ХАРАКТЕРИСТИКА АЛГОРИТМИЧЕСКОЙ СЛОЖНОСТИ. ПОНЯТИЕ И СВОЙСТВА АЛГОРИТМИЧЕСКОЙ СЛОЖНОСТИ.

АЛГОРИТМИЧЕСКАЯ СЛОЖНОСТЬ

- связана с тем, насколько быстро или медленно работает конкретный алгоритм. Мы определяем сложность как числовую функцию T(n) - время против входного размера n. Мы хотим определить время, затраченное алгоритмом, не завися от деталей реализации. Но T(n) зависит от реализации. Данный алгоритм будет занимать различное количество времени на одних и тех же входах в зависимости от таких факторов, как: скорость процессора, набор команд, скорость диска, версия и тип компилятора и т. д. Обходной путь - **асимптотически** оценивать эффективность каждого алгоритма. Мы будем измерять время T(n) как количество элементарных "шагов" (определенных любым образом), при условии, что каждый такой шаг занимает постоянное время.

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

- Целью вычислительной сложности является классификация алгоритмов в соответствии с их производительностью. Мы представим функцию времени T(n), используя **нотацию "big-O"** для выражения сложности времени выполнения алгоритма. Например, следующее утверждение

```
T(n) = O(n*n)
```

говорит, что алгоритм имеет квадратичную сложность по времени.

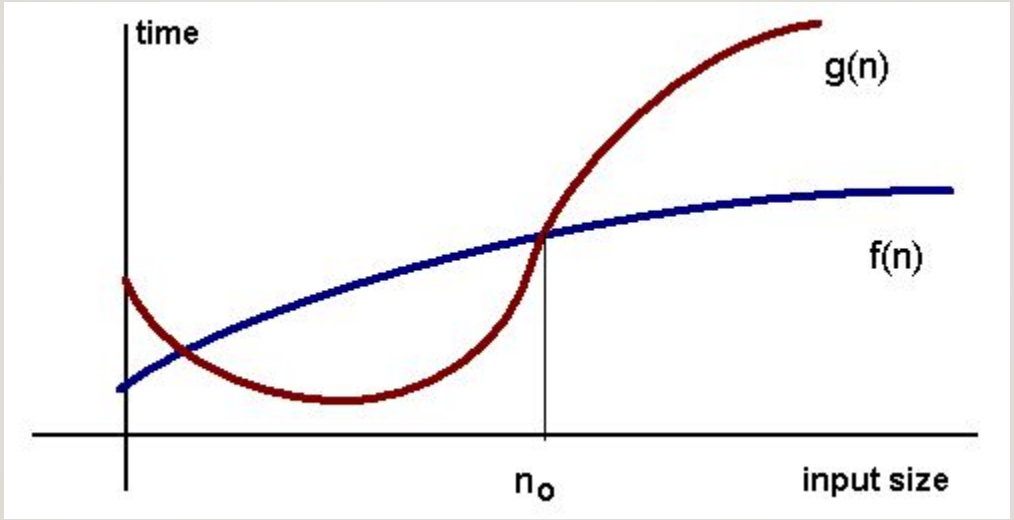
ОПРЕДЕЛЕНИЕ "BIG O"

- Для любых монотонных функций f(n) и g(n) от целых положительных чисел до целых положительных чисел говорят, что f(n) = O(g(n)), когда существуют такие константы c > 0 и n0 > 0, так что

$$f(n) \leq c * g(n), \text{ для всех } n \geq n0$$

- Интуитивно это означает, что функция f(n) не растет быстрее, чем g(n), или что функция g(n) является верхней границей для f(n) для всех достаточно больших n $\rightarrow \infty$

ГРАФИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ F(N) = O(G(N)):



ПРИМЕРЫ:

```
1 = O(n)
n = O(n*n)
log(n) = O(n)
2n + 1 = O(n)
```

"big-O" нотация не симметрична: n = O(n2) но n2 ≠ O(n).

ПОСТОЯННОЕ ВРЕМЯ: O(1)

- Говорят, что алгоритм работает за постоянное время, если ему требуется одинаковое количество времени независимо от размера ввода. Примеры:
- массив: доступ к любому элементу
- стек фиксированного размера: методы push и pop
- очередь фиксированного размера: методы enqueue и dequeue

ЛИНЕЙНОЕ ВРЕМЯ: O(N)

- Говорят, что алгоритм работает за линейное время, если его выполнение по времени прямо пропорционально размеру ввода, то есть время увеличивается линейно с увеличением размера ввода. Примеры:
- массив: линейный поиск, обход, нахождение минимума
- ArrayList: метод contains
- очередь: метод contains

ЛОГАРИФМИЧЕСКОЕ ВРЕМЯ: O(LOG N)

- Говорят, что алгоритм работает за логарифмическое время, если его время выполнения пропорционально логарифму размера ввода. Пример:
- бинарный поиск

КВАДРАТИЧНОЕ ВРЕМЯ: O(N*N)

- Говорят, что алгоритм работает за квадратичное время, если его время выполнения пропорционально квадрату размера ввода. Примеры:
- сортировка по пузырькам, сортировка по выделению, сортировка по вставке

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОНЯТИЯ "BIG OMEGA"

- Нам нужны обозначения для нижней границы. В этом случае используется заглавная omega Ω нотация. Мы говорим, что f(n) = Ω (g(n)), когда существует постоянная c, для которой f(n) ≥ c * g(n) для всех достаточно больших n. Примеры:

```
n = Ω(1)
n*n = Ω(n)
n*n = Ω(n log(n))
2*n + 1 = O(n)
```

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОНЯТИЯ "BIG THETA"

- Чтобы измерить сложность конкретного алгоритма, нужно найти верхнюю и нижнюю границы. В этом случае используется новая запись. Мы говорим, что f(n) = Θ(g(n)) тогда и только тогда, когда f(n) = O(g(n)) и f(n) = Ω(g(n)). Примеры:

```
2*n = Θ(n)
n*n + 2*n + 1 = Θ(n*n)
```

АНАЛИЗ АЛГОРИТМОВ

- Наихудшая сложность алгоритма во время выполнения - это функция, определяемая максимальным количеством шагов, сделанных для любого экземпляра размера a.
- наилучшая сложность алгоритма во время выполнения - это функция, определяемая минимальным числом шагов, предпринимаемых для любого экземпляра размера a.
- средняя сложность времени выполнения алгоритма - это функция, определяемая средним числом шагов, предпринятых для любого экземпляра размера a.
- Амортизированная сложность алгоритма во время выполнения - это функция, определяемая последовательностью операций, применяемых к вводу размера a и усредняемой по времени.

РАССМОТРИМ АЛГОРИТМ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО ПОИСКА В МАССИВЕ РАЗМЕРОМ N.

- Его наихудшая сложность во время выполнения - O(n)
- Его наилучшая сложность во время выполнения - O(1)
- Его средняя сложность во время выполнения составляет O(n/2)=O(n)