; \end{cases} \quad \begin{cases} |x|<2, \\ R; \end{cases} \quad \begin{cases} x<2, \\ x>-2. \end{cases}$$

$$Ответ:(-2;2).$$