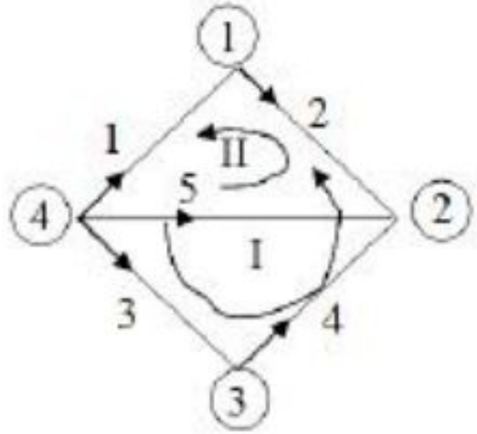
Ответить на вопросы:

1. Электрическая система, Процесс
2. Режим системы, Установившейся режим, Нормальный режим
Послеаварийный режим
3. Переходный режим
4. Параметры системы, Параметры режима
5. Схема замещения, Параметры схемы замещения
6. Электрическая цепь, Закон Ома
7. Законы Кирхгофа
8. Граф сети, Подграф сети, Путь графа
9. Контур
10. Связанный граф, Несвязанный граф
11. Направленный граф
12. Дерево

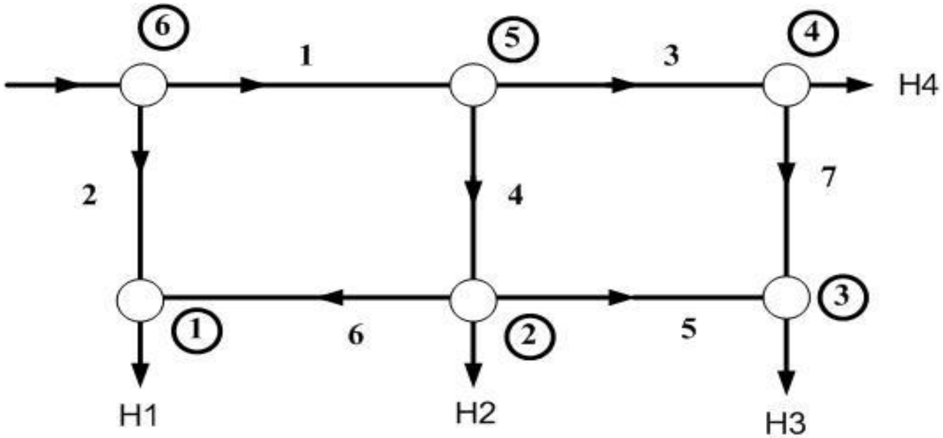
Первая матрица соединений - матрица соединений ветвей в узлах, число строк которой равно числу вершин графа, а число столбцов равно числу ребер. Номера строк соответствуют номерам вершин (узлов - n), номера столбцов – номерам ребер (ветвей - m).

$M_{ij} = +1$, если узел i является начальной вершиной ветви j,
$M_{ij} = -1$, если узел i является конечной вершиной ветви j,
$M_{ij} = 0$, если узел i не является вершиной ветви j.

Для примера возьмем сеть, приведенную на рис.3, для нее построим граф сети:



$$M_\Sigma = \begin{array}{c} \\ у1 \\ у2 \\ у3 \\ у4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} в1 & в2 & в3 & в4 & в5 \end{array} \\ \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$



$$
\mathrm{M}_{\Sigma} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & +1 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & +1 \\ -1 & 0 & +1 & +1 & 0 & 0 & 0 \\ +1 & +1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}
$$

$$
\boxed{n^{T} * \mathrm{M}_{\Sigma} = 0},
$$

$$
n^{T} = [1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ ],
$$

$$
n^{T} * \mathrm{M}_{\Sigma} = [0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0] = 0.
$$

Матрица ветвей дерева:
- получается исключением из первой матрицы соединений хорд.

$$M_{d1} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & +1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & +1 & +1 & 0 \\ +1 & +1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$M_{h1} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ +1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & +1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

M_{Σ}

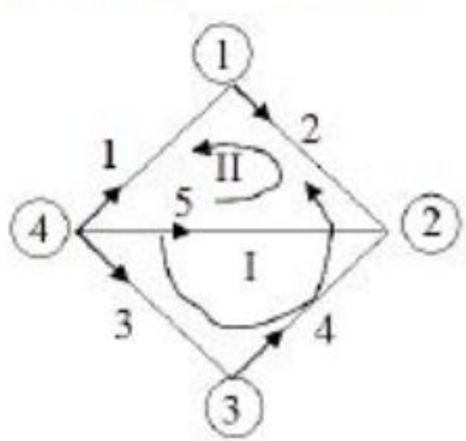
$$M = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & +1 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & +1 \\ -1 & 0 & +1 & +1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Вторая матрица соединений – матрица соединений ветвей в независимые контуры, число строк которой равно числу независимых контуров k, а число столбцов равно числу ветвей m.

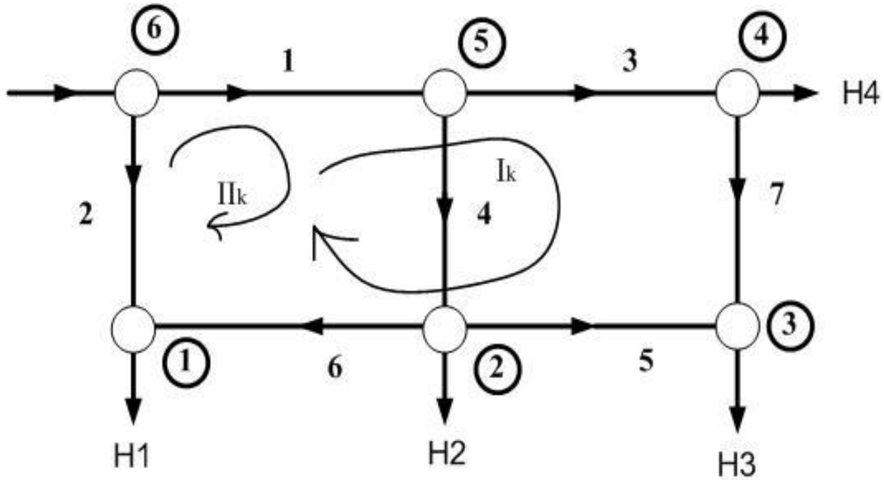
Элементы второй матрицы соединений получаются таким образом:
$N_{ij} = 1$, *если ветвь входит в контур и их направления совпадают;*
$N_{ij} = -1$, *если ветвь входит в контур и их направления противоположны;*
$N_{ij} = 0$, *если ветвь не входит в контур.*

Свойства второй матрицы соединений: каждая строка матрицы показывает, какие ветви входят в контур, а каждый столбец – в состав каких контуров входит ветвь.

Пример составления второй матрицы соединений:



$$N = \begin{array}{c} \\ 1k \\ 2k \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} 1в & 2в & 3в & 4в & 5в \end{array} \\ \begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$



Составление второй матрицы соединений:

$$N = \begin{bmatrix} +1 & -1 & +1 & 0 & -1 & +1 & +1 \\ +1 & -1 & 0 & +1 & 0 & +1 & 0 \end{bmatrix}$$

Матрица дерева:
- получается исключением из второй матрицы соединений ветвей хорд.

$$N_d = \begin{bmatrix} +1 & -1 & +1 & 0 & -1 \\ +1 & -1 & 0 & +1 & 0 \end{bmatrix}$$

Матрица хорд:
- получается исключением из второй матрицы соединений ветвей дерева.

$$N_h = \begin{bmatrix} +1 & +1 \\ +1 & 0 \end{bmatrix}$$

Расчет установившегося режима системы методом контурных токов

- Из первой матрицы соединений исключается базисный узел

$$M = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & +1 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & +1 \\ -1 & 0 & +1 & +1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$M_d = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & +1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & +1 & +1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$M_h = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ +1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & +1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- Матрица коэффициентов распределения для разомкнутой системы

  - может быть получена непосредственно из направленного графа схемы. Столбцы матрицы C_d отвечают узлам, а строки ветвям.

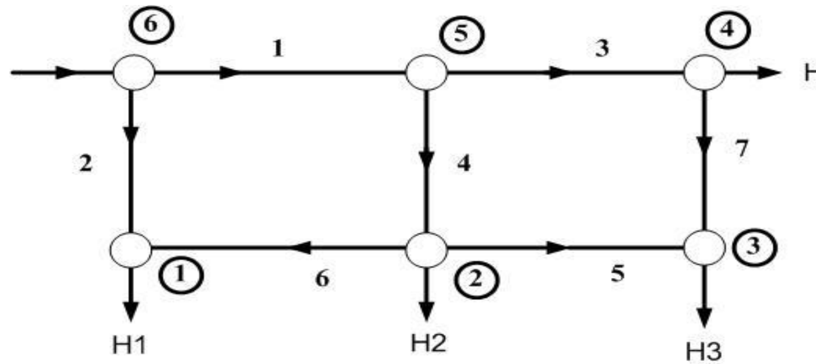
Элементы матрицы коэффициентов получаются следующим образом: двигаясь от первого узла к базисному, смотрят, какие ветви встречаются на пути движения.

$C_{ij} = +1$, если ветвь на пути движения совпадает с направлением движения к базисному узлу,

$C_{ij} = -1$, если направление ветви на пути движения к базисному узлу противоположны,

$C_{ij} = 0$, если ветвь не встречается на рассмотренном пути.

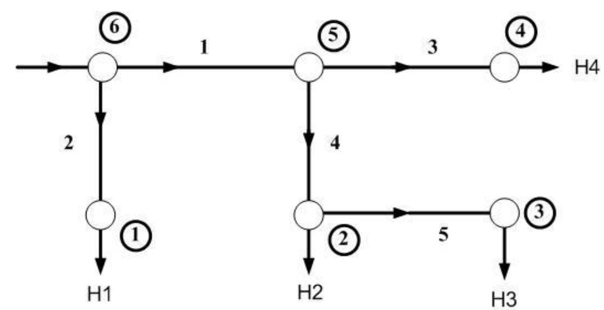
$$C_d = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



Проверка правильности получения матрицы коэффициентов распределения

$$C_d * M_d = E,$$

где E здесь – единичная матрица.



$$C_d * M_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = E$$

Проверяем матрицу Cd

$$C_d = M_d^{-1}$$

- Матрица контурных сопротивлений

$$\boxed{Z_k = N * Z_v * N^T}$$

$$I_k := -Z_k^{-1} \cdot N_d \cdot Z_{vd} \cdot C_d \cdot J = \begin{pmatrix} -170.297 \\ 991.035 \end{pmatrix} \quad \text{A}$$

$$Z_k := N \cdot Z_v \cdot N^T = \begin{pmatrix} 51.396 & 26.448 \\ 26.448 & 31.029 \end{pmatrix} \text{ Ом}$$

- Матрица контурных проводимостей

$$\boxed{Y_k = Z_k^{-1}}$$

$$Y_k := Z_k^{-1} = \begin{pmatrix} 0.035 & -0.03 \\ -0.03 & 0.057 \end{pmatrix} \quad \text{См}$$

- Определение контурного тока

$$\boxed{I_k = -Z_k^{-1} * N_d * Z_{vd} * C_d * J}$$

$$I_k := -Z_k^{-1} \cdot N_d \cdot Z_{vd} \cdot C_d \cdot J = \begin{pmatrix} -170.297 \\ 991.035 \end{pmatrix} \quad \text{A}$$

- Определение токов в ветвях, возникающих под действием ЭДС

$$\boxed{I_v = N^T * I_k}$$

- Токи в ветвях дерева, определяемые задающими токами в узлах

$$\boxed{I_{vd} = C_d * J}$$

Токи в ветвях

$$\boxed{I = N_d^T * I_k + C_d * J}$$

Матрица узловых напряжений

$$\boxed{U_\Delta = C_d^T * Z_{vd} * I}$$

Напряжение в узлах

$$\boxed{U_{\text{у}} = U_\Delta + n * U_b},$$

где *n* – матрица, характеризующая количество узлов в схеме;

U_b – $U_b = U_{\text{ВН.}}$

Расчет установившегося режима замкнутой системы на основе обобщенного уравнения состояния

Проверка

$$\boxed{N * M^T = 0}$$

$$N \cdot M^T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

. Составление обобщенного уравнения состояния электрической цепи

$$\boxed{I = A^{-1} * F,}$$

где *матрица A* – квадратная матрица, число столбцов которой равно числу ветвей, а число строк – сумме независимых узлов и независимых контуров; *матрица F* – объединенная матрица, включающая в себя вектор задающих токов и вектор ЭДС контуров.

Матрица A:

$$A = \begin{vmatrix} M \\ N * Z_v \end{vmatrix}$$

$$A := \mathrm{stack}(M, N \cdot Z_v) = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 5.418 & -7.218 & 7.96 & 0 & -4.402 & 13.812 & 12.586 \\ 5.418 & -7.218 & 0 & 4.581 & 0 & 13.812 & 0 \end{pmatrix}$$

Матрица F:

$$F = \begin{vmatrix} J \\ E_k \end{vmatrix}$$

$$\mathrm{F} := \mathrm{stack}(\mathrm{J}, 0, 0) = \begin{pmatrix} 2.359 \times 10^{3} \\ 1.555 \times 10^{3} \\ 1.791 \times 10^{3} \\ 1.812 \times 10^{3} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Токи в ветвях:

$$\mathrm{I} := \mathrm{A}^{-1} \cdot \mathrm{F} = \begin{pmatrix} -4.337 \times 10^{3} \\ -3.18 \times 10^{3} \\ -1.982 \times 10^{3} \\ -2.355 \times 10^{3} \\ -1.621 \times 10^{3} \\ 820.738 \\ -170.297 \end{pmatrix} \mathrm{A}$$

Проверка правильности расчета по первому закону Кирхгофа (по току в узлах):

$$\boxed{M * I - J \le \varepsilon,}$$

где ε – допустимая погрешность (ошибка), которая приравнивается к 5%.

$$M \cdot I - J = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\boxed{U_\Delta = C_d^T * Z_{vd} * I_d,}$$

где I_d – токи ветвей дерева.

Токи ветвей дерева:

$$I_d := \begin{pmatrix} -4.337 \times 10^3 \\ -3.18 \times 10^3 \\ -1.982 \times 10^3 \\ -2.355 \times 10^3 \\ -1.621 \times 10^3 \end{pmatrix} \text{A}$$

$$U_\Delta := C_d{}^T \cdot Z_{vd} \cdot I_d = \begin{pmatrix} 2.295 \times 10^4 \\ 3.429 \times 10^4 \\ 4.142 \times 10^4 \\ 3.927 \times 10^4 \\ 2.35 \times 10^4 \end{pmatrix} \text{B}$$

Проверка правильности расчета по второму закону Кирхгофа:

$$\boxed{M^{T} * U_{\Delta} - Z_{v} * I = 0}$$

$$M^{T} \cdot U_{\Delta} - Z_{v} \cdot I = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\boxed{U_{y} = U_{\Delta} + n * U_{b}},$$

где *n* – матрица, характеризующая количество узлов в схеме;

U_b – базисное напряжение, $U_b = U_{ВН}$.

$$n := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$U_{BH} := 220 \cdot 10^{3} \ \text{B}$$

$$U_{b} := U_{BH} = 2.2 \times 10^{5} \ \text{B}$$

$$U_{y} := U_{\Delta} + n \cdot U_{b} = \begin{pmatrix} 2.43 \times 10^{5} \\ 2.543 \times 10^{5} \\ 2.614 \times 10^{5} \\ 2.593 \times 10^{5} \\ 2.435 \times 10^{5} \end{pmatrix} \ \text{B}$$

Расчет установившегося режима системы методом узловых напряжений

В качестве неизвестных переменных принимают узловые напряжения.

1. Определение узловых напряжений

$$\boxed{U_\Delta = Y_y^{-1} * J,}$$

где Y_y – матрица узловых проводимостей. Составляется непосредственно по графу сети.

Матрица узловых проводимостей:

Порядок матрицы узловых проводимостей равен числу независимых узлов схемы. Элементы матрицы Y_y получается по правилу:

- элементы на главной диагонали Y_{ii} – сумма проводимостей ветвей, примыкающих к узлу *i*,
- элементы $Y_{ij} = Y_{ji}$ – это проводимость ветви между узлами *i* и *j* с обратным знаком.

Матрица узловых проводимостей всегда симметрична.

$$Y_y := \begin{pmatrix} \frac{1}{Z_2}+\frac{1}{Z_6} & \frac{-1}{Z_6} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-1}{Z_6} & \frac{1}{Z_4}+\frac{1}{Z_5}+\frac{1}{Z_6} & \frac{-1}{Z_5} & 0 & \frac{-1}{Z_4} \\ 0 & \frac{-1}{Z_5} & \frac{1}{Z_5}+\frac{1}{Z_7} & \frac{-1}{Z_7} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{Z_7} & \frac{1}{Z_3}+\frac{1}{Z_7} & \frac{-1}{Z_3} \\ 0 & \frac{-1}{Z_4} & 0 & \frac{-1}{Z_3} & \frac{1}{Z_1}+\frac{1}{Z_3}+\frac{1}{Z_4} \end{pmatrix}$$

Узловые напряжения:

$$U_{\Delta} := Y_y^{-1} \cdot J = \begin{pmatrix} 2.295 \times 10^4 \\ 3.429 \times 10^4 \\ 4.142 \times 10^4 \\ 3.928 \times 10^4 \\ 2.35 \times 10^4 \end{pmatrix} \text{ В}$$

$$\boxed{U_y = U_{\Delta} + n * U_b},$$

где *n* – матрица, характеризующая количество узлов в схеме;

U_b – $U_b = U_{\text{ВН}}.$

$$n := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$U_{\text{ВН}} := 220 \cdot 10^3 \text{ В}$$

$$U_b := U_{\text{ВН}} = 2.2 \times 10^5 \text{ В}$$

$$U_y := U_{\Delta} + n \cdot U_b = \begin{pmatrix} 2.43 \times 10^5 \\ 2.543 \times 10^5 \\ 2.614 \times 10^5 \\ 2.593 \times 10^5 \\ 2.435 \times 10^5 \end{pmatrix} \text{ В}$$

Определение токов в ветвях

$$\boxed{I = Z_v^{-1} * M^T * U_\Delta}$$

$$I := Z_v^{-1} \cdot M^T \cdot U_\Delta = \begin{pmatrix} -4.337 \times 10^3 \\ -3.18 \times 10^3 \\ -1.982 \times 10^3 \\ -2.355 \times 10^3 \\ -1.621 \times 10^3 \\ 820.738 \\ -170.297 \end{pmatrix} A$$