

Работа в Excel 2007

1. Основы
2. Диаграммы
3. Численные методы
4. Статистика
5. Восстановление зависимостей
6. Моделирование

Работа в Excel 2007

Тема 1. Основы

Электронные таблицы

Основная задача – автоматические вычисления с данными в таблицах.

Кроме того:

- хранение данных в табличном виде
- представление данных в виде диаграмм
- анализ данных
- составление прогнозов
- поиск оптимальных решений
- подготовка и печать отчетов

Примеры:

- *Microsoft Excel* – файлы *.xls, *.xlsx 
- *OpenOffice Calc* – файлы *.ods – **бесплатно** 

Электронные таблицы

активная
ячейка

имена столбцов

	A	B	C	D
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				

номера
строк

строка

неактивная
ячейка


- текст
- числа
- **формулы**
- время
- дата

столбец

Начало работы с *Microsoft Excel*



Программы – Microsoft Office – Excel 2007

Файлы:  *.xlsx (старая версия – *.xls)

Вася.xlsx рабочая книга

Лист 1

Лист 2

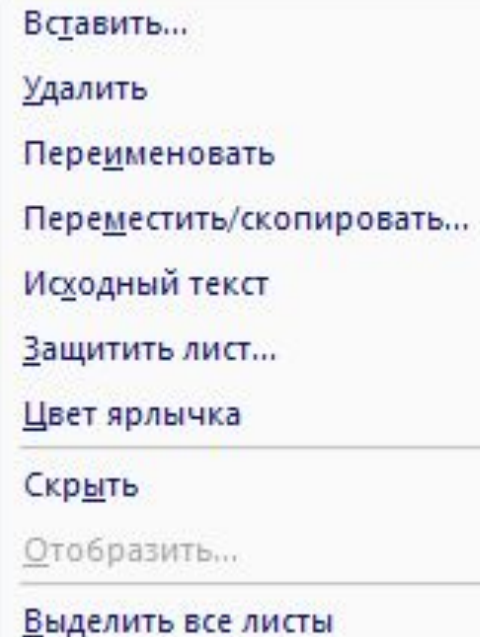
План
по валу



Вал
по

переходы
по листам

ЛКМ

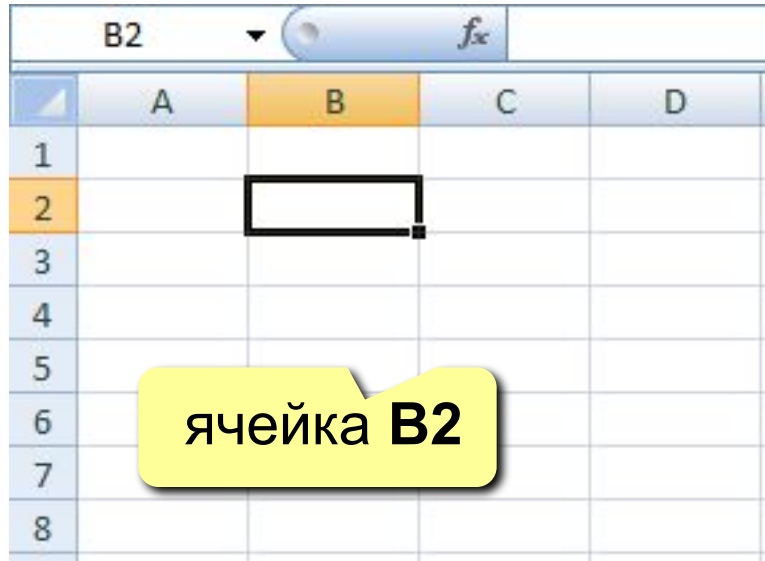
ПКМ



- Вставить...
- Удалить
- Переименовать
- Переместить/скопировать...
-  Исходный текст
-  Защитить лист...
- Цвет ярлычка
- Скрыть
- Отобразить...
- Выделить все листы

Адреса

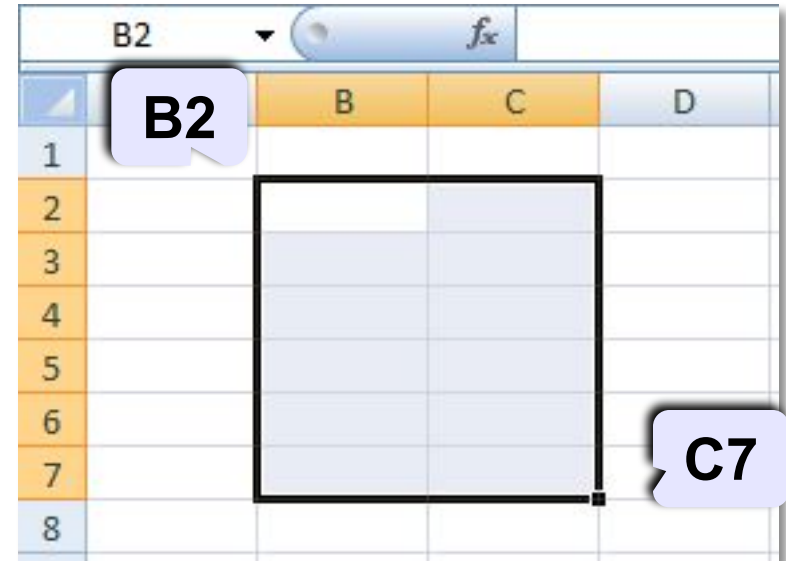
адрес активной ячейки



The screenshot shows an Excel spreadsheet with columns A, B, C, and D, and rows 1 through 8. The active cell is B2, which is highlighted in orange. A yellow callout bubble points to the cell with the text "ячейка B2".

	A	B	C	D
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				

диапазон B2:C7



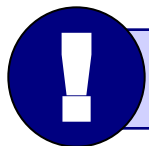
The screenshot shows an Excel spreadsheet with columns A, B, C, and D, and rows 1 through 8. The range B2:C7 is selected, highlighted in light blue. A yellow callout bubble points to the top-left corner of the range (cell B2) with the text "B2", and another yellow callout bubble points to the bottom-right corner (cell C7) with the text "C7".

	A	B	C	D
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				

Ссылки в формулах:

$=B2+2*C3$

$=A2+2*СУММ(B2:C7)$



Формула всегда начинается знаком «=»!

Ввод данных

адрес активной ячейки

отменить (*Esc*)

принять (*Enter*)

В2

Привет!

строка редактирования

ЛКМ

	A	B	C
1			
2		Привет!	
3			
4			
5			

F2 – редактировать прямо в ячейке

Выделение данных

ячейка:

	A	B
1		
2		
3		

диапазон:

	A	B	C	D
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				

строки:

	A	B	C	D
1				
2				
3				
4				

несвязанные диапазоны:
+Ctrl и выделять второй

столбцы:

	A	B	C	D
1				
2				
3				
4				

вся таблица:

	A	B	C	D
1				
2				
3				
4				

Операции со строками и столбцами

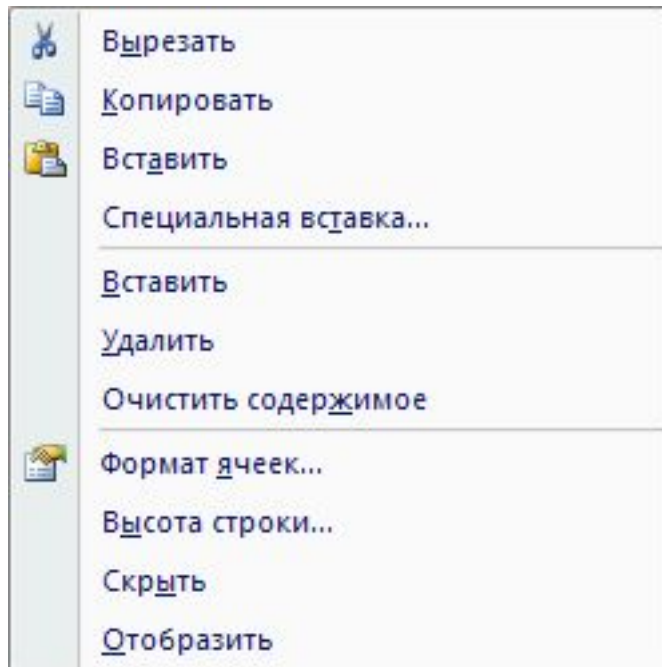
размеры

высота
строк

	A	B	C
1			
2			
3			

ширина
столбцов

добавление, удаление

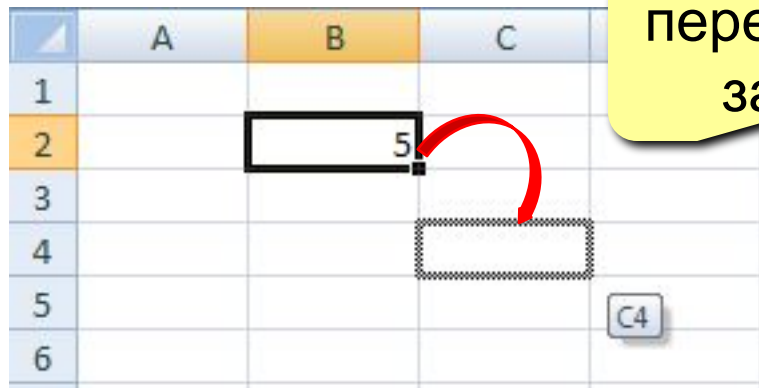


ПКМ

	A	B	C
1	1		
2	4		
3	5		
4	6		



Перемещение и копирование

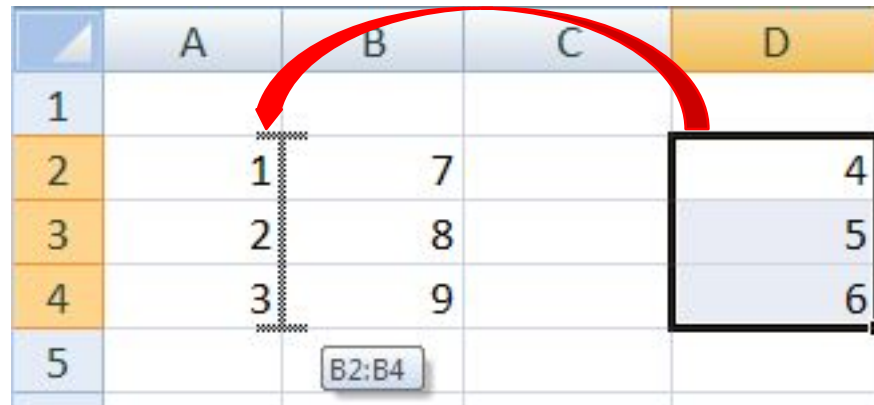


	A	B	C
1			
2		5	
3			
4			
5			
6			

перетащить ЛКМ за рамку (!)

+Ctrl = копирование
+Alt = на другой лист

перемещение со сдвигом (+Shift)



	A	B	C	D
1				
2		1	7	4
3		2	8	5
4		3	9	6
5				

B2:B4

Типы ссылок

относительные (меняются так же, как и адрес формулы)

	A	B	C
1			
2		=B5+C8	
3			=C6+D9

формула «переехала» на один столбец вправо и на одну строку вниз;
имя столбца ↑ на 1
номер строки ↑ на 1

абсолютные

(не меняются)

	A	B
1	=\$B\$5+\$C\$8	=\$B\$5+\$C\$8
2	=\$B\$5+\$C\$8	=\$B\$5+\$C\$8
3	=\$B\$5+\$C\$8	=\$B\$5+\$C\$8

смешанные

(меняется только относительная часть)

	A	B	C
1	=\$B4+B\$8	=\$B4+C\$8	=\$B4+D\$8
2	=\$B5+B\$8	=\$B5+C\$8	=\$B5+D\$8
3	=\$B6+B\$8	=\$B6+C\$8	=\$B6+D\$8

Заполнение рядов

арифметическая прогрессия

ма
запо

ЛКМ

	A
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	

Вниз
Вправо
Вверх
Влево
По листам...
Прогрессия...
Выровнять

копирование формул

ЛКМ

	A	B
1	1	=A1^2
2	2	=A2^2
3	3	=A3^2
4	4	=A4^2
5	5	=A5^2
6	6	=A6^2
7		

даты

	A
1	02.02.2009
2	05.02.2009
3	08.02.2009
4	11.02.2009
5	14.02.2009
6	

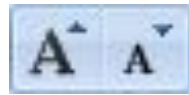
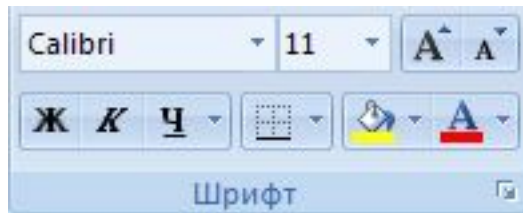
время

	A
1	12:00:00
2	12:20:00
3	12:40:00
4	13:00:00
5	13:20:00
6	

СПИСКИ

	A	B
1	январь	
2	февраль	
3	март	
4	апрель	
5	май	
6		

Оформление ячеек



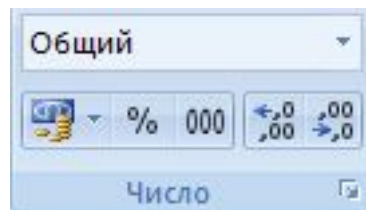
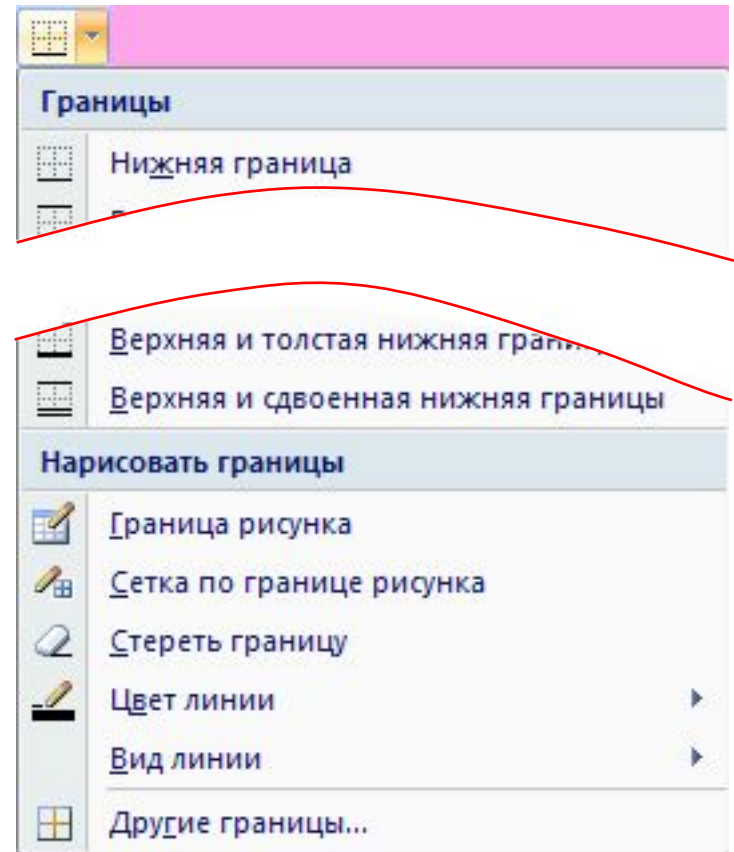
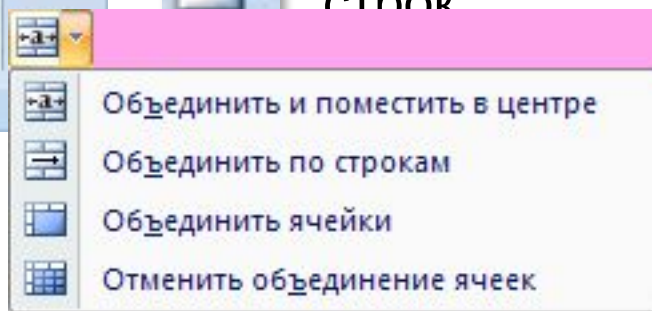
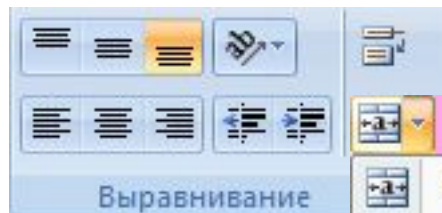
↑↓ размер

все свойства



направление

в несколько
строк



денежный
формат



количество знаков
в дробной части

Функции

ввод в строке редактирования

	A	B	C
1	1	2	5
2	3	4	6
3			=СУММ(A1:B2;C1)
4			

Formula bar: C3 fx =СУММ(A1:B2;C1)

изменение
диапазона

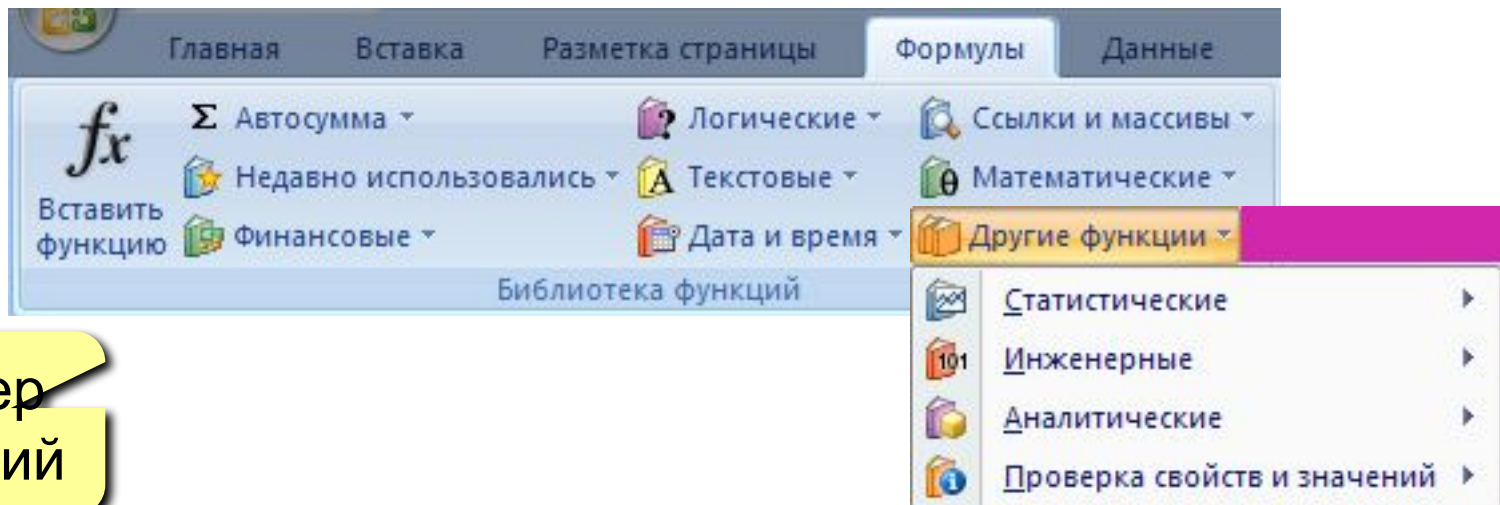
ввод в ячейке

диапазон

ячейка

! Можно мышкой!

мастер
функций



Некоторые функции

СУММ – сумма значений ячеек и диапазонов

СРЗНАЧ – среднее арифметическое числовых ячеек

МИН – минимальное значение

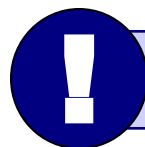
МАКС – максимальное значение

	A	B	C	D
1	1	3	=СУММ(A1:B2)	=МИН(A1:B2)
2	2	4	=СРЗНАЧ(A1:B2)	=МАКС(A1:B2)

	A	B	C	D
1	1	3	10	1
2	2	4	2,5	4

	A	B	C
1	1		=СРЗНАЧ(A1:B2)
2		3	

	A	B	C
1	1		2
2		3	



Пустые и нечисловые ячейки не учитываются!

Некоторые функции

Сумма значений нескольких диапазонов
(СУММ, СРЗНАЧ, МИН, МАКС)

	A	B	C	D	E
1	1	2	3		9
2					10
3	6	7	8		11
4					
5	=СУММ(A1:C1;A3:C3;E1:E3)				

Некоторые функции

СУММПРОИЗВ – сумма произведений двух массивов

	A	B	C
1	Товар	Цена за 1 кг	Вес, кг
2	Бананы	50р.	1,5
3	Апельсины	65р.	2,3
4	Киви	80р.	0,7
5	Абрикосы	120р.	0,5
6			
7	Всего:	=СУММПРОИЗВ(B2:B5;C2:C5):5	

Некоторые функции

СЧЁТ – количество числовых ячеек

СЧЁТЕСЛИ – количество ячеек, удовлетворяющих заданному условию (2-ой параметр)

	A	B	C
1	1	1	=СЧЁТ(A1:B3)
2	2	2	=СЧЁТЕСЛИ(A1:B3;"<3")
3	4		=СЧЁТЕСЛИ(A1:B3;1)

	A	B	C
1	1	1	5
2	2	2	4
3	4		2

Некоторые функции

СУММЕСЛИ – сумма ячеек диапазона, удовлетворяющих условию, которое накладывается на **другой диапазон**

Найти общий вес учащихся 9-А класса.

	A	B	C	D
1	Класс	Фамилия	Вес	
2	9-А	Иванов	45	
3	9-Б	Петров	52	
4	9-А	Сидоров	48	
5	9-Б	Васильев	55	
6	9-А	Семенов	51	
7				
8				=СУММЕСЛИ(A2:A6;"9-А";C2:C6)

диапазон для проверки условия

условие

диапазон для суммирования

Функция ЕСЛИ

ЕСЛИ – выбор из двух вариантов

	А	В
1	Баллы	
2	68	=ЕСЛИ(A2>80;"сдал";"не сдал")
3	75	=ЕСЛИ(A3>=70;"сдал";"не сдал")
4	37	
5	88	

условие

если «да»

если «нет»

=ЕСЛИ (В2="сдал" ; ЕСЛИ (А2>80 ; 5 ; 4) ; "-")

	А	В
1	Баллы	Результат
2	68	не сдал
3	75	сдал
4	37	не сдал
5	88	сдал

Логические операции

НЕ – обратное условие, $\text{НЕ} (B2 < 10) \Leftrightarrow B2 \geq 10$

И – одновременное выполнение всех условий

	A	B	C	D
1	Фамилия	Год рождения	Рост	Принят
2	Алексеев	1995	176	=ЕСЛИ(И(B2>1994;C2>175);"да";"-")
3	Березин	1995	167	=ЕСЛИ(И(B3>1994;C3>175);"да";"-")
4	Викторов	1994	180	=ЕСЛИ(И(B4>1994;C4>175);"да";"-")

=ЕСЛИ (И (B2>1994 ; C2>175) ; "да" ; "-")

	A	B	C	D
1	Фамилия	Год рождения	Рост	Принят
2	Алексеев	1995	176	да
3	Березин	1995	167	-
4	Викторов	1994	180	-

Логические операции

ИЛИ – выполнение хотя бы одного из условий

	A	B	C	D
1	Фамилия	Математика	Физика	Принят
2	Алексеев	100	67	=ЕСЛИ(ИЛИ(B2=100;C2=100;B2+C2>=180);"да";"-")
3	Березин	98	98	=ЕСЛИ(ИЛИ(B3=100;C3=100;B3+C3>=180);"да";"-")
4	Викторов	90	80	=ЕСЛИ(ИЛИ(B4=100;C4=100;B4+C4>=180);"да";"-")

=ЕСЛИ(ИЛИ (B2=100; C2=100; B2+C2>=180) ; "да" ; "-")

	A	B	C	D
1	Фамилия	Математика	Физика	Принят
2	Алексеев	100	67	да
3	Березин	98	98	да
4	Викторов	90	80	-

Подсчёт числовых значений

СЧЁТ – считает ячейки с числами или формулами, которые дают числа

=A1+1

	A	B	C
1	1	2	
2		Вася	
3			=СЧЁТ(A1:B2)

2

Подсчёт значений по условию

СЧЁТЕСЛИ – считает ячейки, удовлетворяющие условию

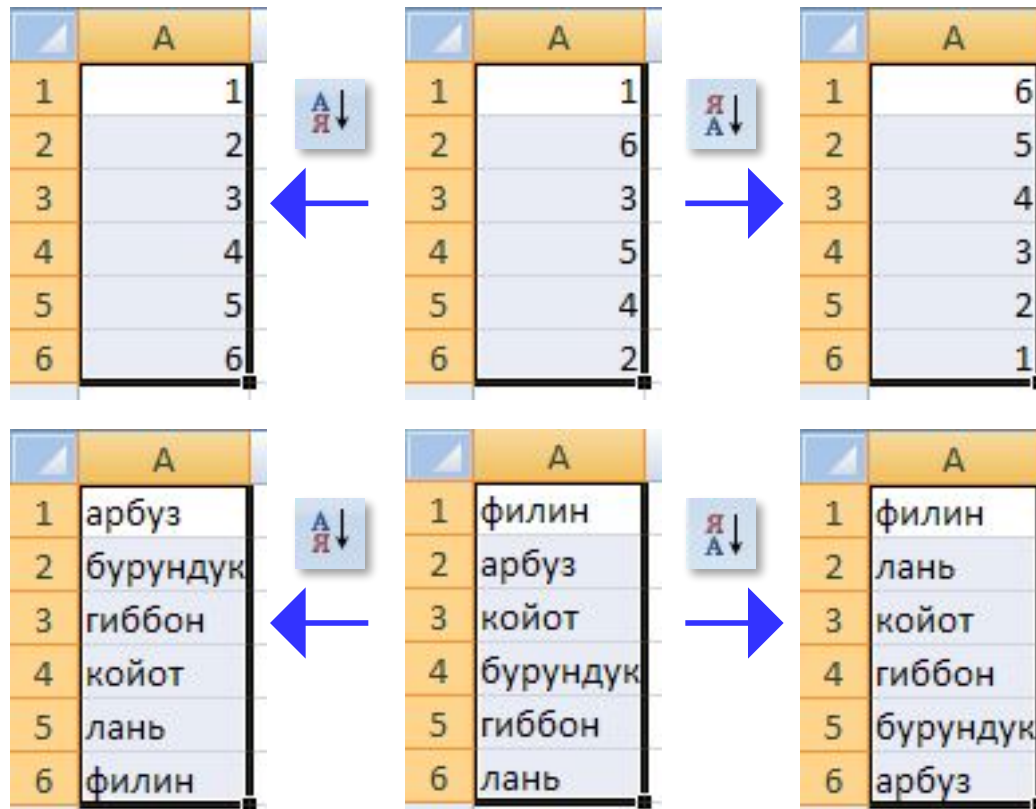
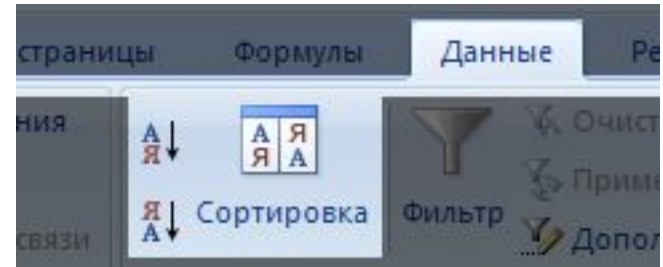
	A	B	C
1	1	2	=СЧЁТЕСЛИ(A1:B4;1)
2	3	1	
3	яблоко	дыня	
4	apple	дыня	

Diagram illustrating the COUNTIF function. A spreadsheet shows a range of cells A1:B4 containing values 1, 2, 3, 1, 'яблоко', 'дыня', 'apple', 'дыня'. Cell C1 contains the formula =СЧЁТЕСЛИ(A1:B4;1). Callout boxes with numbers 1, 2, and 3 point to the range A1:B4, the value 1, and the formula bar respectively.

Сортировка

Сортировка – это расстановка элементов в заданном порядке.

Сортировка одного столбца



Сортировка связанных данных

	А	В	С
1	Фам	А	В
2	Иван	1	Фамилия
3	Петр	2	Иванов
4	Сидо	3	Иванов
5	Сидо	4	Петров
6	Петр	5	Петров
7	Иван	6	Петров
8	Петр	7	Сидоров
		8	Сидоров

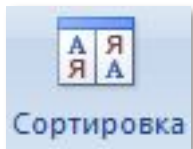


Почему нельзя
сортировать по
столбцу?

критерий

строки или
столбцы

первая
строка – это
заголовки



Сортировка

Добавить уровень
 Удалить уровень
 Копировать уровень
 Параметры...
 Мои данные содержат заголовки

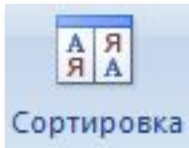
Столбец	Сортировка	Порядок
Сортировать по	Фамилия	Значения
	Фамилия Имя Вес	От А до Я

Многоуровневая сортировка

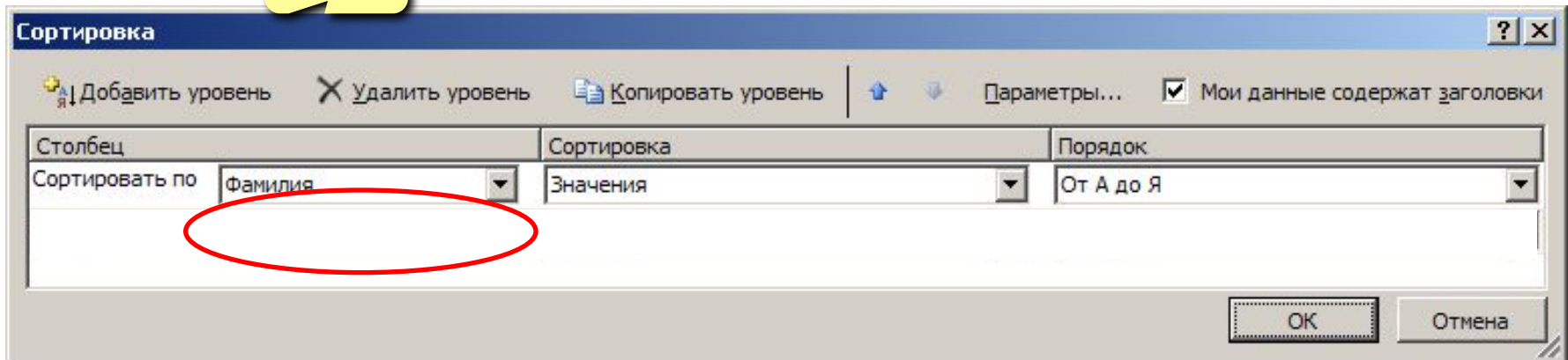
	А	В	С
1	Фамилия	Имя	Вес
2	Иванов	Иван	
3	Петров	Георгий	
4	Сидоров	Степан	
5	Сидоров	Матвей	
6	Петров	Денис	
7	Иванов	Кузьма	
8	Петров	Семен	

Задача: расставить фамилии по людям *с одинаковыми* расставить в порядке *по именам*.

	А	В	С
1	Фамилия	Имя	Вес
2	Иванов	Иван	54
3	Иванов	Кузьма	55
4	Петров	Георгий	75
5	Петров	Денис	62
6	Петров	Семен	68
7	Сидоров	Матвей	67
8	Сидоров	Степан	64



ЛКМ



Имена ячеек и диапазонов

Присвоить имя

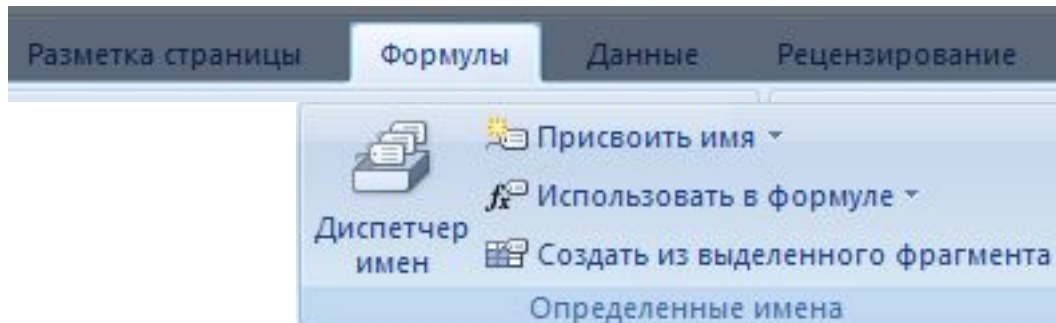
ВВЕСТИ ИМЯ

Таблица	A	B
1	1	2
2	3	4
3		

Имена в формулах

СРЗНАЧ	A	B	C	D
1	1	2		
2	3	4		
3			=СРЗНАЧ(Таблица)	

Работа с именами

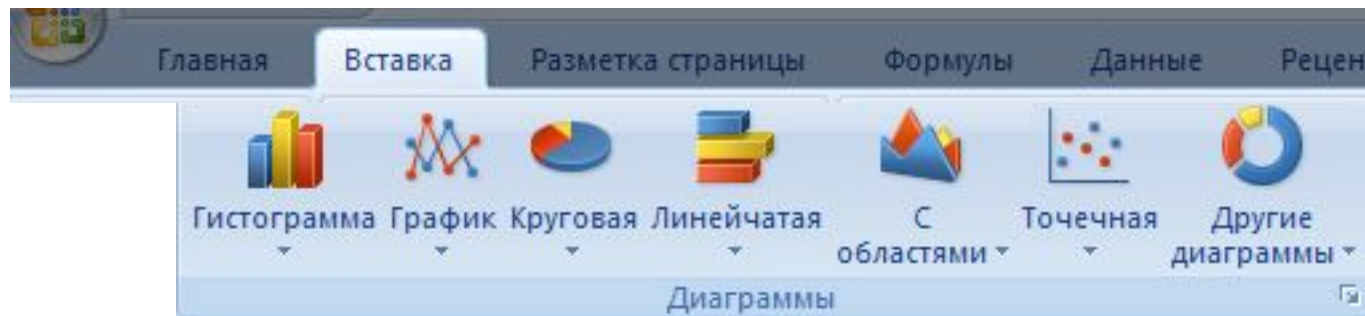


Работа в Excel 2007

Тема 2. Диаграммы

Общий подход

- диаграммы строятся на основе данных таблицы
- проще всего сначала выделить все нужные данные, а потом...



- все данные, которые должны обновляться автоматически, нужно выделить
- для выделения несвязанных диапазонов используем **+Ctrl**

Основные типы диаграмм

Гистограмма (столбчатая диаграмма):

сравнение значений одного или нескольких рядов данных

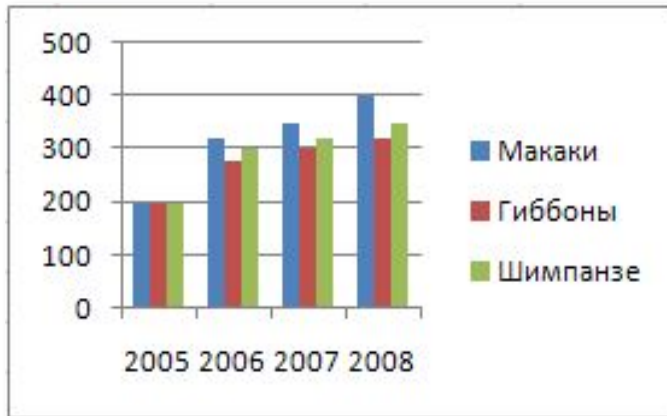
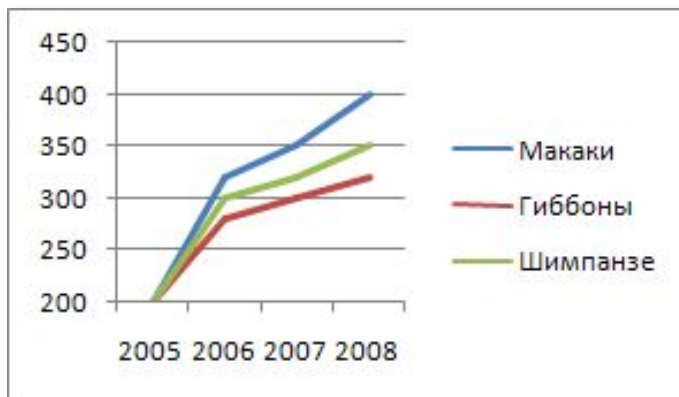
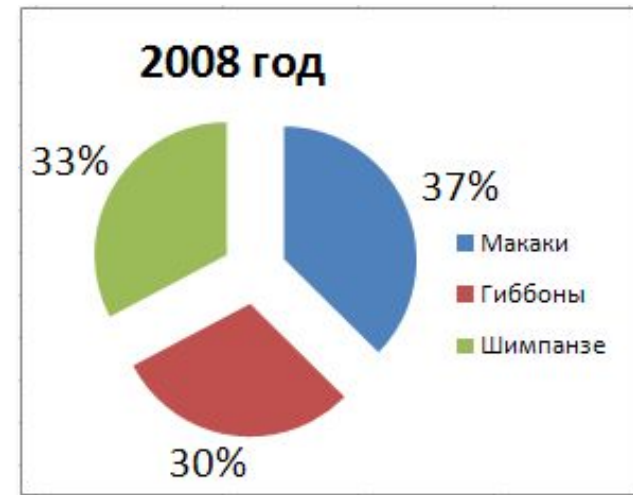


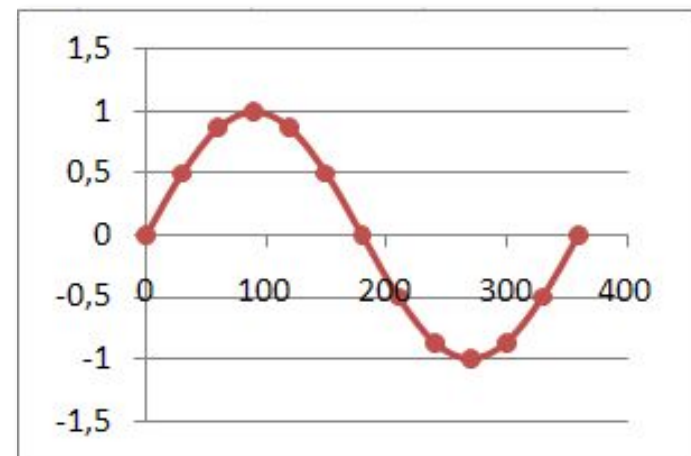
График: показывает изменение процесса во времени (равномерные отсчеты)



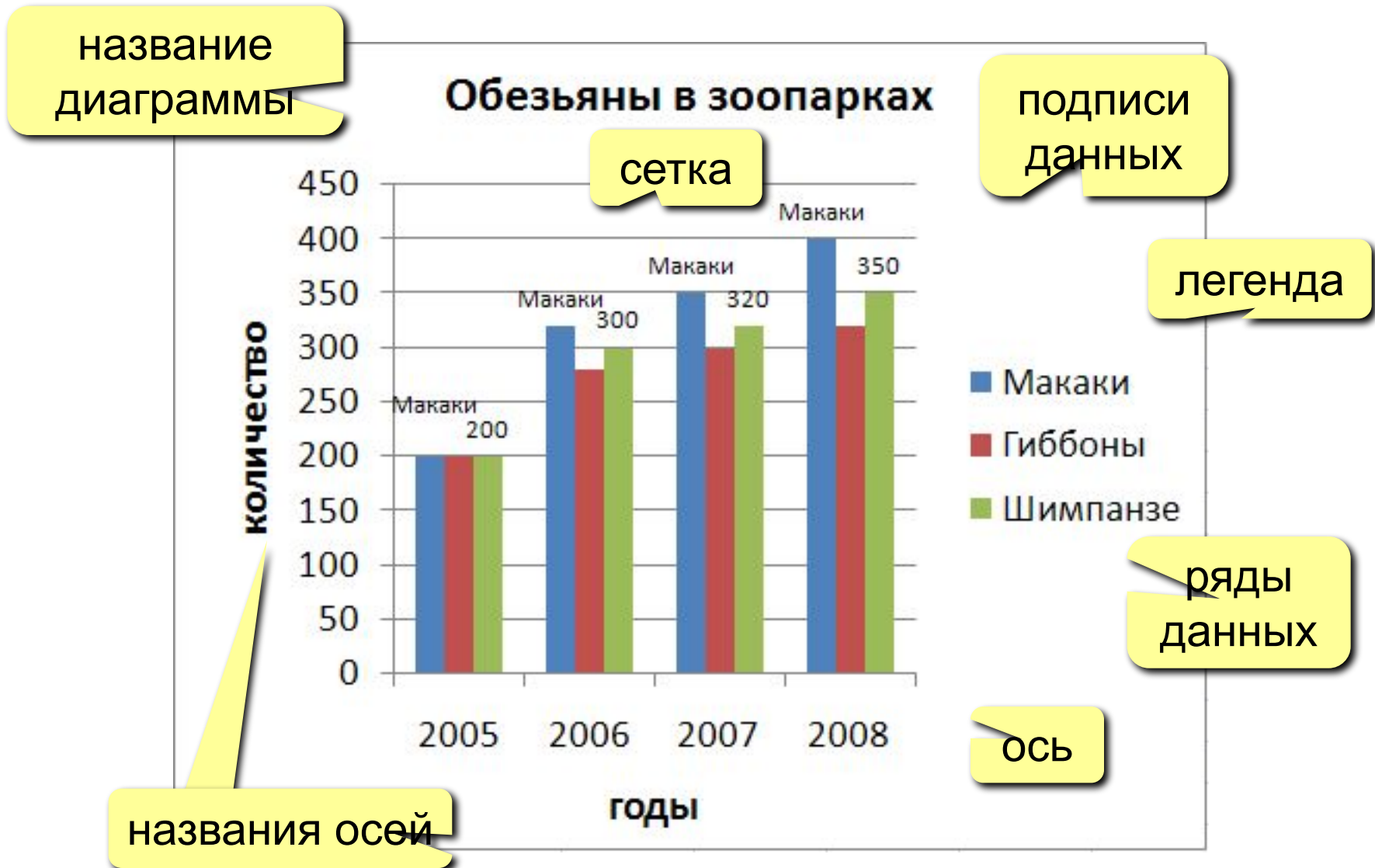
Круговая: доли в сумме



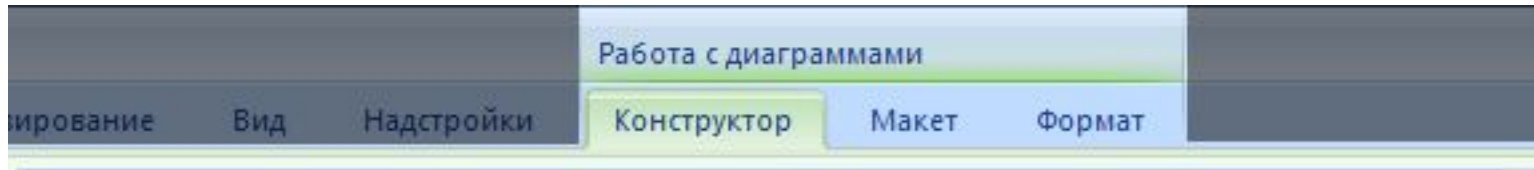
Точечная: связь между парами значений (график функции)



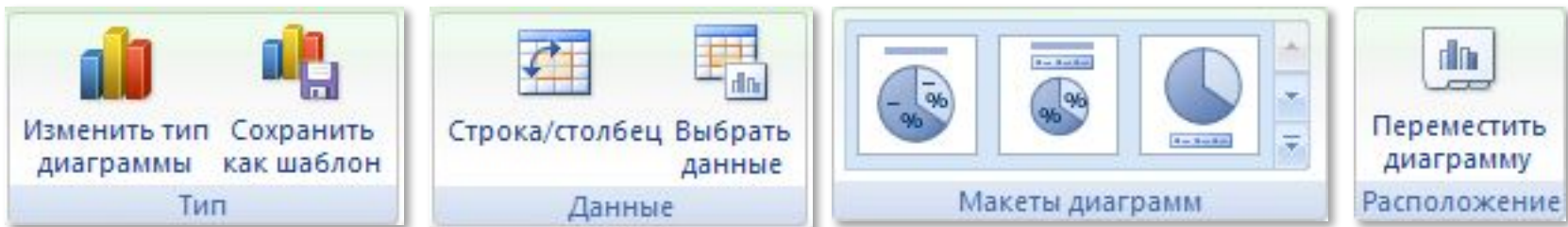
Элементы диаграмм



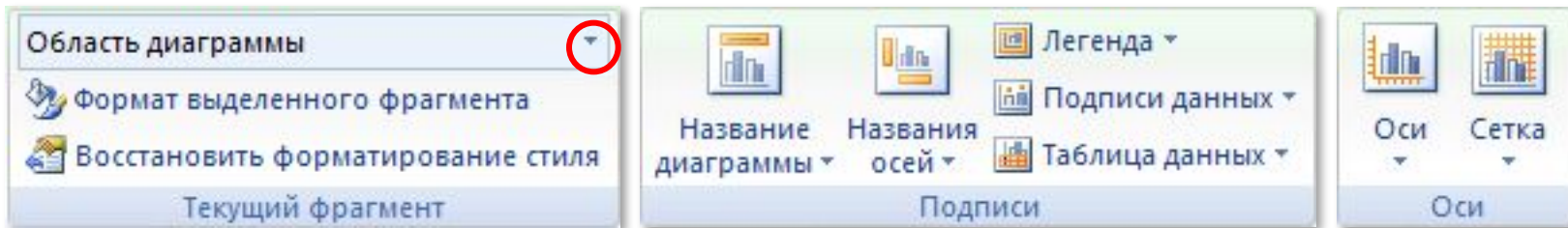
Настройка диаграммы и ее элементов



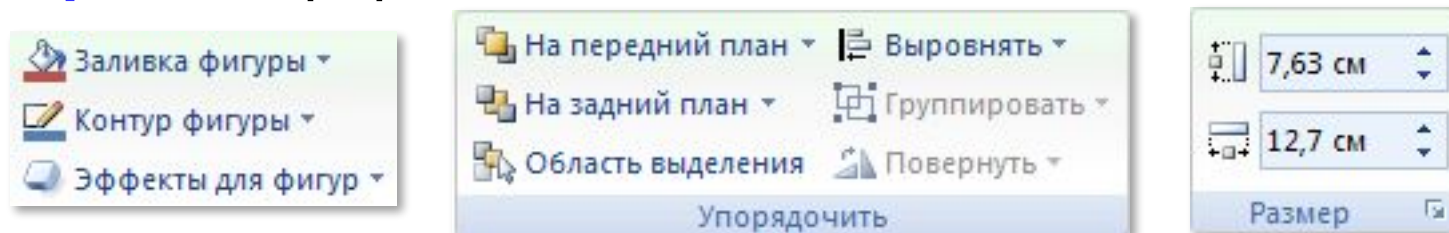
Конструктор: общие свойства



Макет: настройка свойств отдельных элементов



Формат: оформление отдельных элементов



Графики функций

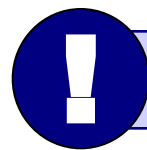
Задача: построить график функции $y = x^2$ для $-5 \leq x \leq 5$.

Таблица значений функции: шаг 0,5

	A	B
1	x	y
2	-5	
3	-4,5	
4	-4	
5	-3,5	
6	-3	
7	-2,5	
8	-2	

	A	B
1	x	y
2	-5	=A2^2
3	-4,5	
4	-4	
5	-3,5	
6	-3	
7	-2,5	
8	-2	

	A	B
1	x	y
2	-5	=A2^2
3	-4,5	=A3^2
4	-4	=A4^2
5	-3,5	=A5^2
6	-3	=A6^2
7	-2,5	=A7^2
8	-2	=A8^2



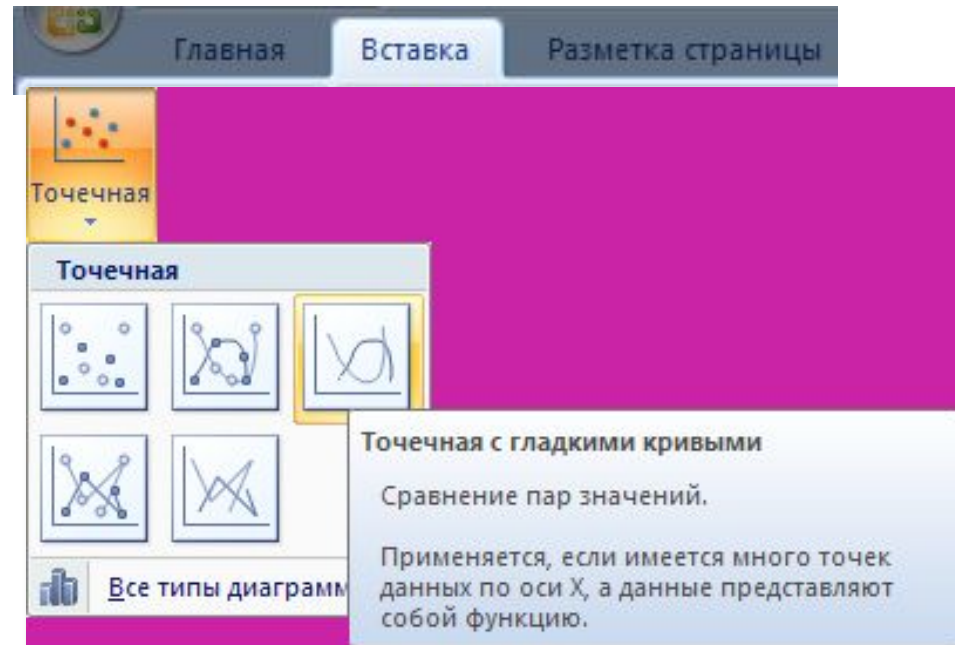
Что зависит от шага?

Графики функций

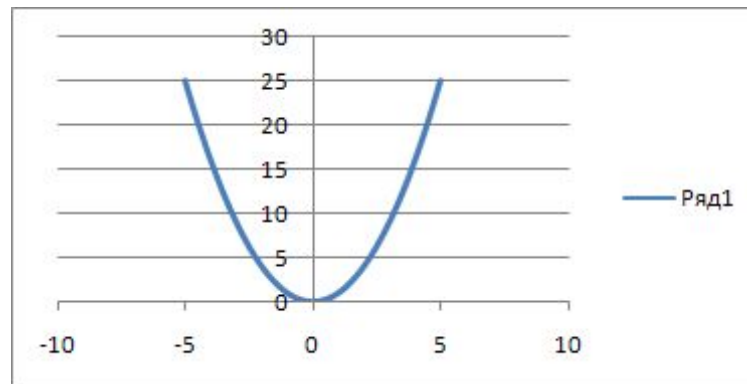
Вставка диаграммы «Точечная»:

выделить данные

	A	B
1	x	y
2	-5	25
3	-4,5	20,25
4	-4	16
5	-3,5	12,25
6	-3	9
7	-2,5	6,25
8	-2	4
9	-1,5	2,25



результат:

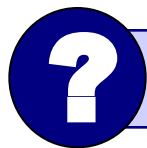


Работа в Excel 2007

Тема 3. Численные методы

Решение уравнений

Задача: найти все решения уравнения $x^2 = 5 \cos x$ на интервале $[-5, 5]$



Как решить математическими методами?

Методы решения уравнений:

- **аналитические:** решение в виде формулы $x = \dots$
- **численные:** *приближенное* решение, число
 - 1) выбрать *начальное приближение* x_0 «рядом» с решением



Как выбрать начальное приближение?

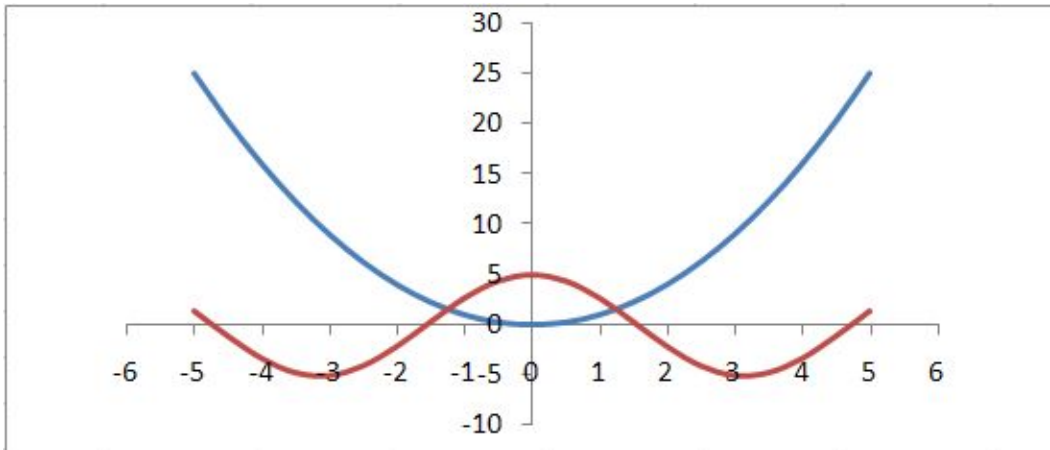
- 2) по некоторому алгоритму вычисляют первое приближение, затем – второе и т.д. $x_0 \rightarrow x_1 \rightarrow x_2 \rightarrow \dots$
- 3) вычисления прекращают, когда значение меняется очень мало (метод сходится) $x_0 \rightarrow \dots \rightarrow x_{15} \rightarrow x_{16} \approx x^*$

Решение уравнения $x^2 = 5 \cos x$

1. Таблица значений функций на интервале $[-5,5]$

	A	B	C	D
1	x	f1	f2	
2	-5	=A2^2	=5*COS(A2)	
3	-4,5			
4				

2. Графики функций (диаграмма «Точечная»)



2 решения:

начальные приближения

$$x_0 = -1,5$$

$$x_0 = 1,5$$

Решение уравнения $x^2 = 5 \cos x$

3. Подготовка данных

начальное
приближение

	E	F	G	H
1	x	f1	f2	f2-f1
2	-1,5	=E2^2	=5*COS(E2)	=F2-G2
3				

целевая
ячейка

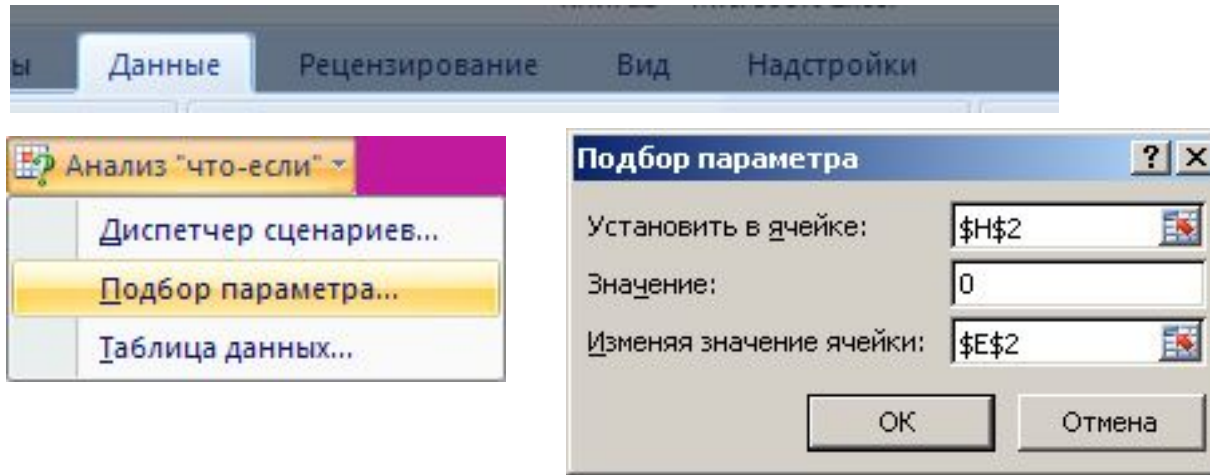
Цель: H2=0



Зачем нужна разность?

Решение уравнения $x^2 = 5 \cos x$

4. Подбор параметра



решение
уравнения

	E	F	G	H
1	x	f1	f2	f2-f1
2	-1,252	1,568	1,567	0,00053

ошибка



Почему
не нуль?



Как найти второе решение?

Оптимизация

Оптимизация – это поиск оптимального (наилучшего) варианта в заданных условиях.

Оптимальное решение – такое, при котором некоторая заданная функция (*целевая функция*) достигает минимума или максимума.

Постановка задачи:

- **целевая функция**

$$f(x) \rightarrow \min \quad (\text{расходы, потери, ошибки})$$

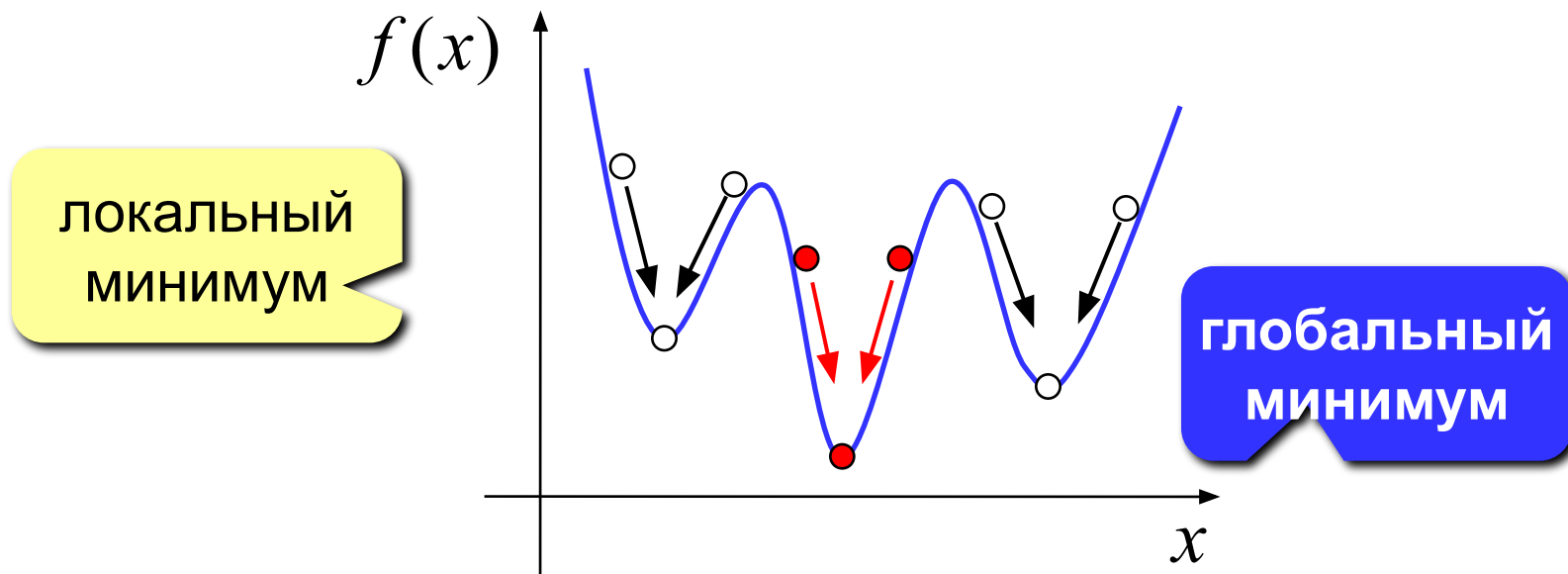
$$f(x) \rightarrow \max \quad (\text{доходы, приобретения})$$

- **ограничения**, которые делают задачу осмысленной

Задача без ограничений: построить дом
при минимальных затратах.

Решение: не строить дом вообще.

Оптимизация

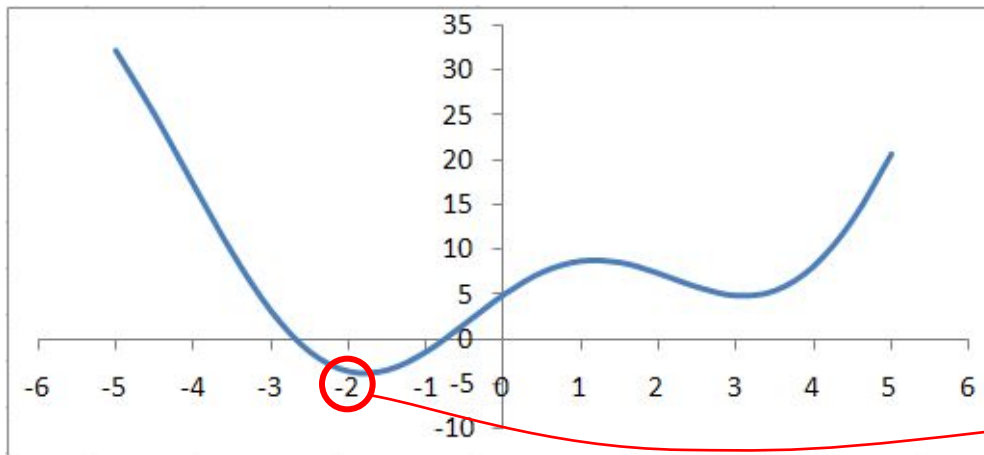


- обычно нужно найти **глобальный минимум**
- большинство численных методов находят только **локальный минимум**
- минимум, который найдет *Excel*, зависит от выбора начального приближения («шарик на горке скатится в ближайшую ямку»)

Поиск минимума функции

$$y = x^2 + 6 \sin x + 5 \cos x$$

1. Строим график функции (диаграмма «Точечная»)



Зачем нужен график?

начальное приближение

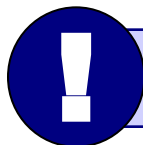
$$x_0 = -2$$

2. Подготовка данных

начальное приближение

	E	F
1	x	f
2	-2	=E2^2+6*SIN(E2)+5*COS(E2)

целевая ячейка



Изменение E2 должно влиять на F2!

Поиск минимума функции

	E	F
1	x	f
2	-2	=E2^2+6*SIN(E2)+5*COS(E2)

3. Настройка «Поиск решения»

целевая
ячейка

изменяемые
ячейки:

E2
D2:D6
D2:D6; C5:C8

ограничения

A1 <= 20
B2:B8 >= 5
A1 = целое

Поиск решения

Установить целевую ячейку:

Равной: максимальному значению значению:

минимальному значению

Изменяя ячейки:

Ограничения:

Параметры оптимизации

Параметры поиска решения [X]

Максимальное время: секунд

Предельное число итераций:

Относительная погрешность:

Допустимое отклонение: %

Сходимость:

Линейная модель Автоматическое масштабирование

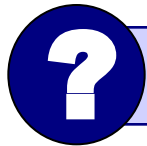
Неотрицательные значения Показывать результаты итераций

Оценки линейная квадратичная

Разности прямые центральные

Метод поиска Ньютона сопряженных градиентов

Оптимизация



Подбор параметра – это оптимизация?

Надстройка «Поиск решения» позволяет:

- искать минимум и максимум функции
- использовать несколько изменяемых ячеек и диапазонов
- вводить ограничения (\leq , \geq , целое, двоичное)



Как влияет ограничение «А1-целое» на сложность решения задачи?

Работа в Excel 2007

Тема 4. Статистика

Ряд данных и его свойства

Ряд данных – это упорядоченный набор значений

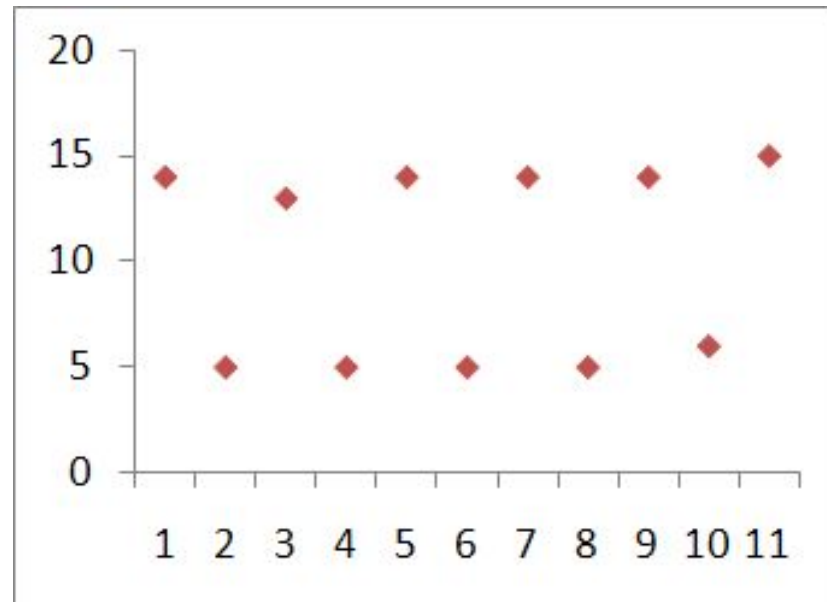
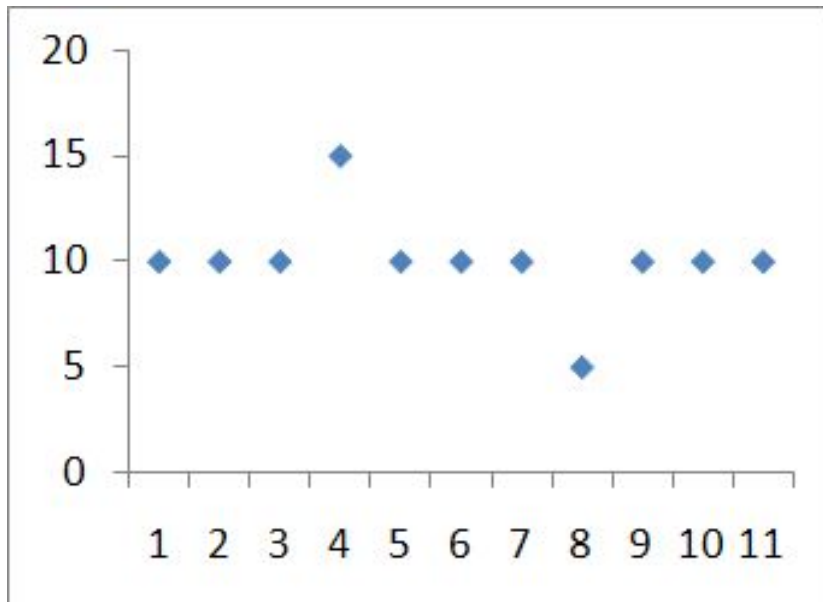
$$x_1, x_2, \dots, x_n$$

Основные свойства (ряд A1 : A20):

- количество элементов =СЧЕТ (A1 : A20)
- количество элементов, удовлетворяющих некоторому условию:
= СЧЕТЕСЛИ (A1 : A20 ; "<5")
- минимальное значение =МИН (A1 : A20)
- максимальное значение =МАКС (A1 : A20)
- сумма элементов =СУММ (A1 : A20)
- среднее значение =СРЗНАЧ (A1 : A20)

Дисперсия

Для этих рядов одинаковы МИН, МАКС, СРЗНАЧ



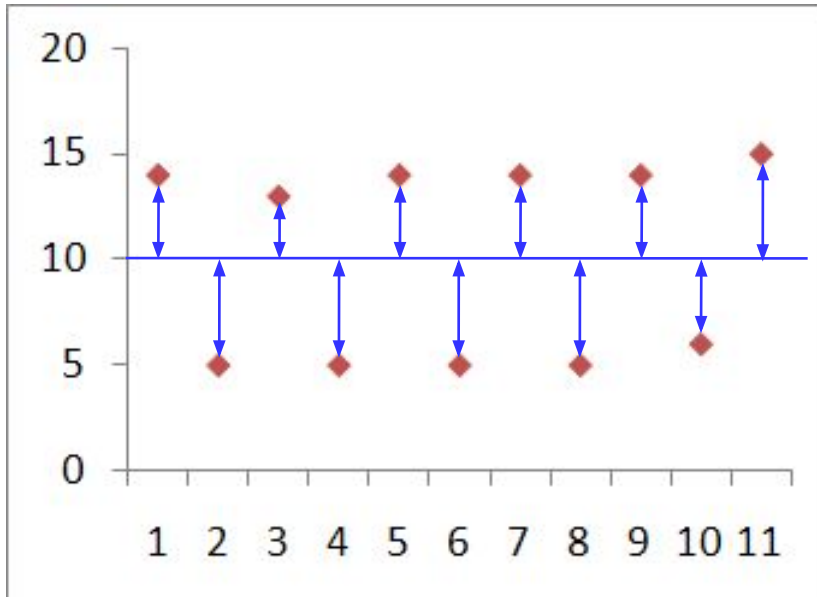
В чем различие?

Дисперсия («разброс») – это величина, которая характеризует разброс данных относительно среднего значения.

Дисперсия

$$D_x = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \quad \text{среднее арифметическое}$$



$(x_1 - \bar{x})^2$ квадрат
отклонения x_1
от среднего

D_x *средний* квадрат
отклонения от
среднего значения

Дисперсия и СКВО

Стандартная функция

=ДИСПР (A1 : A20)

Функции – Другие – Статистические

Что неудобно:

если x измеряется в метрах,
то D_x – в m^2



В каких
единицах
измеряется?

СКВО = среднеквадратическое отклонение

$$\sigma_x = \sqrt{D_x}$$

=СТАНДОТКЛОНП (A1 : A20)

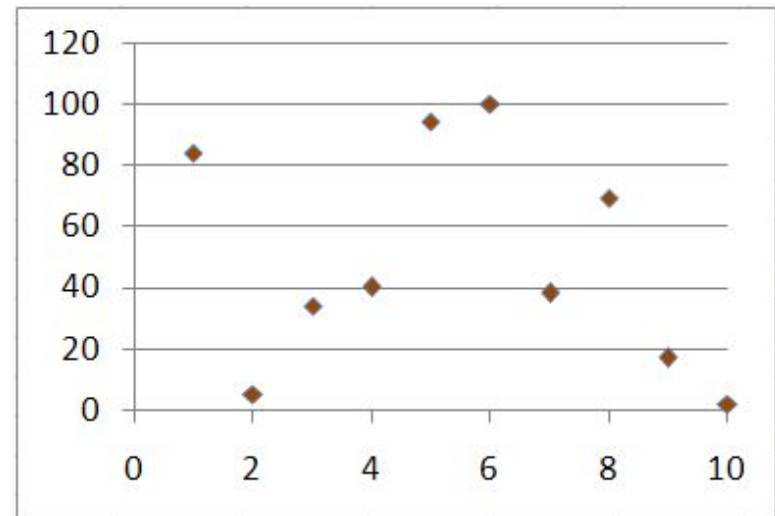
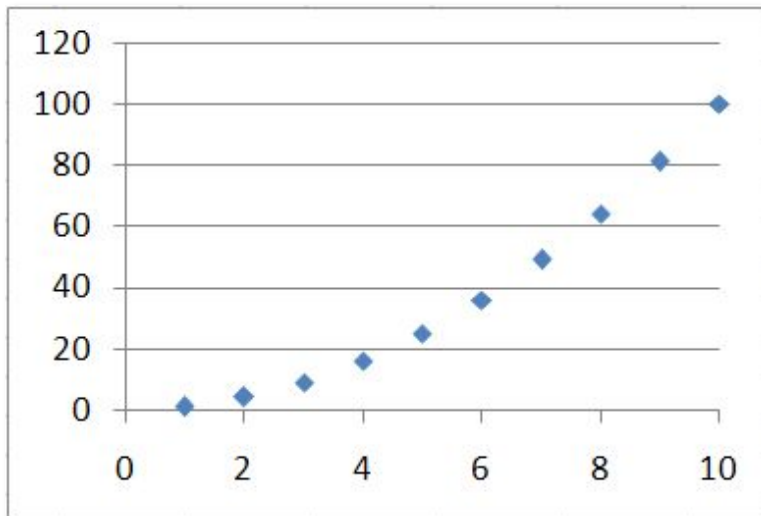
Взаимосвязь рядов данных

Два ряда одинаковой длины:

$$x_1, x_2, \dots, x_n \quad y_1, y_2, \dots, y_n$$

Вопросы:

- есть ли связь между этими рядами (соответствуют ли пары (x_i, y_i) какой-нибудь зависимости $y = f(x)$)
- насколько сильна эта связь?



Взаимосвязь рядов данных

Ковариация:

$$K_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n}$$



Если x и y – один и тот же ряд?

$$K_{xx} = D_x$$

в среднем!

Как понимать это число?

- если $K_{xy} > 0$ увеличение x приводит к увеличению y
- если $K_{xy} < 0$ увеличение x приводит к уменьшению y
- если $K_{xy} \approx 0$ связь обнаружить не удалось

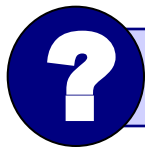
Что плохо?

- единицы измерения: если x в метрах, y в литрах, то K_{xy} – в м·л
- K_{xy} зависит от абсолютных значений x и y , поэтому ничего не говорит о том, насколько сильна связь

Взаимосвязь рядов данных

Коэффициент корреляции:

$$\rho_{xy} = \frac{K_{xy}}{\sigma_x \cdot \sigma_y} \quad \sigma_x, \sigma_y \text{ – СКВО рядов } x \text{ и } y$$



Какова размерность? безразмерный!

$$-1 \leq \rho_{xy} \leq 1$$

Как понимать это число?

- если $\rho_{xy} > 0$: увеличение X приводит к увеличению Y
- если $\rho_{xy} < 0$: увеличение X приводит к уменьшению Y
- если $\rho_{xy} \approx 0$: связь обнаружить не удалось

=КОРРЕЛ (A1 : A20 ; B1 : B20)

Взаимосвязь рядов данных

Как понимать коэффициент корреляции?

$0 < |\rho_{xy}| \leq 0,2$: очень слабая корреляция

$0,2 < |\rho_{xy}| \leq 0,5$: слабая

$0,5 < |\rho_{xy}| \leq 0,7$: средняя

$0,7 < |\rho_{xy}| \leq 0,9$: сильная

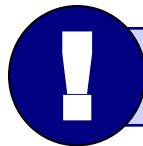
$0,9 < |\rho_{xy}| \leq 1$: очень сильная

$\rho_{xy} = 1$: линейная зависимость $y = ax + b$, $a > 0$

$\rho_{xy} = -1$: линейная зависимость $y = ax + b$, $a < 0$



Если $\rho_{xy} \approx 0$, то связи нет?



Метод для определения линейной зависимости!

Работа в Excel 2007

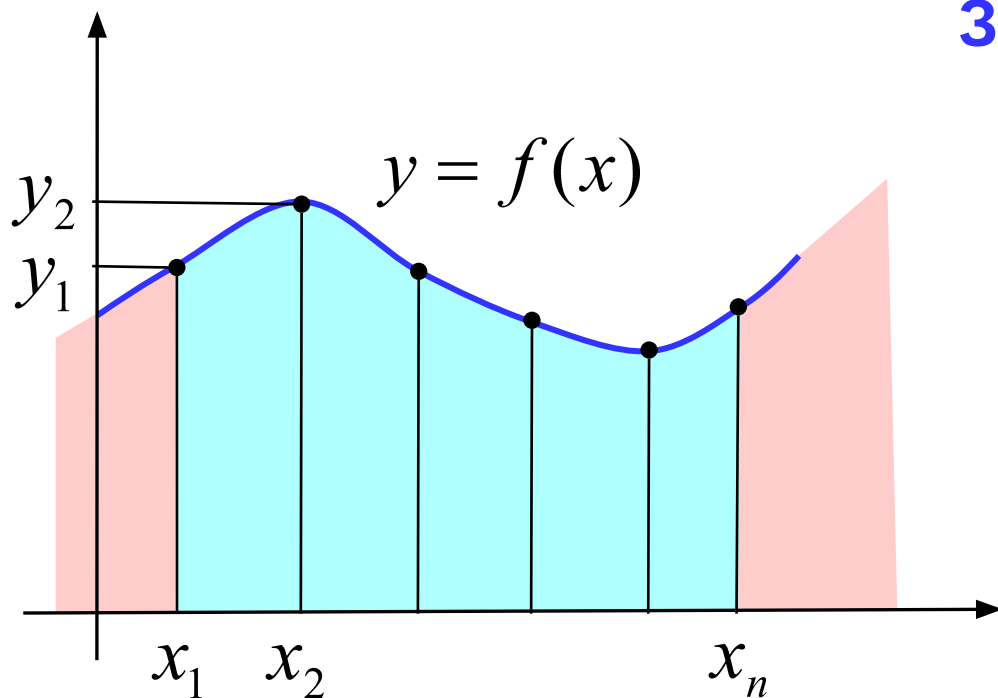
Тема 5. Восстановление зависимостей

Восстановление зависимостей

Два ряда одинаковой длины:

$$x_1, x_2, \dots, x_n \quad y_1, y_2, \dots, y_n$$

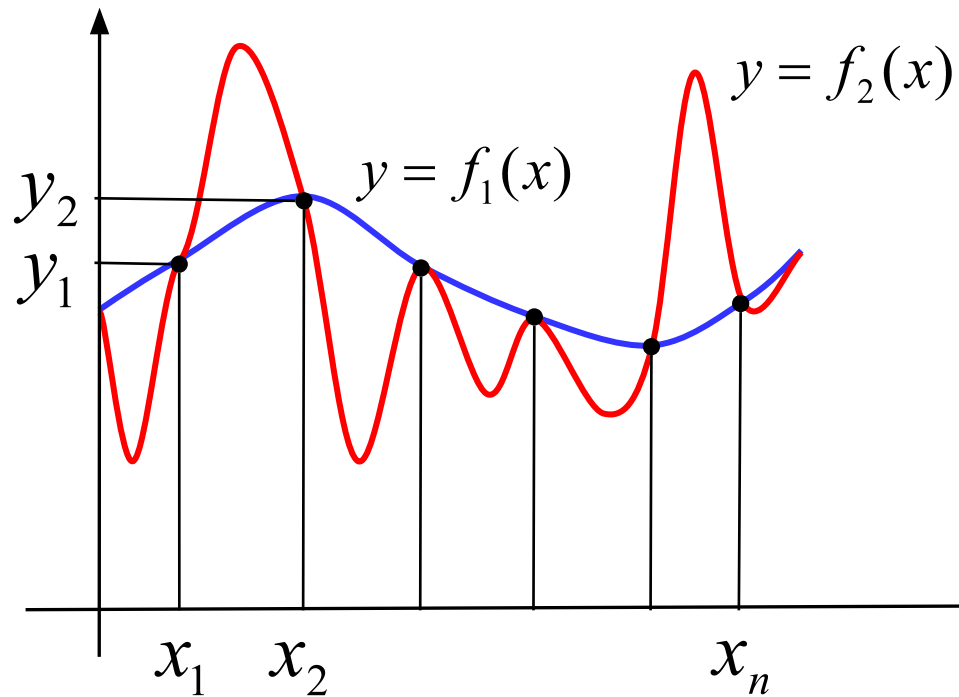
задают некоторую неизвестную функцию $y = f(x)$



Зачем:

- найти y в промежуточных точках (интерполяция)
- найти y вне диапазона измерений (экстраполяция, прогнозирование)

Какое решение нам нужно?

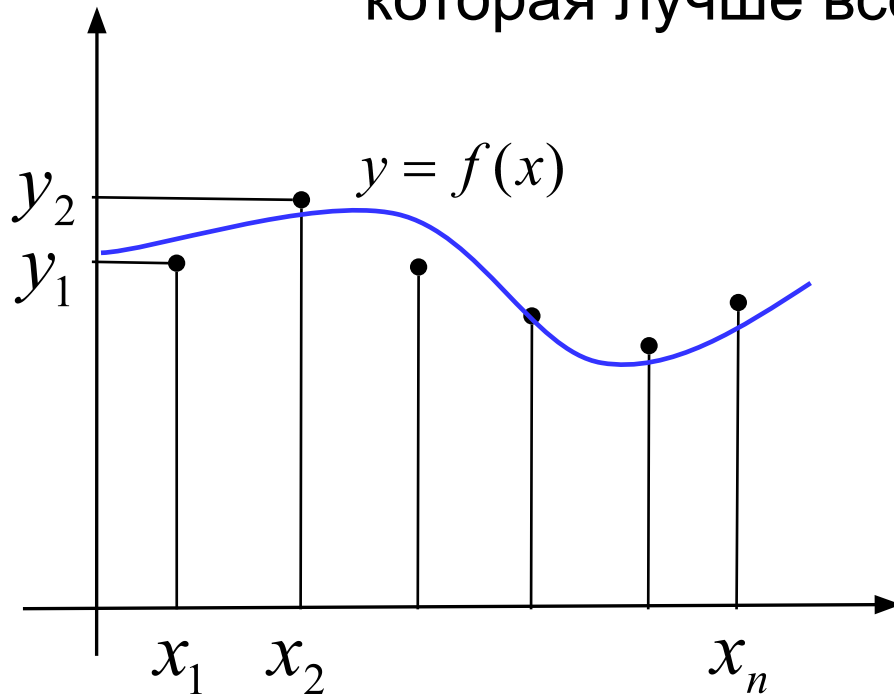


Через заданный набор точек проходит бесконечно много разных кривых!

Вывод: задача некорректна, поскольку решение неединственно.

Восстановление зависимостей

Корректная задача: найти функцию заданного вида, которая лучше всего соответствует данным.



Примеры:

• линейная $y = a \cdot x + b$

• полиномиальная

$$y = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

• степенная $y = a \cdot x^b$

• экспоненциальная

$$y = a \cdot e^{bx}$$

• логарифмическая

$$y = a \cdot \ln x + b$$



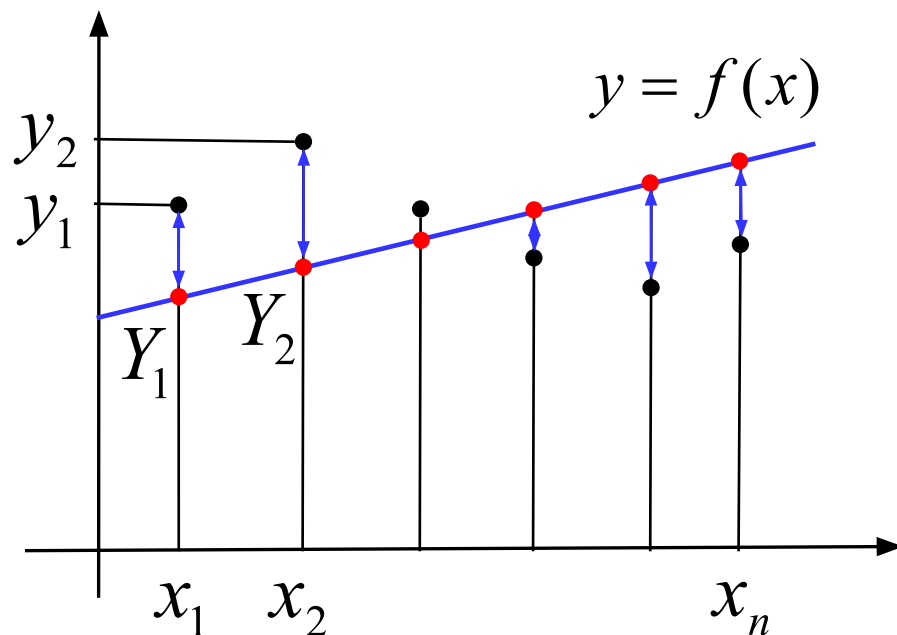
График функции не обязательно проходит через заданные точки!



Как выбрать функцию?

Что значит «лучше всего соответствует»?

Метод наименьших квадратов (МНК):



(x_i, y_i) заданные пары значений

$$Y_i = f(x_i)$$

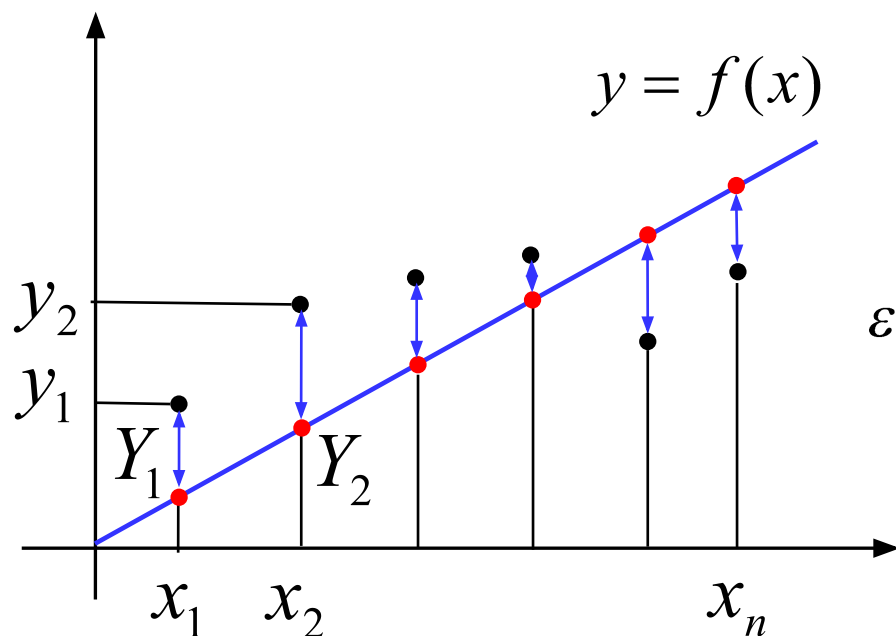
$$\varepsilon = \sum_{i=1}^n (y_i - Y_i)^2 \rightarrow \min$$



Зачем возведение в квадрат?

- 1) чтобы складывать положительные значения
- 2) решение сводится к системе линейных уравнений (просто решать!)

МНК для линейной функции



НЕИЗВЕСТНО!

$$Y_i = k \cdot x_i$$

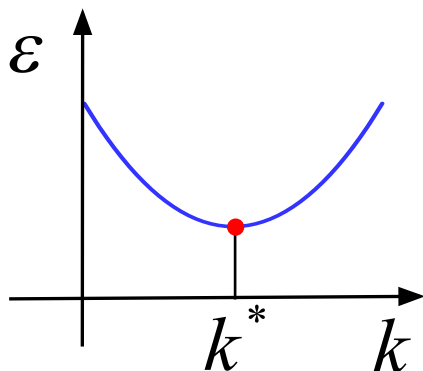
$$\begin{aligned} \varepsilon(k) &= \sum_{i=1}^n (y_i - Y_i)^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - kx_i)^2 \\ &= k^2 \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 - k \cdot 2 \sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i + \sum_{i=1}^n y_i^2 \end{aligned}$$

a

$-b$

c

$$\varepsilon(k) = ak^2 + bk + c \rightarrow \min$$



$$k^* = -\frac{b}{2a} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2}$$

Коэффициент достоверности

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - Y_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$$

(x_i, y_i) заданные пары значений

$$Y_i = f(x_i)$$

\bar{y} – среднее значение y_i

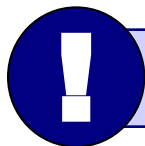
Крайние случаи:

- если график проходит через точки:

$$R^2 = 1$$

- если считаем, что y не меняется и $Y_i = \bar{y}$.

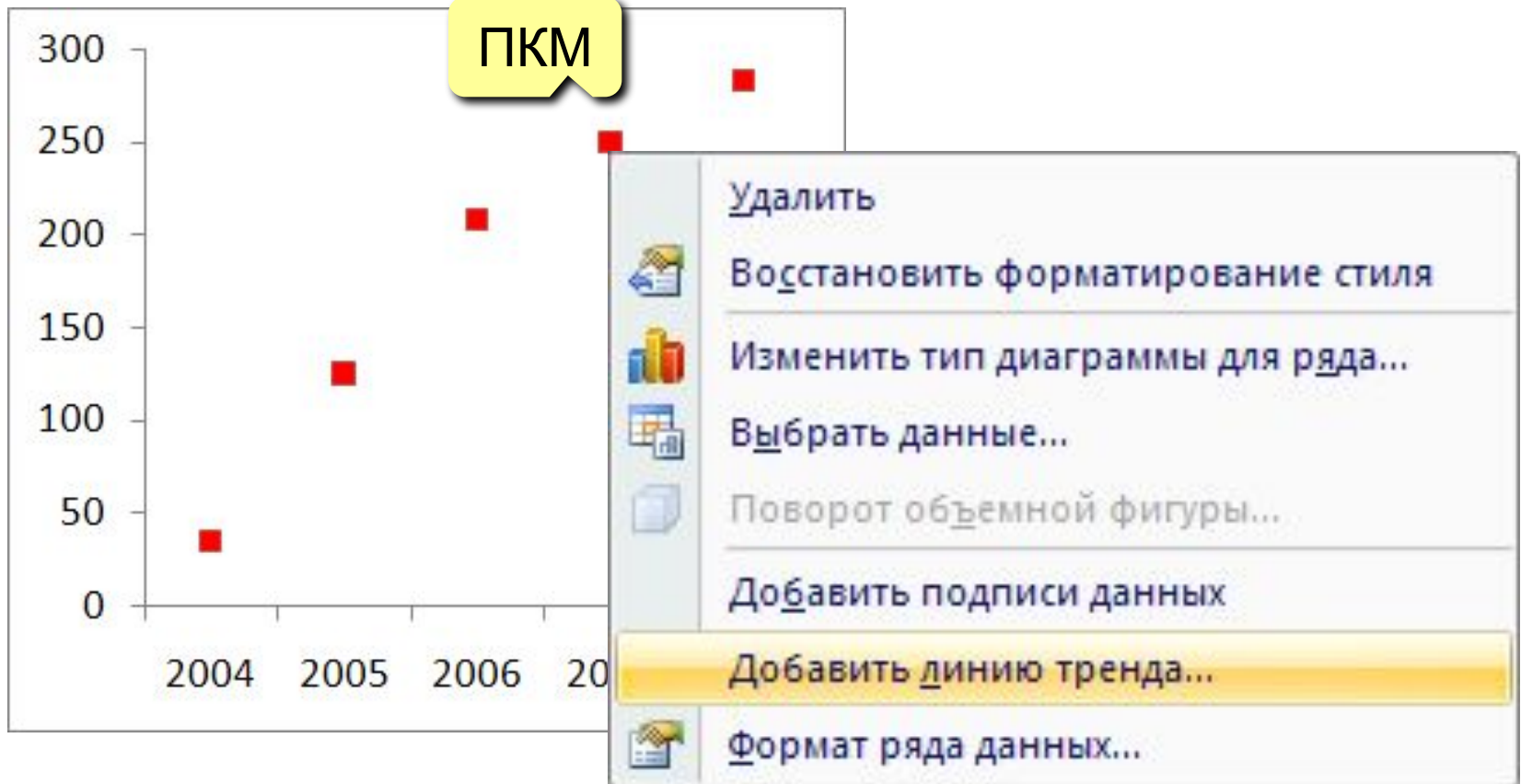
$$R^2 = 0$$

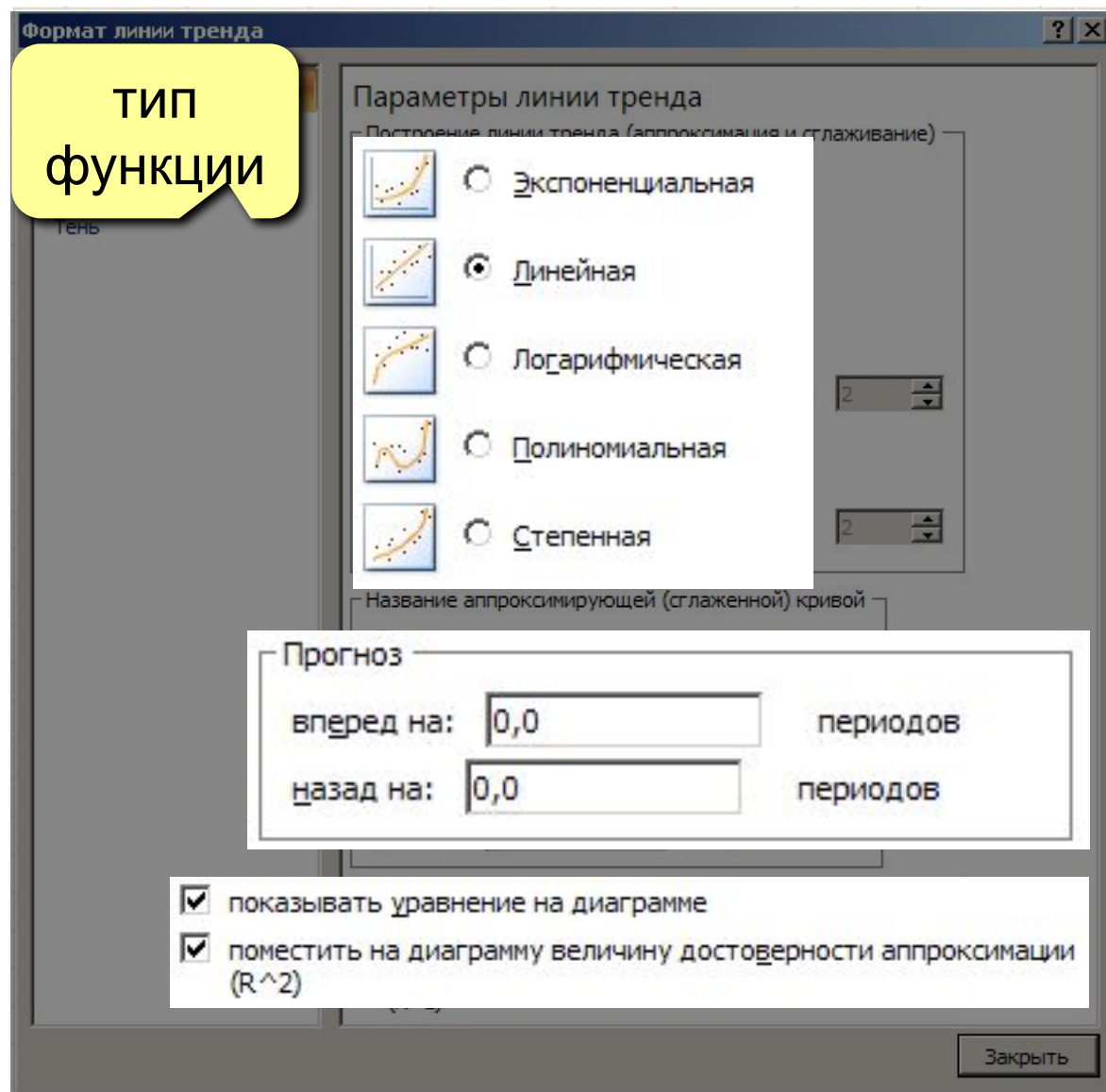


Фактически – метод наименьших квадратов!

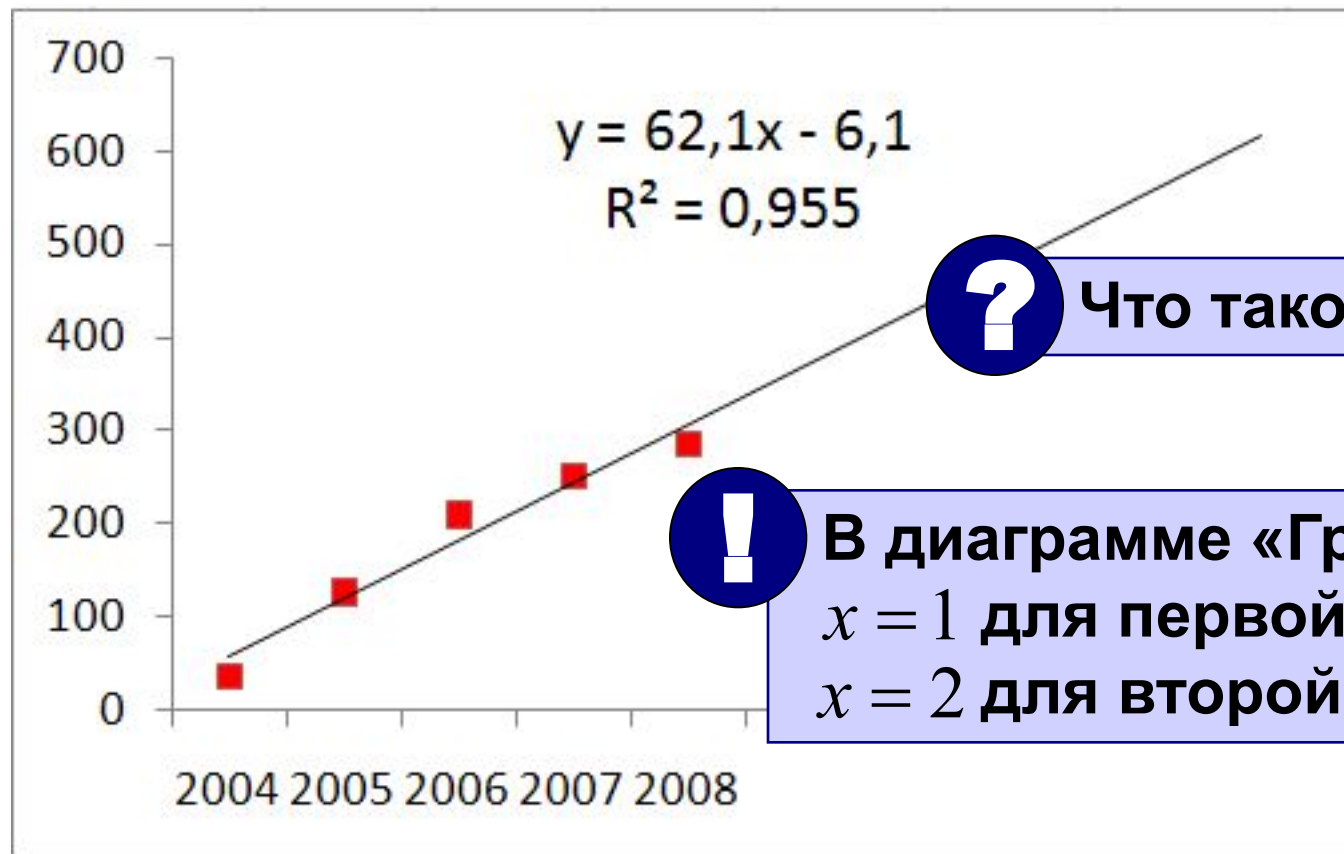
Восстановление зависимостей

Диаграмма «График»:





Восстановление зависимостей



Что такое x ?



В диаграмме «График»
 $x = 1$ для первой точки,
 $x = 2$ для второй и т.д.



Насколько хорошо выбрана функция?

Восстановление зависимостей

Сложные случаи (нестандартная функция):

$$f(x) = a \cdot \sin kx + b$$



Что делать?

Алгоритм:

- 1) выделить ячейки для хранения a, k, b
- 2) построить ряд $Y_i = f(x_i)$ для тех же x_i
- 3) построить на одной диаграмме ряды y_i и Y_i
- 4) попытаться подобрать a, k, b так, чтобы два графика были близки
- 5) вычислить R^2 в отдельной ячейке
 функции: СУММКВРАЗН – сумма квадратов разностей рядов
 ДИСПР – дисперсия
- 6) Поиск решения: $R^2 \rightarrow \min$



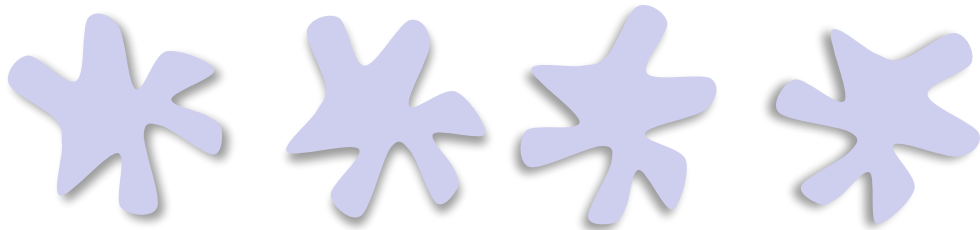
Это задача оптимизации!

Работа в Excel 2007

Тема 6. Моделирование

(по материалам учебника Н.В. Макаровой)

Модель деления

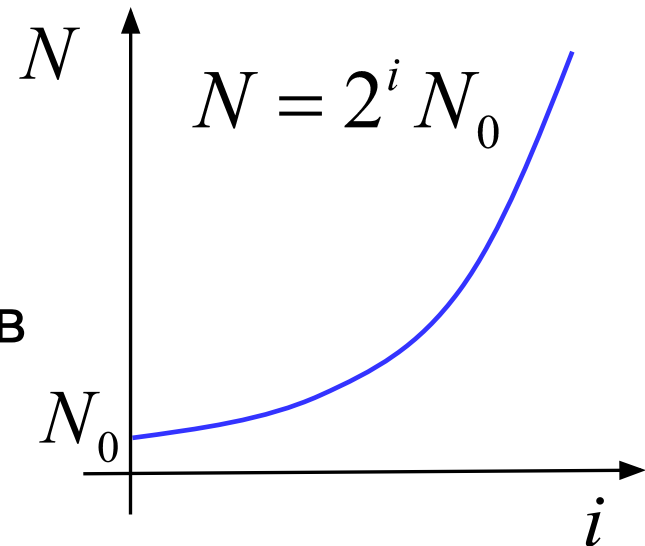


N_0 – начальная численность

$N_1 = 2N_0$ – после 1 цикла деления

$N_2 = 2N_1 = 4N_0$ – после 2-х циклов

$N_i = 2N_{i-1} = 2^i N_0$



Особенности модели:

- 1) не учитывается смертность
- 2) не учитывается влияние внешней среды
- 3) не учитывается влияние других видов

Рождаемость и смертность

$$N_i = N_{i-1} + K_p \cdot N_{i-1} - K_c \cdot N_{i-1}$$

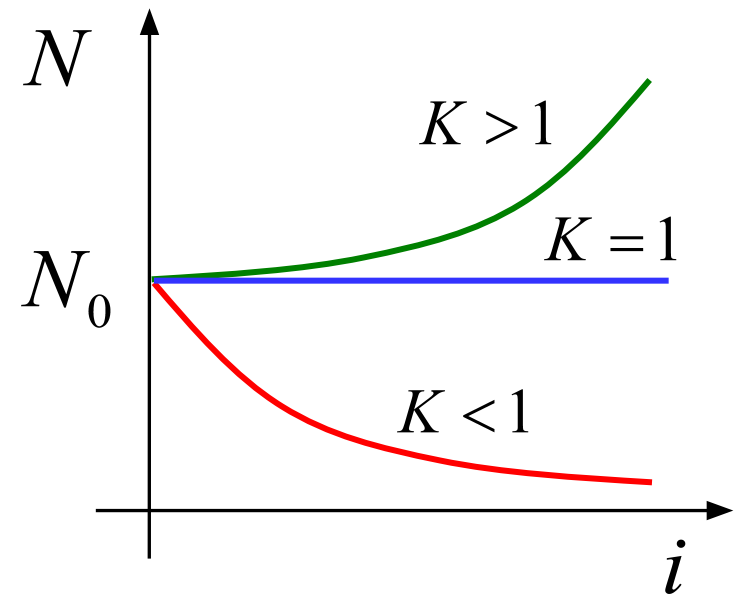
K_p – коэффициент рождаемости

K_c – коэффициент смертности

$$N_i = K \cdot N_{i-1}$$

Коэффициент изменения
численности

$$K = 1 + K_p - K_c$$



Особенности модели:

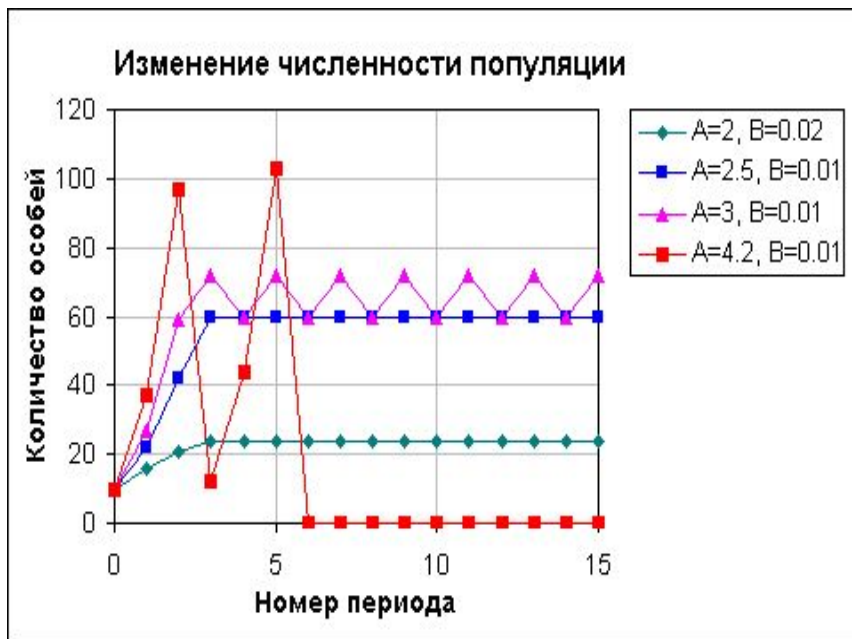
- 1) не учитывается влияние численности N и внешней среды на K
- 2) не учитывается влияние других видов на K

Влияние численности и внешней среды

$$N_i = K \cdot N_{i-1} \quad K = A \cdot (1 - B \cdot N_{i-1})$$

A – коэффициент устойчивости вида

B – коэффициент среды обитания



Варианты:

- устанавливается постоянная численность
- постоянно меняется (колебания)
- вымирание

Влияние других видов

N_i – численность белок, M_i – численность бурундуков

$$N_i = N_{i-1} (2 - K_1 \cdot N_{i-1} - K_2 \cdot M_{i-1})$$

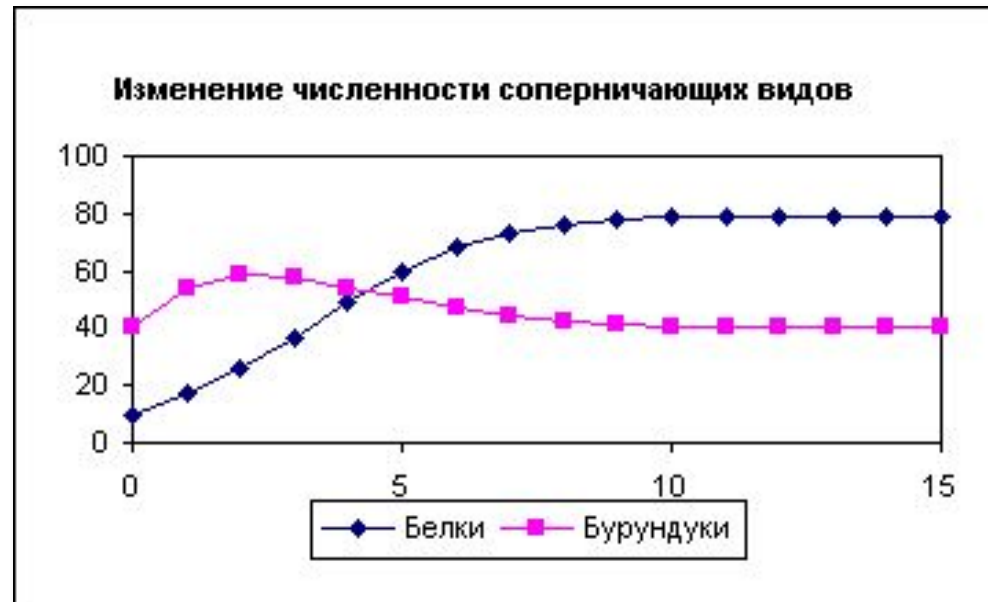
$$M_i = M_{i-1} (2 - K_3 \cdot M_{i-1} - K_4 \cdot N_{i-1})$$



Откуда видно
влияние?

K_2, K_4 – взаимное влияние

если $K_2 > K_1$ или $K_4 > K_3$ – враждующие виды

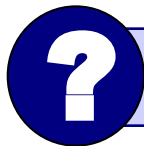


Моделирование двух популяций

 N_0
 M_0

	A	B	C	D	E	F
1	i	N	M		$K1$	0,05
2	0	20	20		$K2$	0,01
3	1	$=B2*(2-F1*B2-F2*C2)$			$K3$	0,05
4	2				$K4$	0,01
5	3					

$$N_i = N_{i-1} (2 - K_1 \cdot N_{i-1} - K_2 \cdot M_{i-1})$$



Как скопировать формулы «вниз»?

