Кафедра «КРЭМС»

ПРИНЦИПЫ МОДУЛЯЦИИ И ДЕМОДУЛЯЦИИ

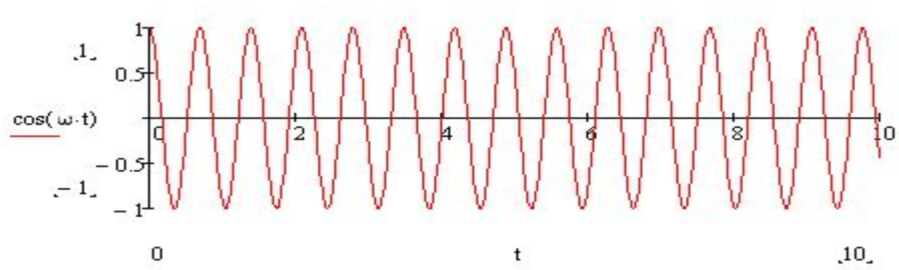
Зырянов

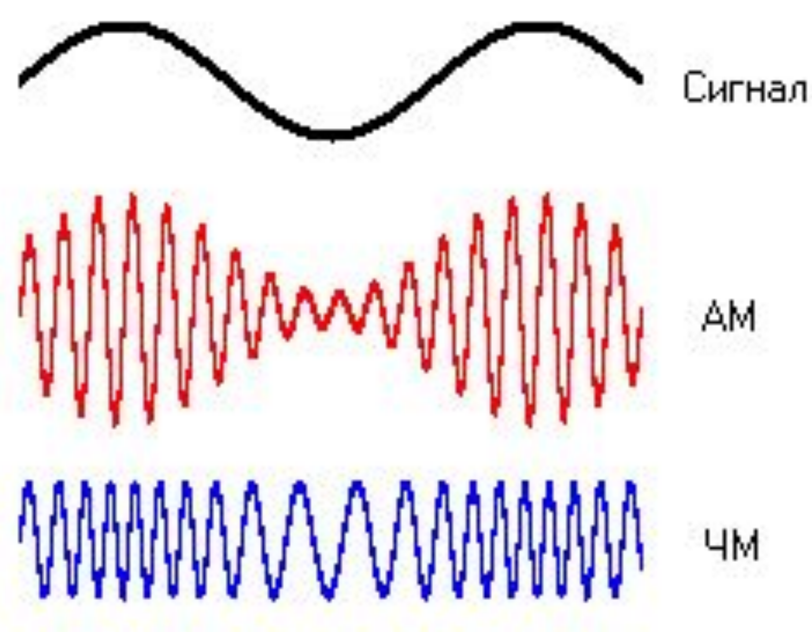
Юрий Трифонович

доктор технических наук

профессор

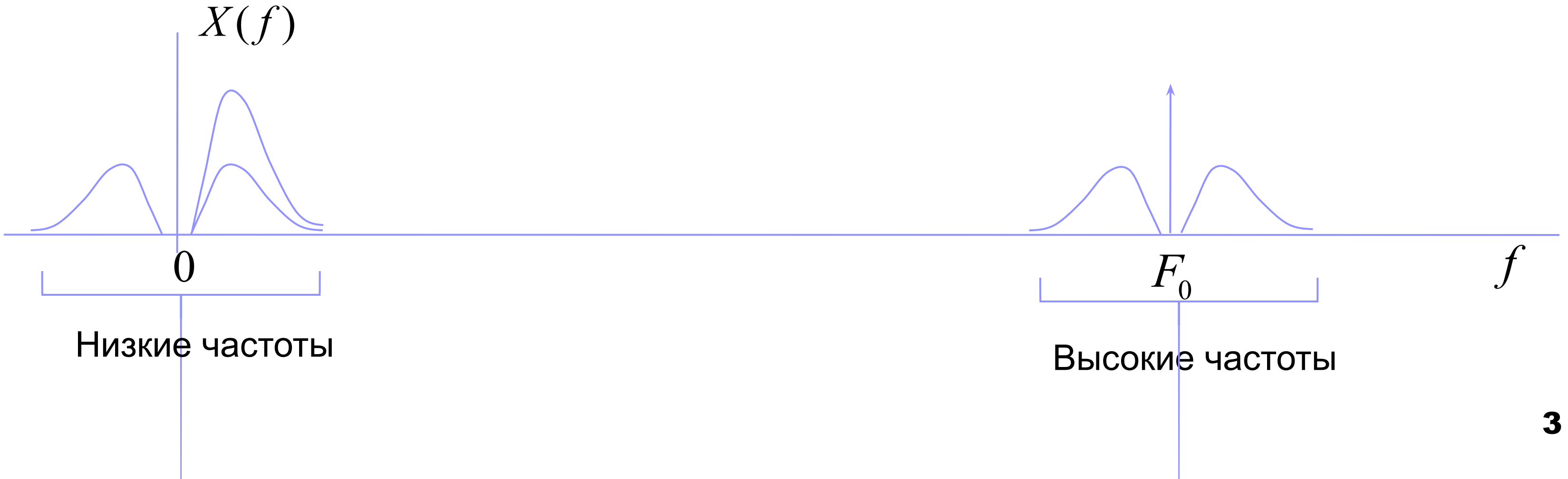
Модуляция – это изменение *одного или нескольких* параметров колебания, называемого несущим колебанием (переносчиком), в соответствии с изменениями первичного (информационного) сигнала.





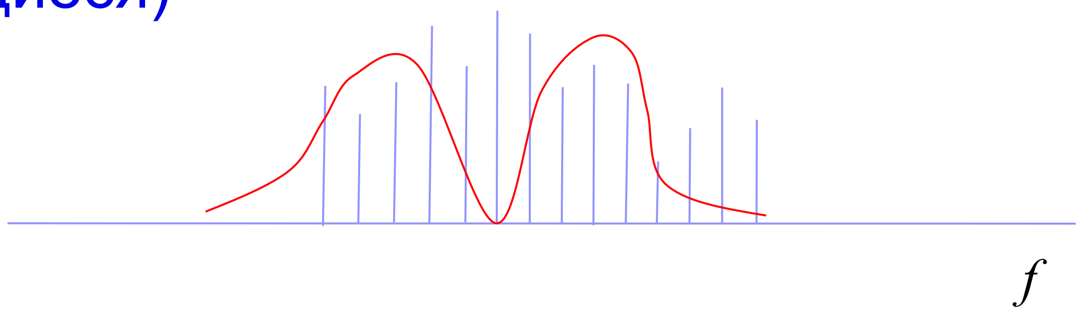
Модуляция – это изменение *одного или нескольких* параметров колебания, называемого несущим колебанием (переносчиком), в соответствии с изменениями первичного (информационного) сигнала.

при модуляции (а также демодуляции) происходят такие преобразования сигнала, которые сопровождаются появлением новых частотных составляющих, отсутствовавших в спектре исходного сигнала

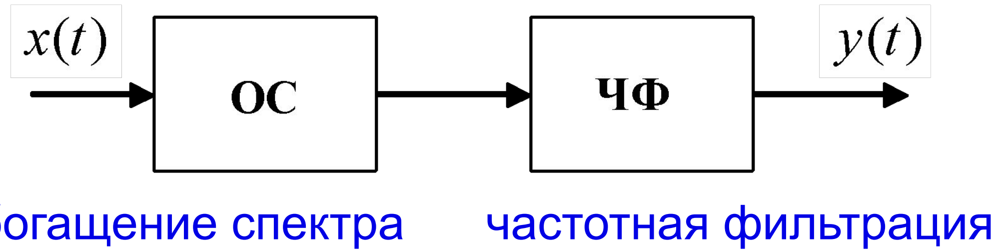


Изменение спектрального состава сигналов при модуляции и демодуляции

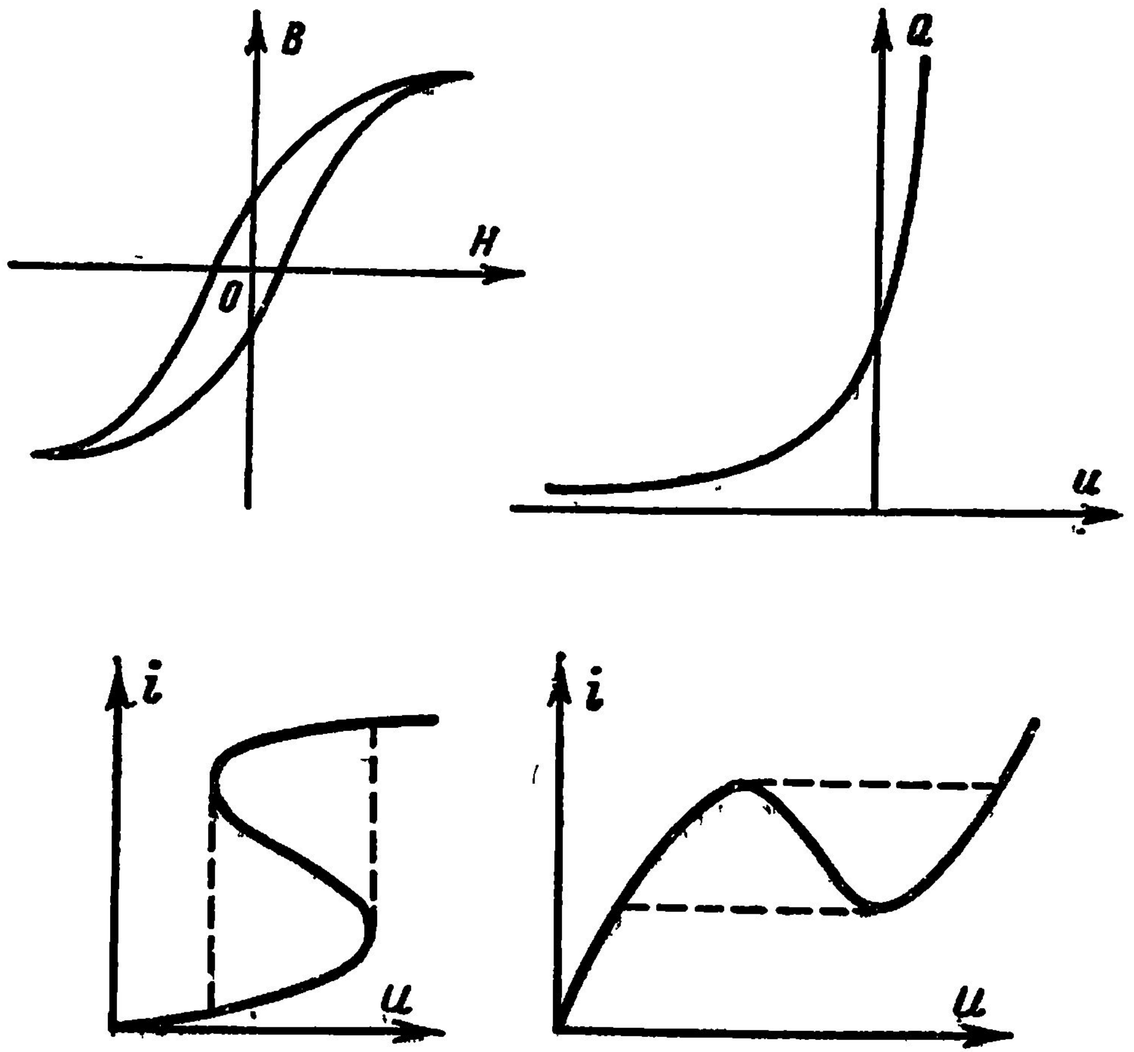
ЛИС-цепь не может обогатить спектр колебания новыми составляющими! (может только подавить имеющиеся)



Типичный способ формирования нужного спектрального состава:



Нелинейные элементы и их характеристики



Нелинейные характеристики и их аппроксимации

Полиномиальная аппроксимация ВАХ

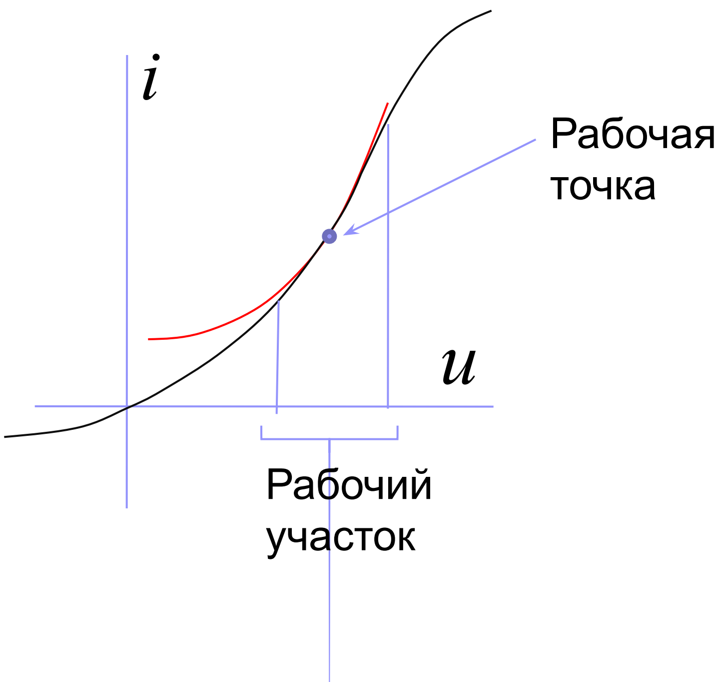
$$i = f(u) = \sum_{k=0}^{N} a_k u^k = a_0 + a_1 u + a_2 u^2 \ldots + a_N u^N$$

Выберем на рабочем участке N+1 точек

$$u_1, u_2, \ldots, u_{N+1}$$

Значения тока в этих точках обозначим

$$i_1, i_2, \ldots, i_{N+1}$$

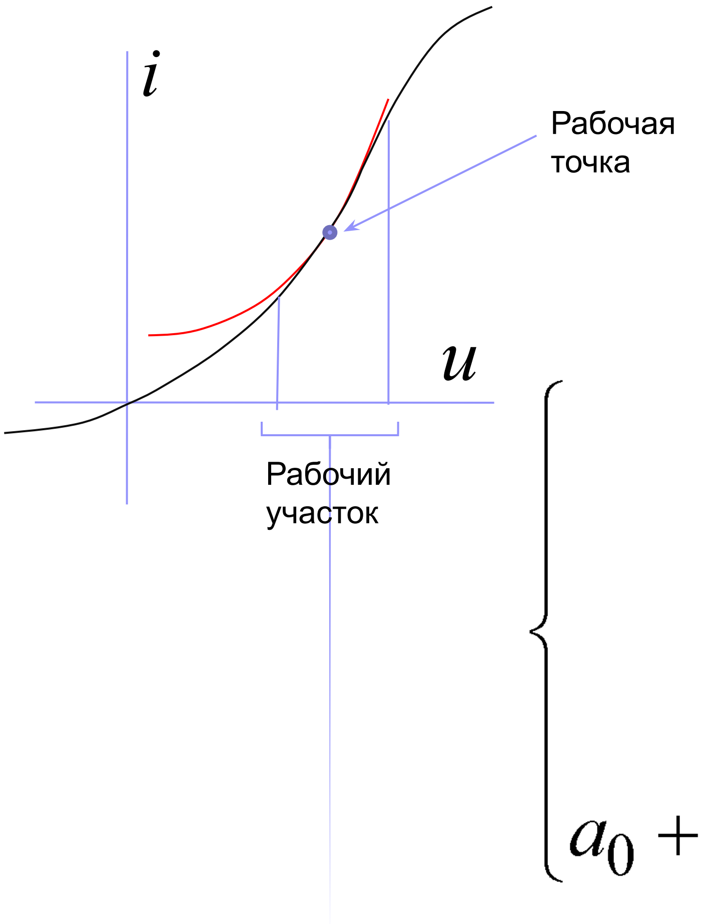


$$i = f(u) = \sum_{k=0}^{N} a_k u^k = a_0 + a_1 u + a_2 u^2 \ldots + a_N u^N$$

$$u_1, u_2, \ldots, u_{N+1}$$

$$\Downarrow$$

$$i_1, i_2, \ldots, i_{N+1}$$



$$\begin{cases} a_0 + a_1 u_1 + a_2 u_1^2 \ldots + a_N u_1^N = i_1 \\ a_0 + a_1 u_2 + a_2 u_2^2 \ldots + a_N u_2^N = i_2 \\ \ldots\ldots \quad \ldots\ldots \quad \ldots\ldots \quad \ldots\ldots \quad \ldots\ldots \\ a_0 + a_1 u_{N+1} + a_2 u_{N+1}^2 \ldots + a_N u_{N+1}^N = i_{N+1} \end{cases}$$

Аппроксимация методом наименьших квадратов

$$i = f(u) = \sum_{k=0}^{N} a_k u^k = a_0 + a_1 u + a_2 u^2 \ldots + a_N u^N$$

$$u_1, u_2, \ldots, u_M; \quad M > N+1$$

$$\Downarrow$$

$$i_1, i_2, \ldots, i_M$$

$$\begin{cases} a_0 + a_1 u_1 + a_2 u_1^2 \ldots + a_N u_1^N - i_1 = \varepsilon_1 \\ a_0 + a_1 u_2 + a_2 u_2^2 \ldots + a_N u_2^N - i_2 = \varepsilon_2 \\ \ldots\ldots \quad \ldots\ldots \quad \ldots\ldots \quad \ldots\ldots \quad \ldots\ldots \\ a_0 + a_1 u_{N+1} + a_2 u_{N+1}^2 \ldots + a_N u_{N+1}^N - i_{N+1} = \varepsilon_M \end{cases}$$

МНК:

$$\sum_{k=1}^{M} \varepsilon_k^2 \to \min$$

$$\sum_{k=1}^{M} \varepsilon_k^2 \to \min$$

$$\sum_{k=1}^{M} \left(a_0 + a_1 u_k + a_2 u_k^2 \ldots + a_N u_k^N - i_k \right)^2 \to \min_{a_0, \ldots a_N}$$

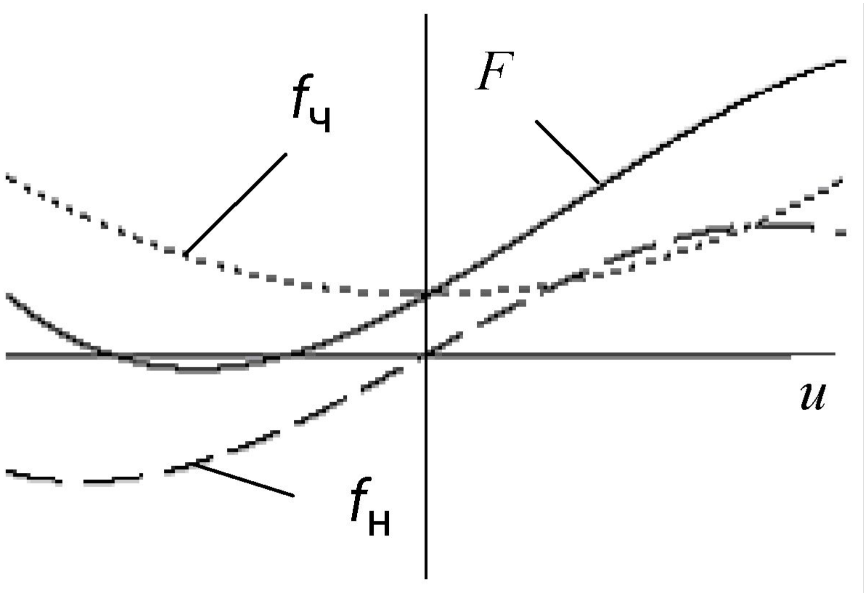
$$\frac{\partial}{\partial a_m} \sum_{k=1}^{M} \left(a_0 + a_1 u_k + a_2 u_k^2 \ldots + a_N u_k^N - i_k \right)^2 = 0, \quad m = \overline{0, N}$$

$$\begin{cases} \sum\limits_{k=1}^{M} a_0 + a_1 u_k + a_2 u_k^2 \ldots + a_N u_k^N - i_k = 0 \\ \sum\limits_{k=1}^{M} \left(a_0 + a_1 u_k + a_2 u_k^2 \ldots + a_N u_k^N - i_k \right) u_k = 0 \\ \ldots\ldots \quad \ldots\ldots \quad \ldots\ldots \quad \ldots\ldots \quad \ldots\ldots \\ \sum\limits_{k=1}^{M} \left(a_0 + a_1 u_k + a_2 u_k^2 \ldots + a_N u_k^N - i_k \right) u_k^N = 0 \end{cases}$$

Чётная и нечётная части характеристики

Любую функцию можно представить в виде суммы чётной и нечётной функций

$$f(u) = f_{\text{ч}}(u) + f_{\text{н}}(u)$$



где $$f_{\text{ч}}(u) = f_{\text{ч}}(-u)$$

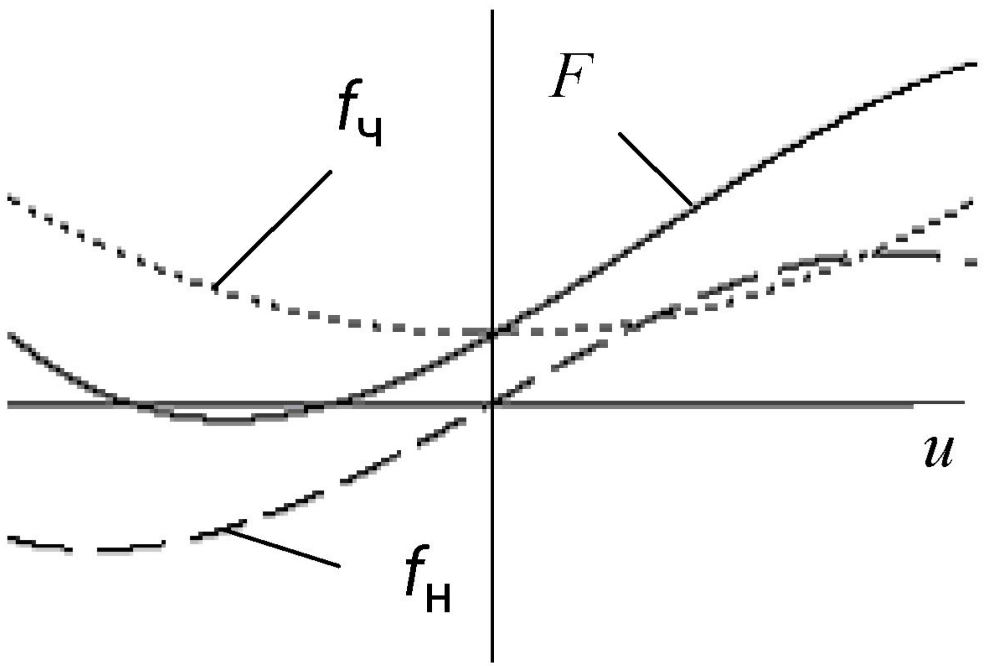
$$f_{\text{н}}(u) = -f_{\text{н}}(-u)$$

$$f(-u) = f_{\text{ч}}(u) - f_{\text{н}}(u)$$

откуда

$$f_{\text{ч}}(u) = \frac{f(u) + f(-u)}{2}, \qquad f_{\text{н}}(u) = \frac{f(u) - f(-u)}{2}$$

$$f_{ч}(u) = \frac{f(u) + f(-u)}{2}, \qquad f_{н}(u) = \frac{f(u) - f(-u)}{2}$$



При полиномиальной аппроксимации

$$f_{ч}(u) = a_0 + a_2 u^2 + a_4 u^4 \ldots$$

$$f_{н}(u) = a_1 u + a_3 u^3 + a_5 u^5 \ldots$$

Балансные схемы

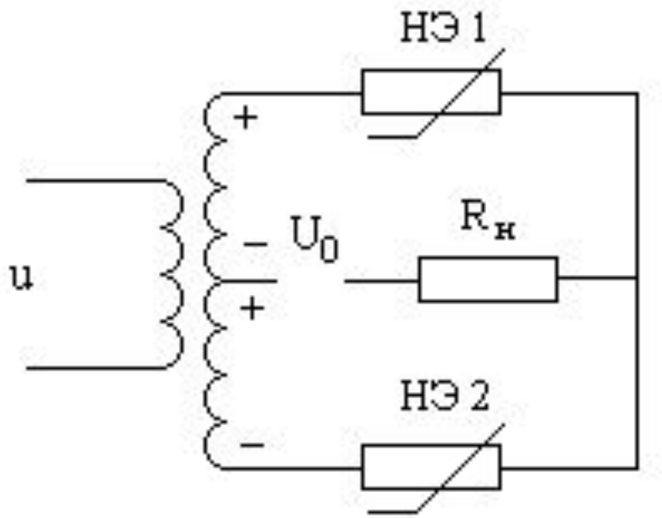
$$i = F(u)$$

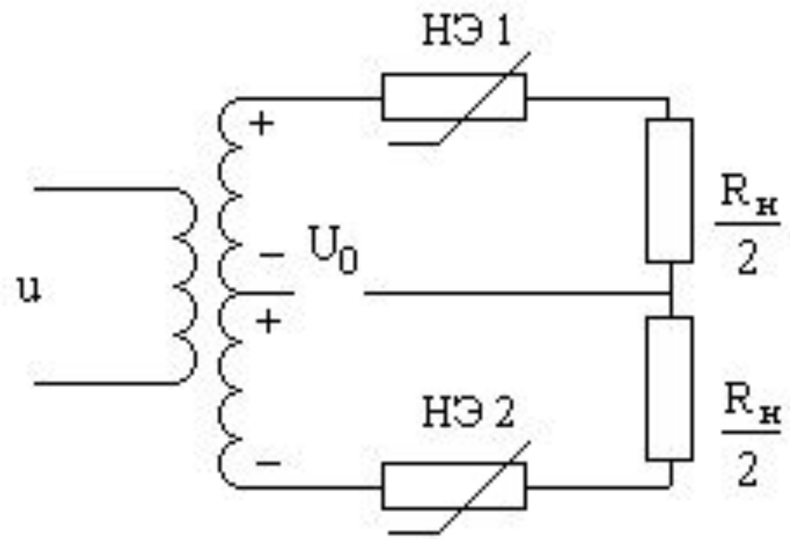
$$i = F(u) + F(-u)$$ – четная функция

$$i = F(u) - F(-u)$$ – нечетная функция

Для четности необходимо сложить токи двух НЭ, на которые входное напряжение подается с противоположными знаками (противофазно)

Для нечётности нужно вычесть (сложить с разными знаками) на нагрузке напряжения, создаваемые токами различных НЭ

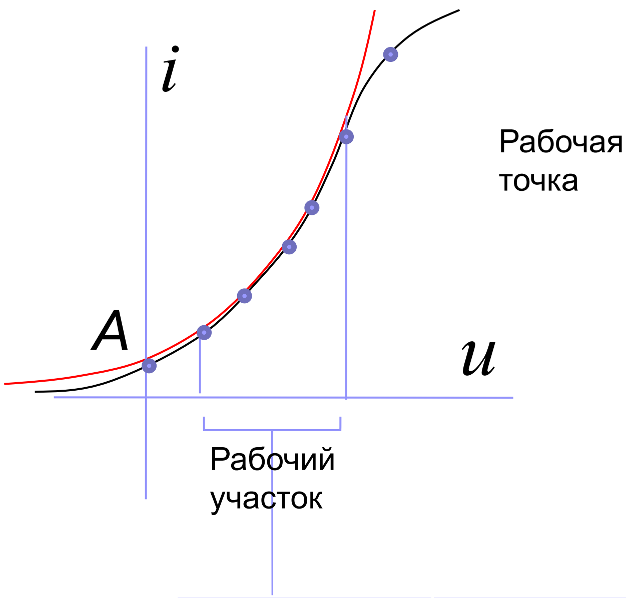




Экспоненциальная аппроксимация

$$i = f(u) = Ae^{\alpha u}$$

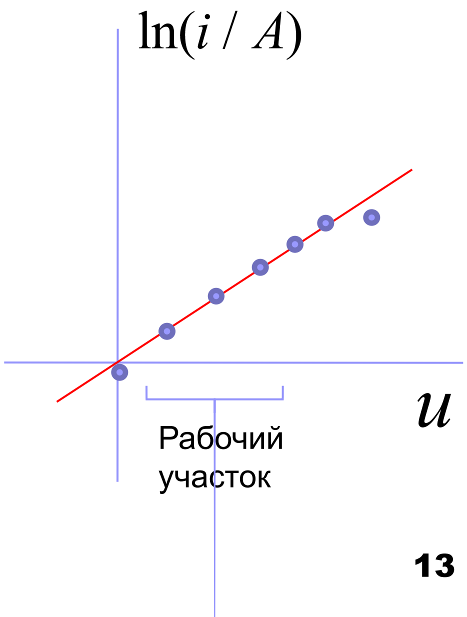
$$u = 0 \Longrightarrow f(0) = Ae^{0} = A$$



Метод приведения к линейному виду

$$\ln\frac{i}{A} = \alpha u$$

u	u_1	....	u_n
i	i_1	....	i_n
$\ln(i / A)$	$\ln(i_1 / A)$	....	$\ln(i_n / A)$

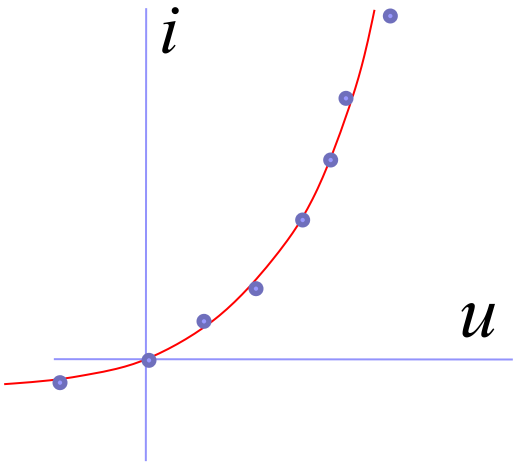


Экспоненциальная аппроксимация - 2

$$i = f(u) = I_0\left(e^{\alpha u} - 1\right)$$

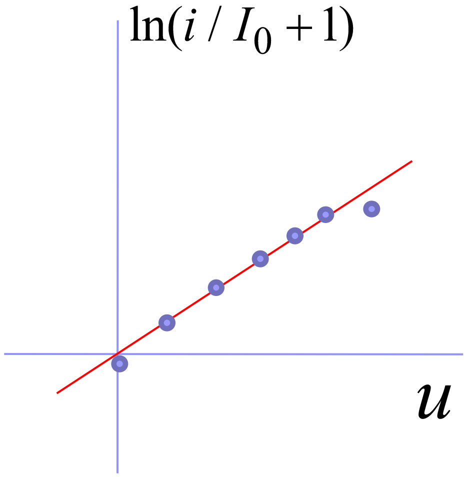
Обратный ток диода I_0

$$I_0 = -f(u)\Big|_{u=-\infty}$$



Прологарифмируем $i / I_0 + 1$

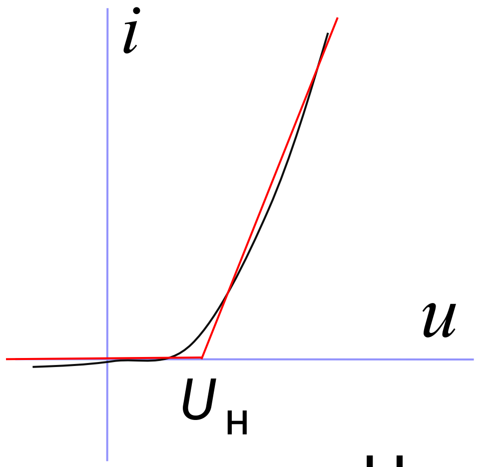
$$\ln\left(\frac{i}{I_0} + 1\right) = \alpha u$$



u	u_1	. . . .	u_n
i	i_1	. . . .	i_n
$\ln(i / I_0 + 1)$	$\ln(i_1 / I_0 + 1)$	. . . .	$\ln(i_n / I_0 + 1)$

Кусочно-линейная аппроксимация

$$i = \begin{cases} 0, & u < U_{\text{н}}, \\ S(u - U_{\text{н}}), & u \geq U_{\text{н}}, \end{cases}$$



$U_{\text{н}}$ – напряжение начала линейной ветви ВАХ

S – крутизна линейной ветви

Необходимо помнить, что *любая аппроксимация неточна*.

На практике при выборе способа аппроксимации нужно учитывать *точность* (по конечному результату) и *простоту* модели.

Воздействие гармонического колебания на нелинейный элемент

$$i = a_0 + a_1(u - U_0) + a_2(u - U_0)^2 ... + a_N(u - U_0)^N$$

$$u(t) = U_0 + U_m \cos(\omega_0 t + \phi)$$

U_0 – напряжение смещения для выбора р.т.

$$a_1 U_m \cos(\omega_0 t + \phi)$$

$$a_2 U_m^2 \cos^2(\omega_0 t + \phi) = a_2 U_m^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos\left[2(\omega_0 t + \phi)\right] \right)$$

$a_3 U_m^3 \cos^3(\omega_0 t + \phi)$ ..... кратные гармоники $n\omega_0$

$$n = 0, 1, 2, ..., N$$

$$u(t) = U_0 + U_m \cos(\omega_0 t + \phi)$$

$$i(t) = I_0 + I_1 \cos(\omega_0 t + \phi_1) + I_2 \cos(2\omega_0 t + \phi_2) + \ldots$$

$$\ldots + I_N \cos(N\omega_0 t + \phi_N)$$

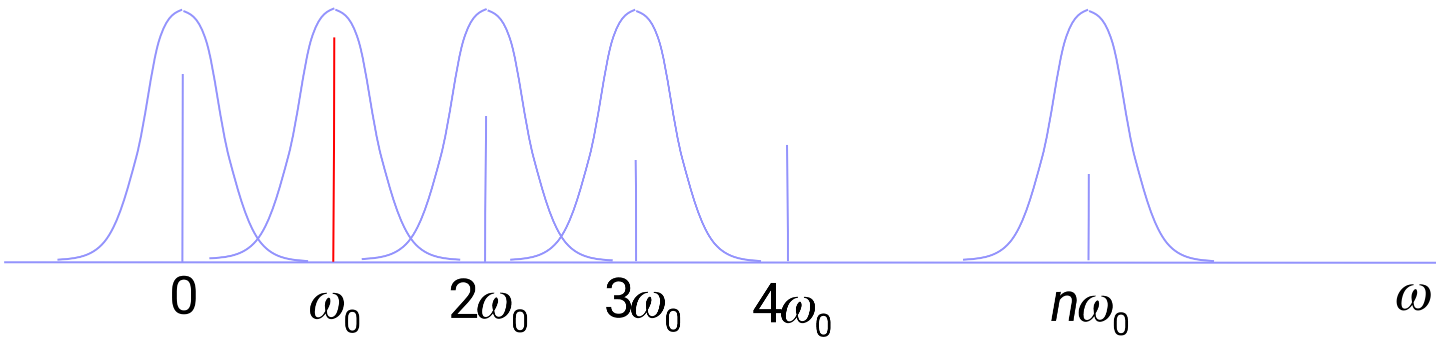
$$I_0 = a_0 + \frac{1}{2} a_2 U_m^2 + \frac{3}{8} a_4 U_m^4 + \ldots$$

$$I_1 = a_1 U_m + \frac{3}{4} a_3 U_m^3 + \frac{5}{8} a_5 U_m^5 + \ldots$$

$$I_2 = \frac{1}{2} a_2 U_m^2 + \frac{1}{8} a_4 U_m^4 + \ldots$$

$$I_3 = \frac{1}{4} a_3 U_m^3 + \frac{5}{16} a_5 U_m^5 + \ldots$$

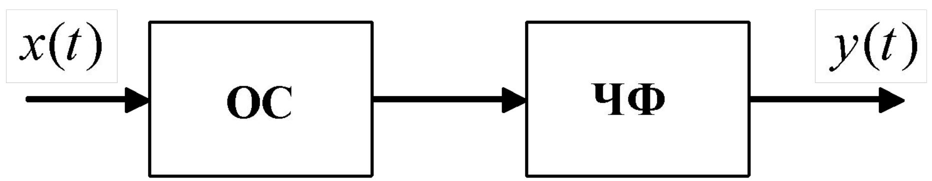
Использование кратных гармоник



$n = 0$ выпрямление переменного тока

$n = 1$ нелинейное усиление узкополосных сигналов

$n = 2, 3, \ldots$ умножение частоты



обогащение спектра частотная фильтрация

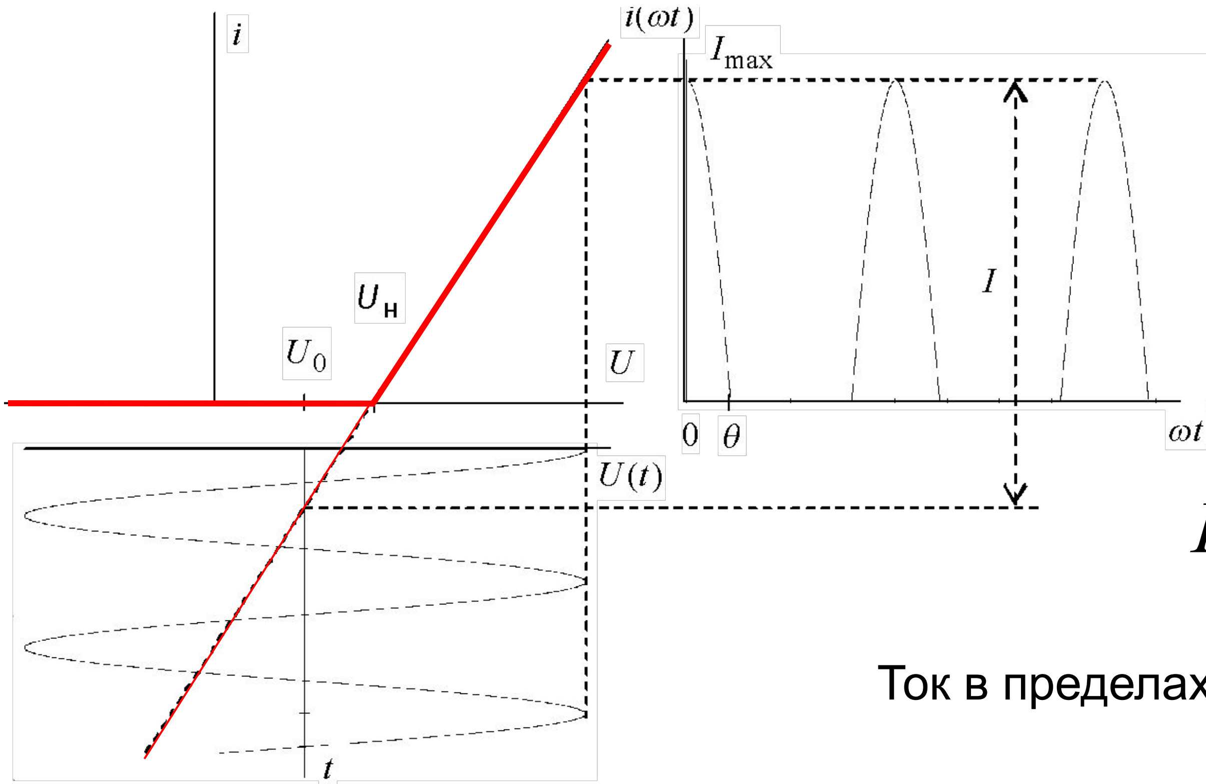
$I_n(U_m)$ колебательная характеристика

$S_{ср1} = a_1 + \frac{3}{4} a_3 U_m^2 + \frac{5}{8} a_5 U_m^4 + \ldots$ средняя крутизна (для степенной ВАХ)

Воздействие гармонического напряжения на НЭ с кусочно-линейной ВАХ

$$u(t) = U_0 + U_m \cos(\omega t)$$

условие протекания тока $U_0 + U_m \cos(\omega t) \geq U$



$$U_0 + U_m \cos\theta = U$$

$$\cos\theta = \frac{U_н - U_0}{U_m}$$

$$I_{max} = I(1 - \cos\theta)$$

Ток в пределах угла отсечки

$$i(t) = I_{max} \frac{\cos\omega t - \cos\theta}{1 - \cos\theta}$$

$$i(t) = I_{\max}\frac{\cos\omega t - \cos\theta}{1-\cos\theta}$$ разлагаем в ряд Фурье

$$i(t) = I_0 + I_1\cos\omega t + I_2\cos 2\omega t + I_3\cos 3\omega t + \ldots$$

Коэффициенты ряда

$$I_0 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\theta}^{\theta} I_{\max}\frac{\cos\omega t - \cos\theta}{1-\cos\theta}d(\omega t) = I_{\max}\alpha_0(\theta);\qquad \alpha_0(\theta) = \frac{\sin\theta - \theta\cos\theta}{\pi(1-\cos\theta)}$$

$$I_1 = \frac{1}{\pi}\int_{-\theta}^{\theta} I_{\max}\frac{\cos\omega t - \cos\theta}{1-\cos\theta}\cos(\omega t)\,d(\omega t) = I_{\max}\alpha_1(\theta);\qquad \alpha_1(\theta) = \frac{\theta - \sin\theta\cos\theta}{\pi(1-\cos\theta)}$$

$$I_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\theta}^{\theta} I_{\max}\frac{\cos\omega t - \cos\theta}{1-\cos\theta}\cos(n\omega t)\,d(\omega t) = I_{\max}\alpha_n(\theta);$$

$$\alpha_n(\theta) = \frac{2\left[\sin n\theta\cos\theta - n\cos n\theta\sin\theta\right]}{\pi n(n^2-1)(1-\cos\theta)}$$

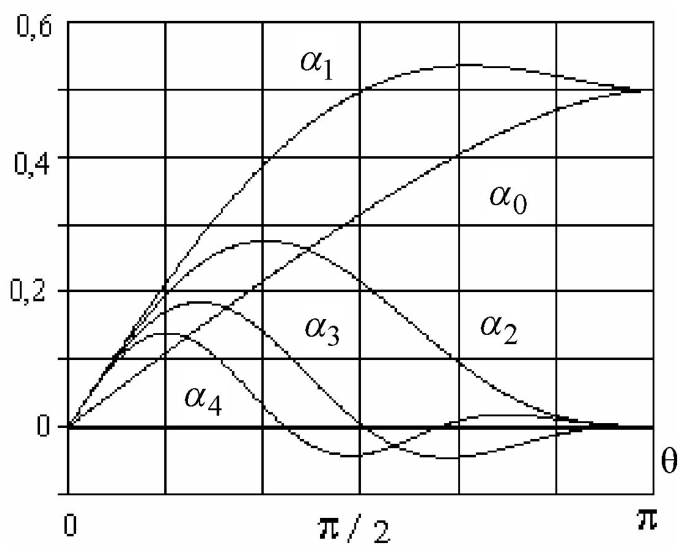
Учитывая

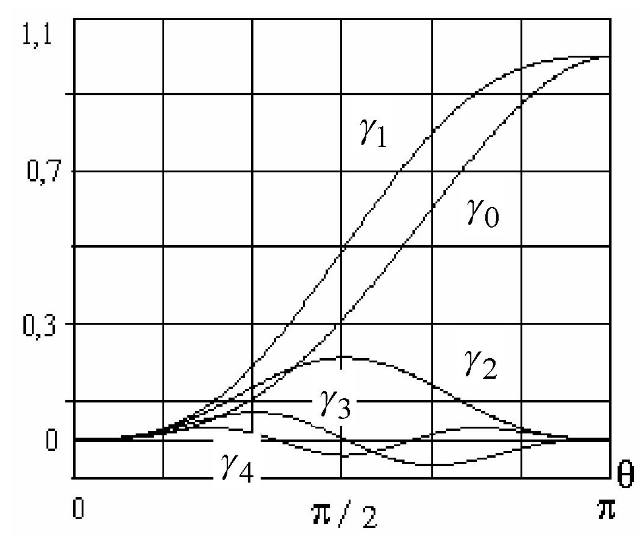
$$I_{\max} = I(1-\cos\theta) \quad \text{и} \quad i(t) = I_{\max}\frac{\cos\omega t - \cos\theta}{1-\cos\theta},$$

можно записать

$$i(t) = I(\cos\omega t - \cos\theta) = SU_m(\cos\omega t - \cos\theta)$$

$$I_n = SU_m\gamma_n(\theta), \qquad \gamma_n(\theta) = (1-\cos\theta)\alpha_n(\theta)$$





$$\theta_{opt} = \frac{120^\circ}{n} \qquad\qquad \theta_{opt} = \frac{180^\circ}{n}$$

Бигармоническое воздействие на НЭ

$$u(t) = U_0 + U_{m1}\cos(\omega_1 t + \phi_1) + U_{m2}\cos(\omega_2 t + \phi_2)$$

$$i = a_0 + a_1(u - U_0) + a_2(u - U_0)^2 \ldots + a_N(u - U_0)^N$$

При возведении суммы гармонических составляющих в целые степени будут получаться произведения согласно формуле бинома Ньютона

$$(a+b)^k = \sum_{m=0}^{k} C_k^m a^{k-m} b^m \qquad C_k^m = \binom{k}{m} = \frac{k!}{m!(k-m)!}$$

в спектре тока будут присутствовать *комбинационные частоты* вида

$$|n_1\omega_1 + n_2\omega_2|$$ где порядок комбинационной частоты

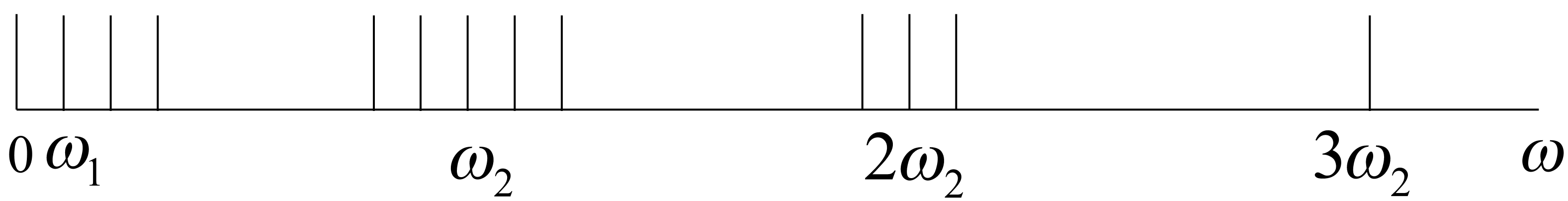
$$|n_1| + |n_2| \le N$$

Например, если полином имеет степень 2, в спектре тока будут частоты

$$0,\ \omega_1,\ \omega_2,\ \omega_1+\omega_2,\ \omega_1-\omega_2,\ 2\omega_1,\ 2\omega_2$$

Если полином имеет степень 3, в спектре тока будут частоты

$$0,\ \omega_1,\ \omega_2,\ \omega_1+\omega_2,\ \omega_1-\omega_2,\ 2\omega_1,\ 2\omega_2,$$
$$\omega_1+2\omega_2,\ 2\omega_1+\omega_2,\ \omega_1-2\omega_2,\ 2\omega_1-\omega_2,$$
$$3\omega_1,\ 3\omega_2$$



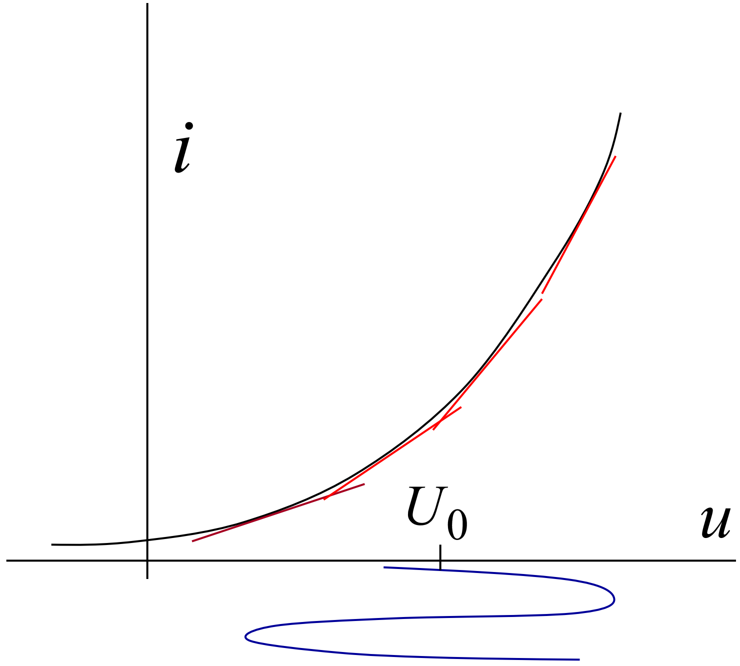
Нужно иметь в виду, что составляющие имеют различные амплитуды

Нелинейный элемент в качестве параметрического

$$u(t) = U_0 + U_1 \cos\omega_1 t + U_2 \cos\omega_2 t$$

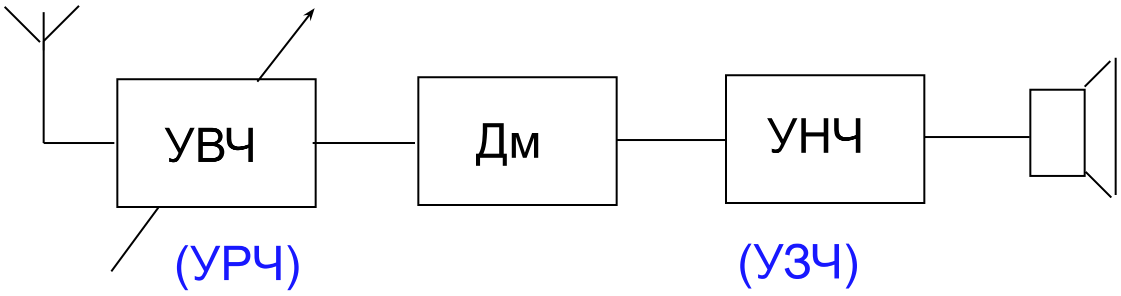
$$i = a_0 + a_1(u - U_0) + a_2(u - U_0)^2$$

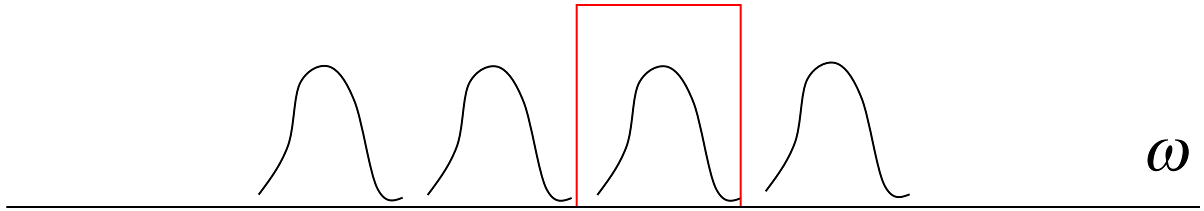
U_1 мало, так что колебания происходят на линейном участке



U_2 – наоборот, велико, так что р.т. перемещается и крутизна линейного участка изменяется в такт со вторым колебанием

Принцип действия приемника прямого усиления





Избирательность по соседнему каналу обеспечивается фильтром, входящим в состав УВЧ (или входной цепью).

Этот фильтр перестраиваемый, поэтому трудно обеспечить хорошую прямоугольность АЧХ

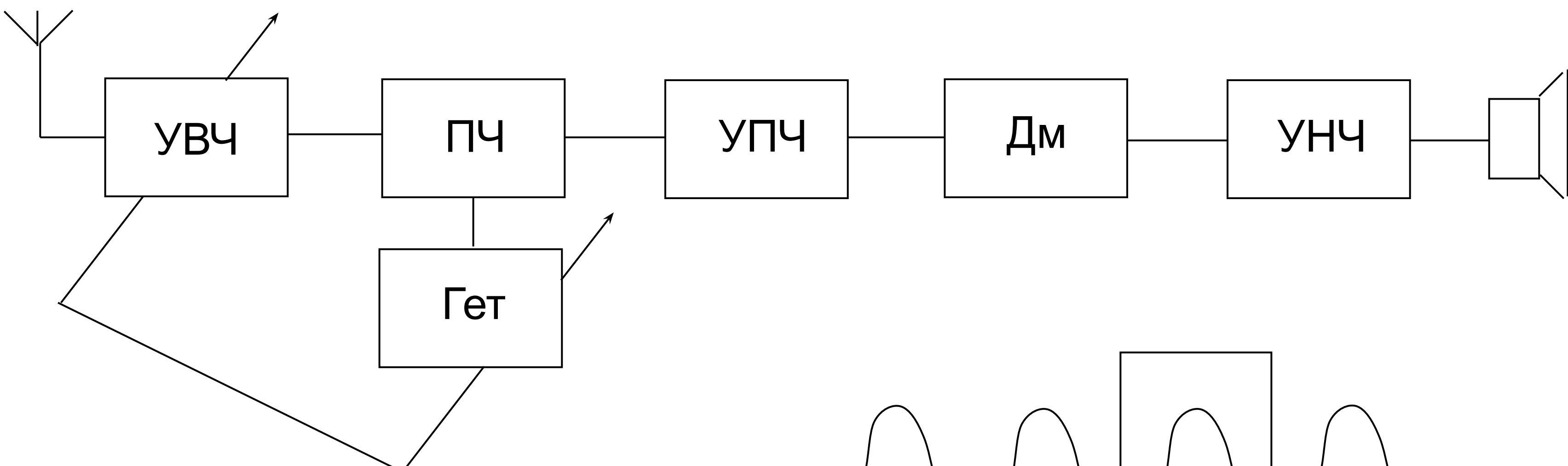
Принцип действия супергетеродинного приемника

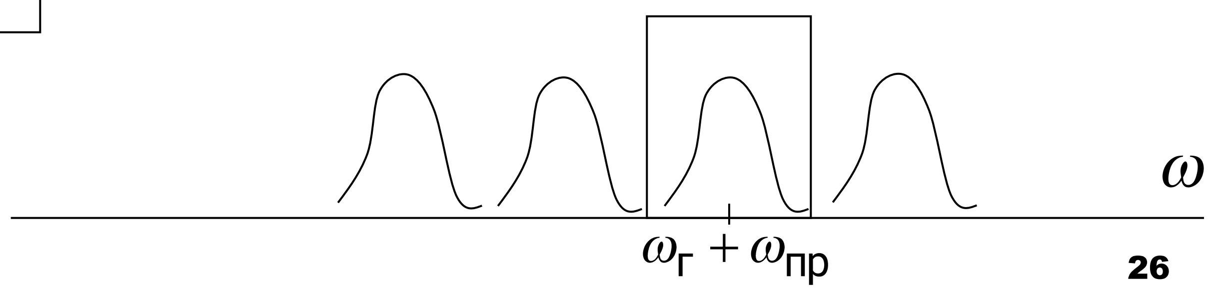
Узкополосный ВЧ-сигнал слабый

$$x(t) = A(t)\cos\left[\omega_0 t + \phi(t)\right] = A(t)\cos\Phi(t)$$

Крутизна ПЧ (См) изменяется по закону $S(t) = S_0 + S_m \cos\omega\ t$

$$i(t) = A(t)\cos\left[\omega_0 t + \phi(t)\right]\left[S_0 + S_m \cos\omega\ t\right]$$





$$i(t) = A(t)\cos\left[\omega_0 t + \phi(t)\right]\left[S_0 + S_m \cos\omega\ t\right] =$$

$$= A(t)S_0\cos\left[\omega_0 t + \phi(t)\right] + A(t)S_m\cos\left[\omega_0 t + \phi(t)\right]\cos\omega\ t =$$

$$= A(t)S_0\cos\left[\omega_0 t + \phi(t)\right] +$$

$$+\frac{A(t)S_m}{2}\cos\left[\left(\omega_0 + \omega\ \right)t + \phi(t)\right] + \frac{A(t)S_m}{2}\cos\left[\left(\omega_г - \omega\ \right)t + \phi(t)\right]$$

содержит две составляющие, совпадающие по форме с исходным модулированным сигналом с точностью до константы