

Кафедра «КРЭМС»

ПРИНЦИПЫ МОДУЛЯЦИИ И ДЕМОДУЛЯЦИИ

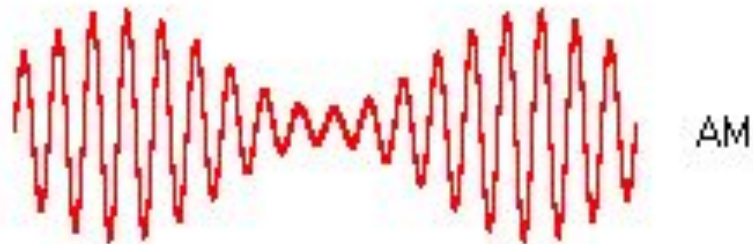
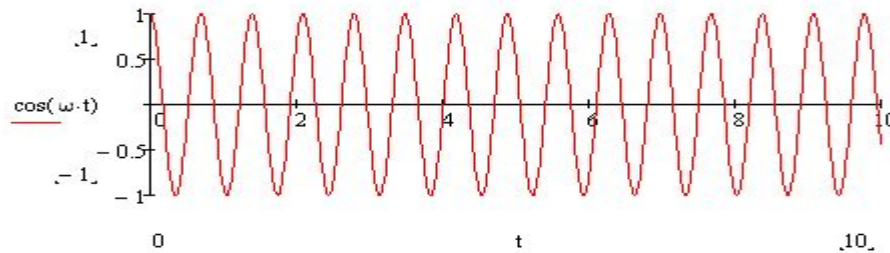
Зырянов

Юрий Трифонович

доктор технических наук

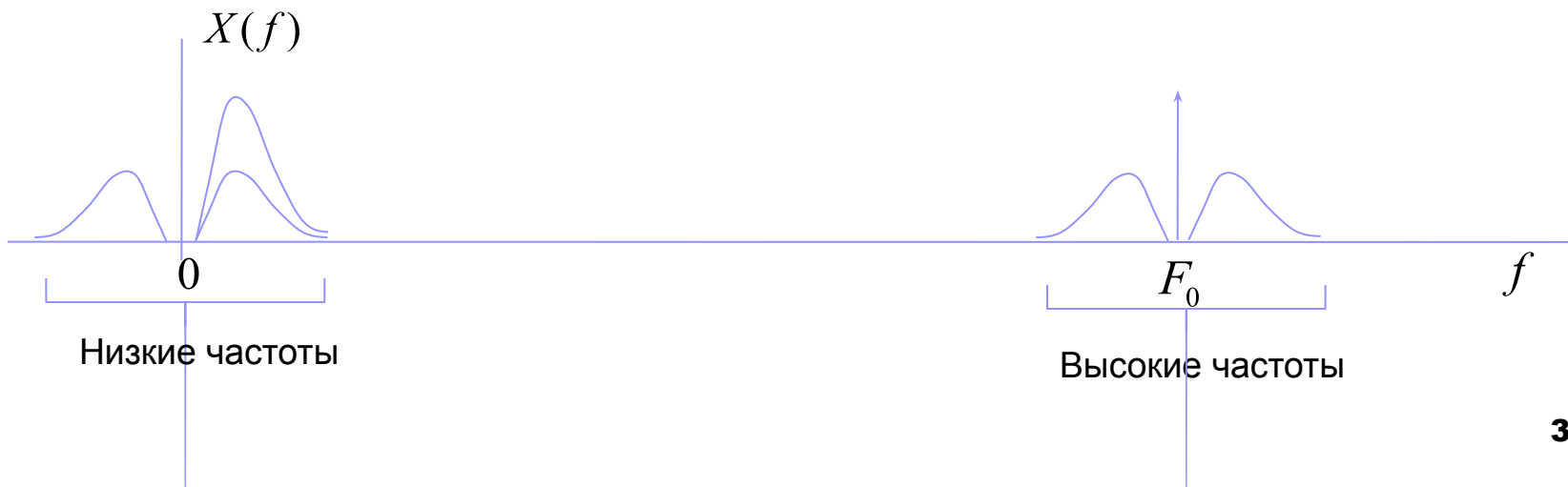
профессор

Модуляция – это изменение *одного или нескольких* параметров колебания, называемого несущим колебанием (переносчиком), в соответствии с изменениями первичного (информационного) сигнала.



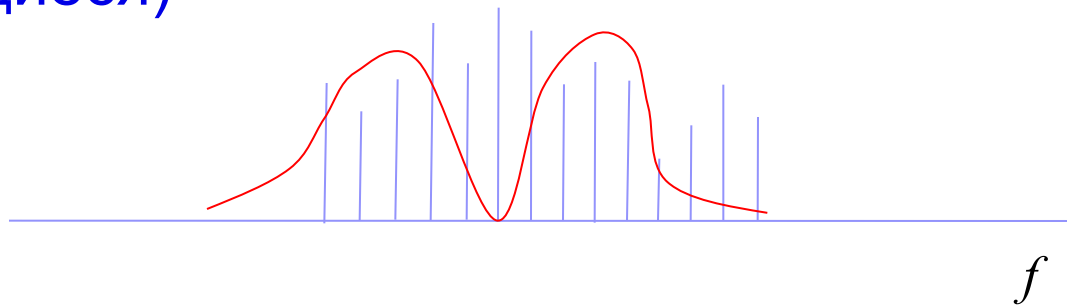
Модуляция – это изменение *одного или нескольких* параметров колебания, называемого несущим колебанием (переносчиком), в соответствии с изменениями первичного (информационного) сигнала.

при модуляции (а также демодуляции) происходят такие преобразования сигнала, которые сопровождаются появлением новых частотных составляющих, отсутствовавших в спектре исходного сигнала

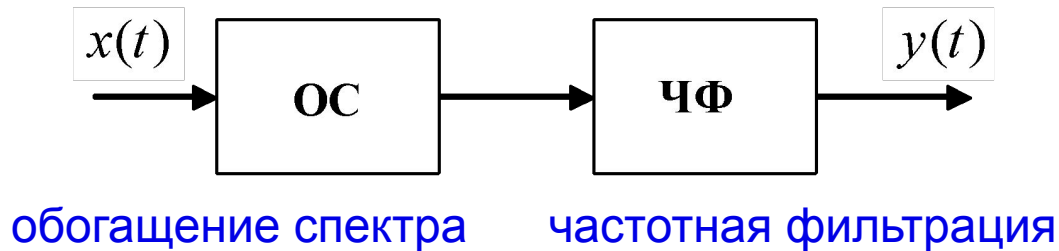


Изменение спектрального состава сигналов при модуляции и демодуляции

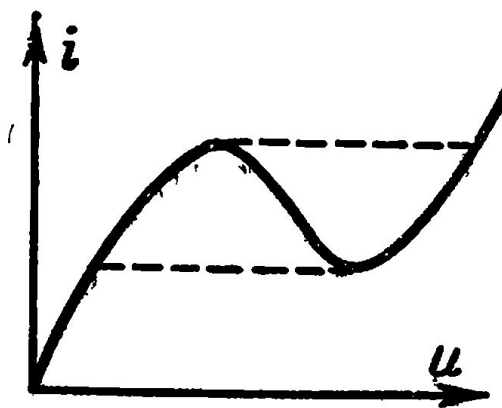
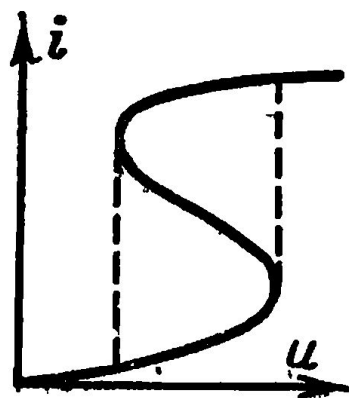
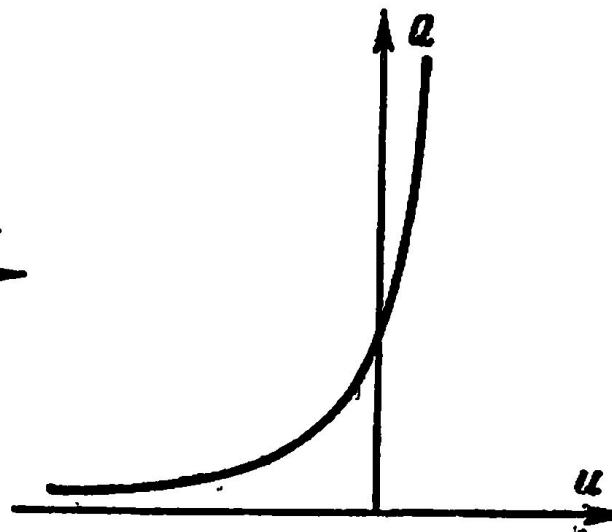
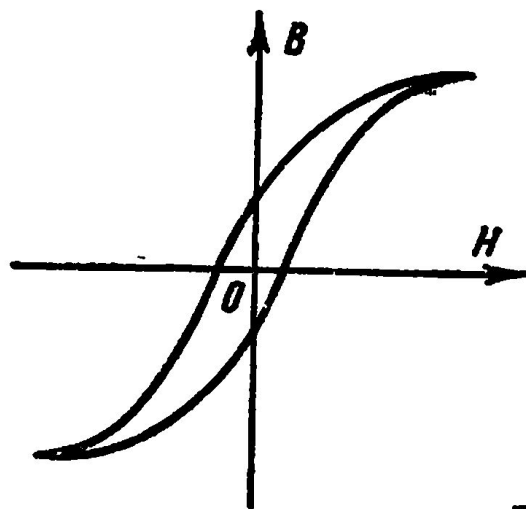
ЛИС-цепь не может обогатить спектр колебания новыми составляющими! (может только подавить имеющиеся)



Типичный способ формирования нужного спектрального состава:



Нелинейные элементы и их характеристики



Нелинейные характеристики и их аппроксимации

Полиномиальная аппроксимация ВАХ

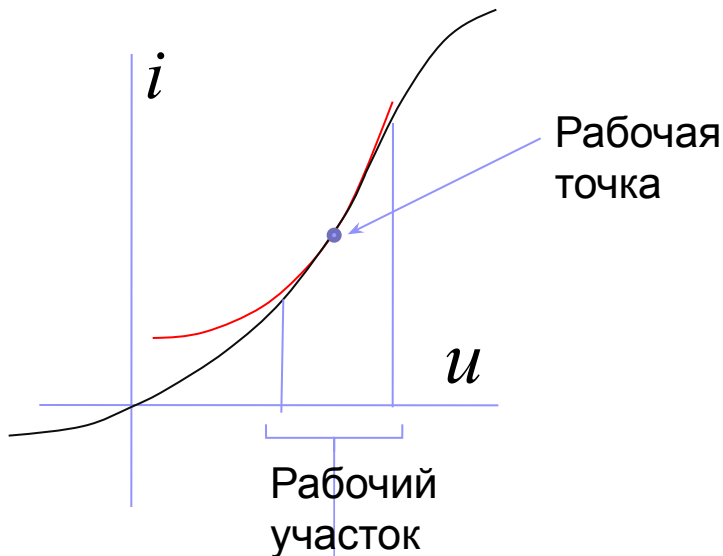
$$i = f(u) = \sum_{k=0}^N a_k u^k = a_0 + a_1 u + a_2 u^2 \dots + a_N u^N$$

Выберем на рабочем участке $N+1$ точек

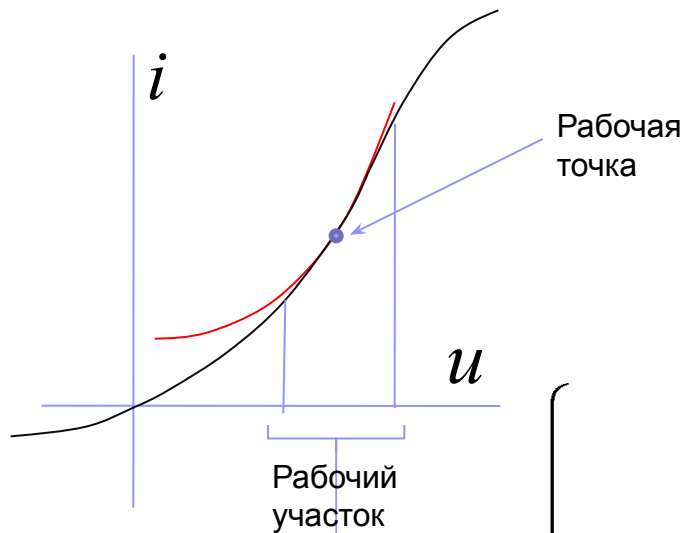
$$u_1, u_2, \dots, u_{N+1}$$

Значения тока в этих точках обозначим

$$i_1, i_2, \dots, i_{N+1}$$



$$i = f(u) = \sum_{k=0}^N a_k u^k = a_0 + a_1 u + a_2 u^2 \dots + a_N u^N$$



$$u_1, u_2, \dots, u_{N+1}$$



$$i_1, i_2, \dots, i_{N+1}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_0 + a_1 u_1 + a_2 u_1^2 \dots + a_N u_1^N = i_1 \\ a_0 + a_1 u_2 + a_2 u_2^2 \dots + a_N u_2^N = i_2 \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ a_0 + a_1 u_{N+1} + a_2 u_{N+1}^2 \dots + a_N u_{N+1}^N = i_{N+1} \end{array} \right.$$

Аппроксимация методом наименьших квадратов

$$i = f(u) = \sum_{k=0}^N a_k u^k = a_0 + a_1 u + a_2 u^2 \dots + a_N u^N$$

$$u_1, u_2, \dots, u_M; \quad M > N + 1$$



$$i_1, i_2, \dots, i_M$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_0 + a_1 u_1 + a_2 u_1^2 \dots + a_N u_1^N - i_1 = \varepsilon_1 \\ a_0 + a_1 u_2 + a_2 u_2^2 \dots + a_N u_2^N - i_2 = \varepsilon_2 \\ \dots \dots \dots \dots \dots \\ a_0 + a_1 u_{N+1} + a_2 u_{N+1}^2 \dots + a_N u_{N+1}^N - i_{N+1} = \varepsilon_M \end{array} \right.$$

МНК:

$$\sum_{k=1}^M \varepsilon_k^2 \rightarrow \min$$

$$\sum_{k=1}^M \varepsilon_k^2 \rightarrow \min$$

$$\sum_{k=1}^M \left(a_0 + a_1 u_k + a_2 u_k^2 \dots + a_N u_k^N - i_k \right)^2 \rightarrow \min_{a_0, \dots, a_N}$$

$$\frac{\partial}{\partial a_m} \sum_{k=1}^M \left(a_0 + a_1 u_k + a_2 u_k^2 \dots + a_N u_k^N - i_k \right)^2 = 0, \quad m = \overline{0, N}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{k=1}^M a_0 + a_1 u_k + a_2 u_k^2 \dots + a_N u_k^N - i_k = 0 \\ \sum_{k=1}^M \left(a_0 + a_1 u_k + a_2 u_k^2 \dots + a_N u_k^N - i_k \right) u_k = 0 \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ \sum_{k=1}^M \left(a_0 + a_1 u_k + a_2 u_k^2 \dots + a_N u_k^N - i_k \right) u_k^N = 0 \end{array} \right.$$

Чётная и нечётная части характеристики

Любую функцию можно представить в виде суммы чётной и нечётной функций

$$f(u) = f_{\text{ч}}(u) + f_{\text{н}}(u)$$

где $f_{\text{ч}}(u) = f_{\text{ч}}(-u)$

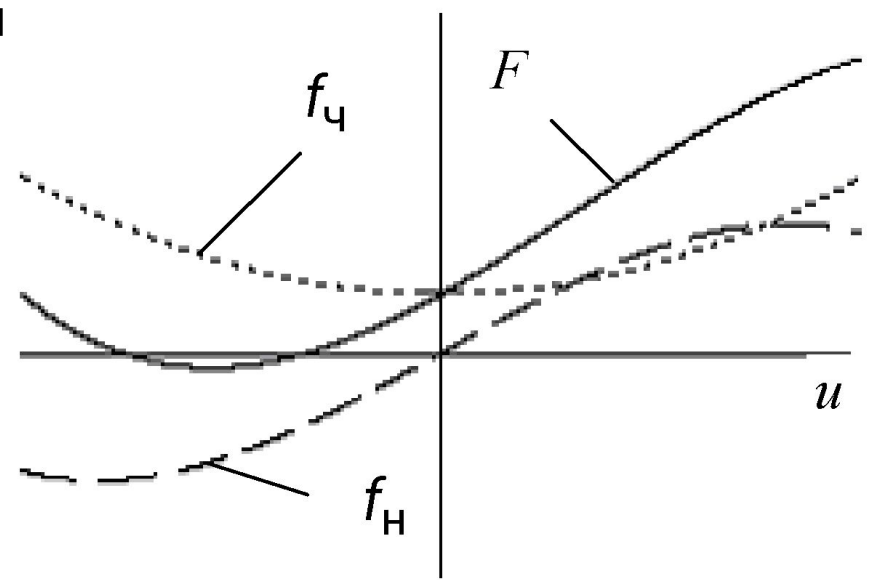
$$f_{\text{н}}(u) = -f_{\text{н}}(-u)$$

$$f(-u) = f_{\text{ч}}(u) - f_{\text{н}}(u)$$

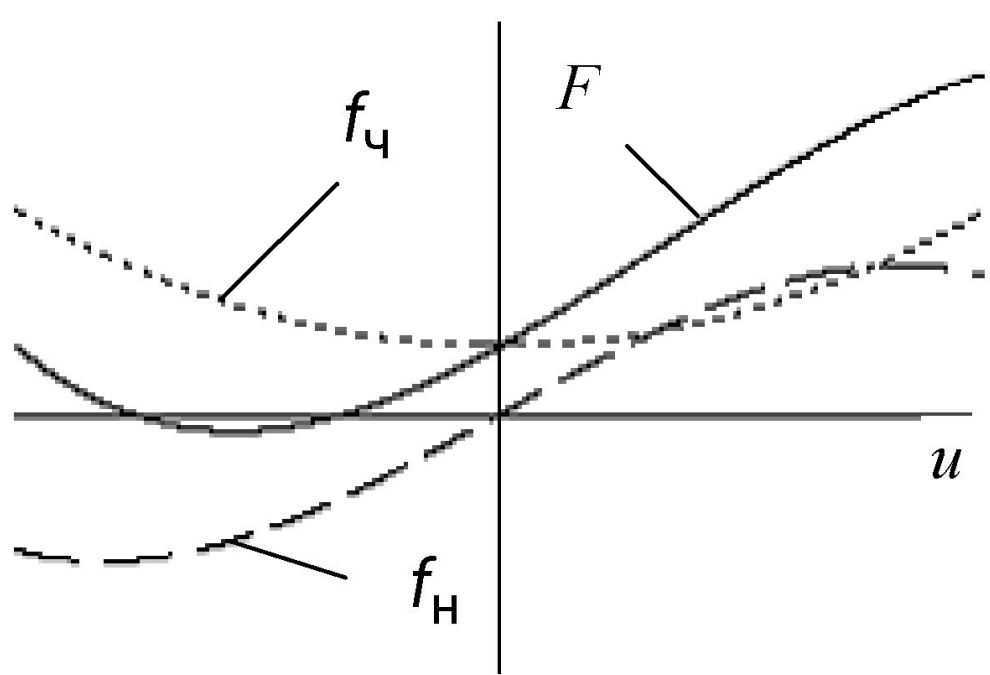
откуда

$$f_{\text{ч}}(u) = \frac{f(u) + f(-u)}{2},$$

$$f_{\text{н}}(u) = \frac{f(u) - f(-u)}{2}$$



$$f_{\text{ч}}(u) = \frac{f(u) + f(-u)}{2}, \quad f_{\text{н}}(u) = \frac{f(u) - f(-u)}{2}$$



При полиномиальной аппроксимации

$$f_{\text{ч}}(u) = a_0 + a_2u^2 + a_4u^4 \dots$$

$$f_{\text{н}}(u) = a_1u + a_3u^3 + a_5u^5 \dots$$

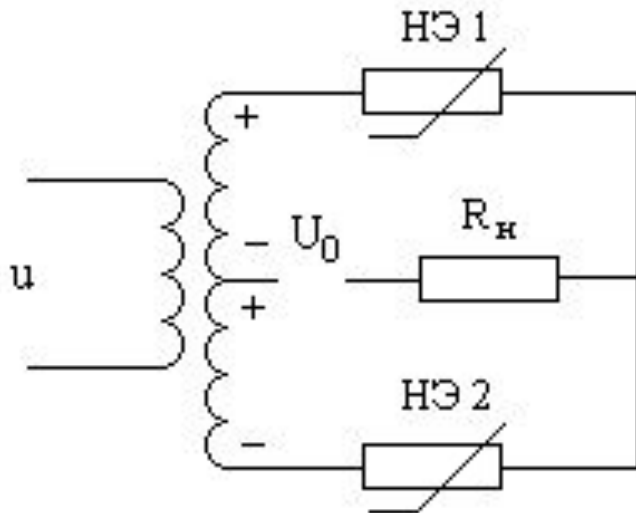
Балансные схемы

$$i = F(u)$$

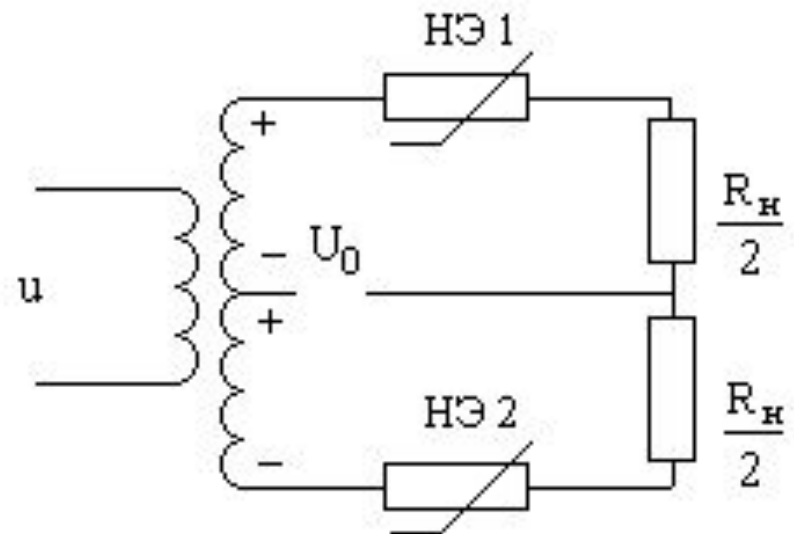
$$i = F(u) + F(-u) \quad - \text{ четная функция}$$

$$i = F(u) - F(-u) \quad - \text{ нечетная функция}$$

Для четности необходимо сложить токи двух НЭ, на которые входное напряжение подается с противоположными знаками (противофазно)



Для нечётности нужно вычесть (сложить с разными знаками) на нагрузке напряжения, создаваемые токами различных НЭ



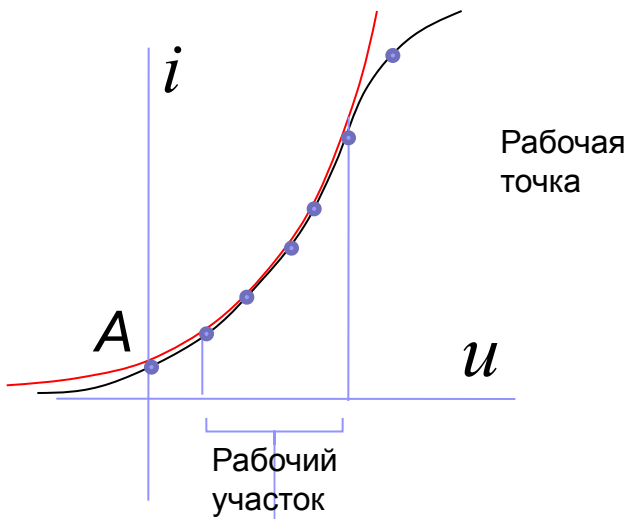
Экспоненциальная аппроксимация

$$i = f(u) = Ae^{\alpha u}$$

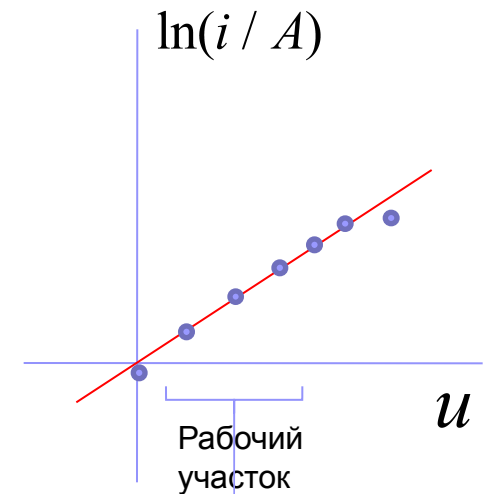
$$u = 0 \implies f(0) = Ae^0 = A$$

Метод приведения к линейному виду

$$\ln \frac{i}{A} = \alpha u$$



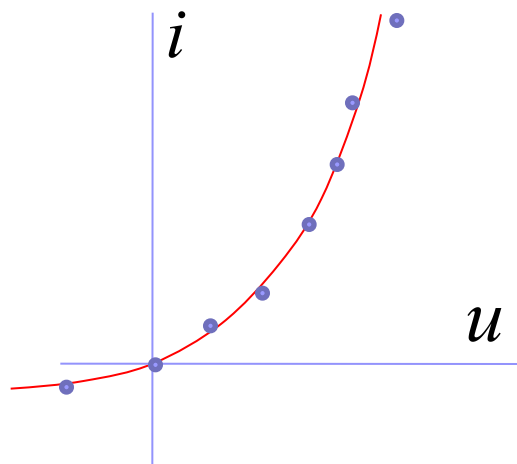
u	u_1	...	u_n
i	i_1	...	i_n
$\ln(i / A)$	$\ln(i_1 / A)$...	$\ln(i_n / A)$



Экспоненциальная аппроксимация - 2

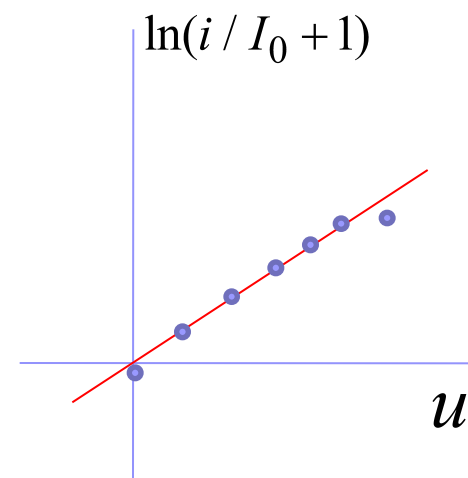
$$i = f(u) = I_0 \left(e^{\alpha u} - 1 \right) \quad \text{Обратный ток диода } I_0$$

$$I_0 = -f(u) \Big|_{u=-\infty}$$



Прологарифмируем $i / I_0 + 1$

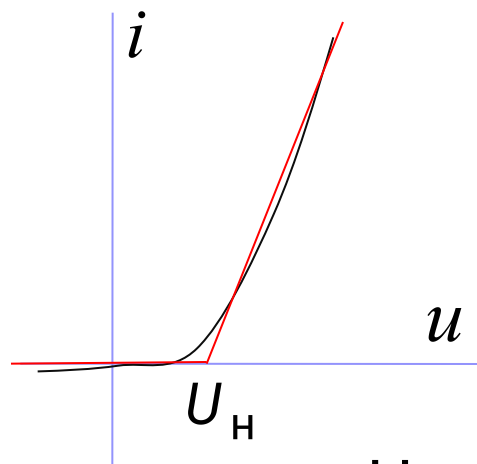
$$\ln \left(\frac{i}{I_0} + 1 \right) = \alpha u$$



u	u_1	u_n
i	i_1	i_n
$\ln(i / I_0 + 1)$	$\ln(i_1 / I_0 + 1)$	$\ln(i_n / I_0 + 1)$

Кусочно-линейная аппроксимация

$$i = \begin{cases} 0, & u < U_H, \\ S(u - U_H), & u \geq U_H, \end{cases}$$



U_H — напряжение начала
линейной ветви ВАХ

S — крутизна линейной ветви

Необходимо помнить, что *любая аппроксимация неточна.*

На практике при выборе способа аппроксимации нужно учитывать *точность* (по конечному результату) и *простоту* модели.

Воздействие гармонического колебания на нелинейный элемент

$$i = a_0 + a_1(u - U_0) + a_2(u - U_0)^2 \dots + a_N(u - U_0)^N$$

$$u(t) = U_0 + U_m \cos(\omega_0 t + \phi)$$

U_0 - напряжение смещения для выбора р.т.

$$a_1 U_m \cos(\omega_0 t + \phi)$$

$$a_2 U_m^2 \cos^2(\omega_0 t + \phi) = a_2 U_m^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos[2(\omega_0 t + \phi)] \right)$$

$$a_3 U_m^3 \cos^3(\omega_0 t + \phi) \dots \text{кратные гармоники } n\omega_0$$

$$n = 0, 1, 2, \dots, N$$

$$u(t) = U_0 + U_m \cos(\omega_0 t + \phi)$$

$$i(t) = I_0 + I_1 \cos(\omega_0 t + \phi_1) + I_2 \cos(2\omega_0 t + \phi_2) + \dots$$

$$\dots + I_N \cos(N\omega_0 t + \phi_N)$$

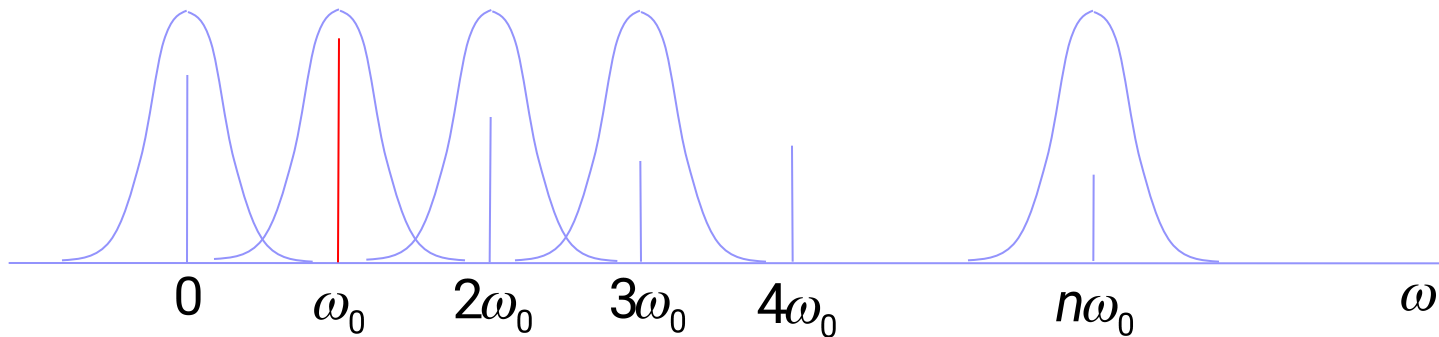
$$I_0 = a_0 + \frac{1}{2}a_2U_m^2 + \frac{3}{8}a_4U_m^4 + \dots$$

$$I_1 = a_1U_m + \frac{3}{4}a_3U_m^3 + \frac{5}{8}a_5U_m^5 + \dots$$

$$I_2 = \frac{1}{2}a_2U_m^2 + \frac{1}{8}a_4U_m^4 + \dots$$

$$I_3 = \frac{1}{4}a_3U_m^3 + \frac{5}{16}a_5U_m^5 + \dots$$

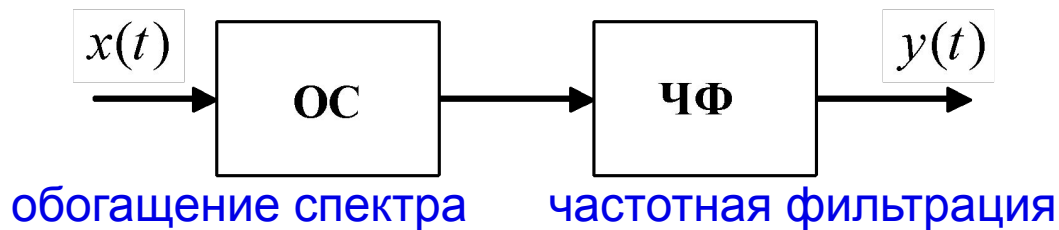
Использование кратных гармоник



$n = 0$ выпрямление переменного тока

$n = 1$ нелинейное усиление узкополосных сигналов

$n = 2, 3, \dots$ умножение частоты



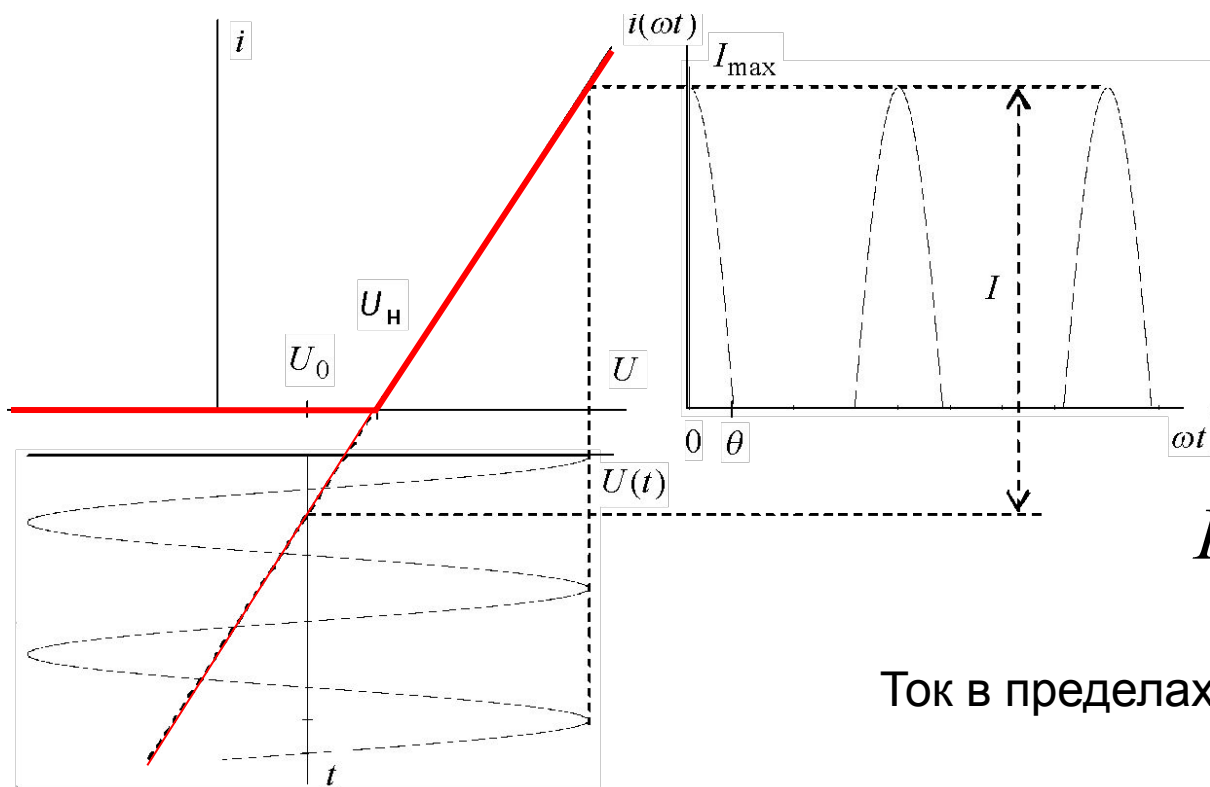
$I_n(U_m)$ колебательная характеристика

$$S_{cp1} = a_1 + \frac{3}{4}a_3U_m^2 + \frac{5}{8}a_5U_m^4 + \dots \text{ средняя крутизна (для степенной ВАХ)}$$

Воздействие гармонического напряжения на НЭ с кусочно-линейной ВАХ

$$u(t) = U_0 + U_m \cos(\omega t)$$

условие протекания тока $U_{\theta} + U_m \cos(\omega t) \geq U$



$$U_{\theta} + U_m \cos \theta = U$$

$$\cos \theta = \frac{U_H - U_0}{U_m}$$

$$I_{\max} = I(1 - \cos \theta)$$

Ток в пределах угла отсечки

$$i(t) = I_{\max} \frac{\cos \omega t - \cos \theta}{1 - \cos \theta}$$

$$i(t) = I_{\max} \frac{\cos \omega t - \cos \theta}{1 - \cos \theta} \quad \text{разлагаем в ряд Фурье}$$

$$i(t) = I_0 + I_1 \cos \omega t + I_2 \cos 2\omega t + I_3 \cos 3\omega t + \dots$$

Коэффициенты ряда

$$I_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\theta}^{\theta} I_{\max} \frac{\cos \omega t - \cos \theta}{1 - \cos \theta} d(\omega t) = I_{\max} \alpha_0(\theta); \quad \alpha_0(\theta) = \frac{\sin \theta - \theta \cos \theta}{\pi(1 - \cos \theta)}$$

$$I_1 = \frac{1}{\pi} \int_{-\theta}^{\theta} I_{\max} \frac{\cos \omega t - \cos \theta}{1 - \cos \theta} \cos(\omega t) d(\omega t) = I_{\max} \alpha_1(\theta); \quad \alpha_1(\theta) = \frac{\theta - \sin \theta \cos \theta}{\pi(1 - \cos \theta)}$$

$$I_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\theta}^{\theta} I_{\max} \frac{\cos \omega t - \cos \theta}{1 - \cos \theta} \cos(n\omega t) d(\omega t) = I_{\max} \alpha_n(\theta);$$

$$\alpha_n(\theta) = \frac{2[\sin n\theta \cos \theta - n \cos n\theta \sin \theta]}{\pi n(n^2 - 1)(1 - \cos \theta)}$$

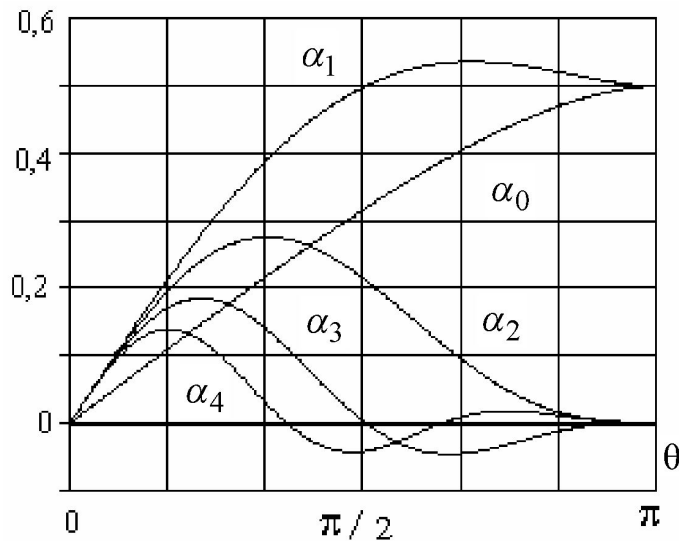
Учитывая

$$I_{\max} = I(1 - \cos \theta) \quad \text{и} \quad i(t) = I_{\max} \frac{\cos \omega t - \cos \theta}{1 - \cos \theta},$$

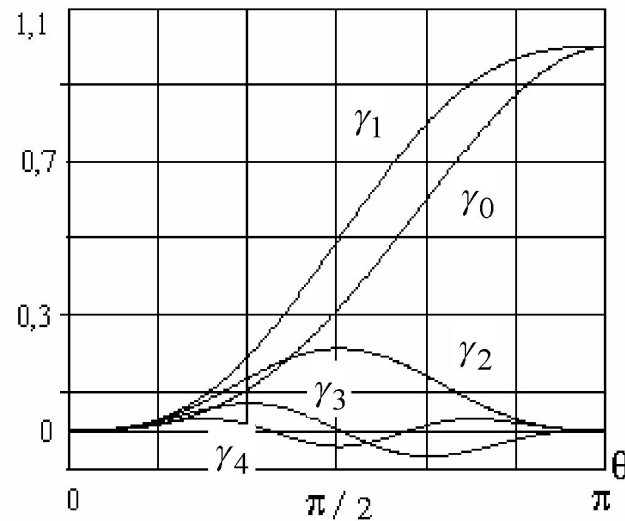
можно записать

$$i(t) = I(\cos \omega t - \cos \theta) = SU_m (\cos \omega t - \cos \theta)$$

$$I_n = SU_m \gamma_n(\theta), \quad \gamma_n(\theta) = (1 - \cos \theta) \alpha_n(\theta)$$



$$\theta_{opt} = \frac{120^\circ}{n}$$



$$\theta_{opt} = \frac{180^\circ}{n}$$

Бигармоническое воздействие на НЭ

$$u(t) = U_0 + U_{m1} \cos(\omega_1 t + \phi_1) + U_{m2} \cos(\omega_2 t + \phi_2)$$

$$i = a_0 + a_1(u - U_0) + a_2(u - U_0)^2 \dots + a_N(u - U_0)^N$$

При возведении суммы гармонических составляющих в целые степени будут получаться произведения согласно формуле бинома Ньютона

$$(a + b)^k = \sum_{m=0}^k C_k^m a^{k-m} b^m \quad C_k^m = \binom{k}{m} = \frac{k!}{m!(k-m)!}$$

в спектре тока будут присутствовать *комбинационные частоты* вида

$$|n_1\omega_1 + n_2\omega_2| \quad \text{где порядок комбинационной частоты}$$

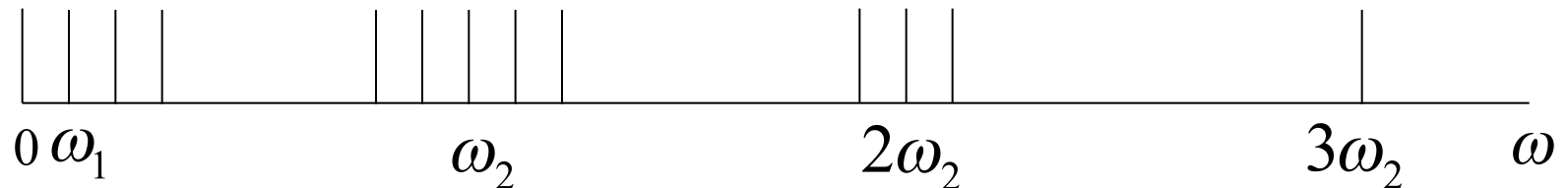
$$|n_1| + |n_2| \leq N$$

Например, если полином имеет степень 2, в спектре тока будут частоты

$$0, \omega_1, \omega_2, \omega_1 + \omega_2, \omega_1 - \omega_2, 2\omega_1, 2\omega_2$$

Если полином имеет степень 3, в спектре тока будут частоты

$$0, \omega_1, \omega_2, \omega_1 + \omega_2, \omega_1 - \omega_2, 2\omega_1, 2\omega_2, \\ \omega_1 + 2\omega_2, 2\omega_1 + \omega_2, \omega_1 - 2\omega_2, 2\omega_1 - \omega_2, \\ 3\omega_1, 3\omega_2$$



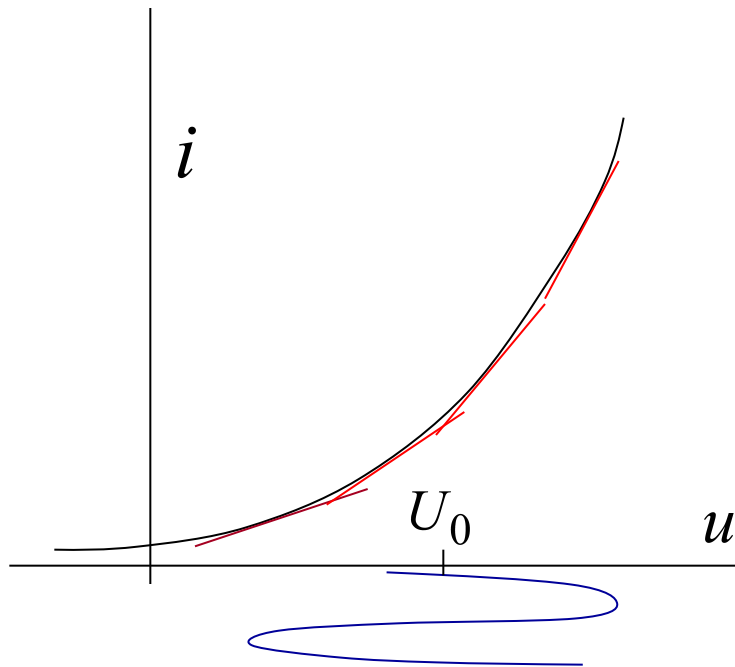
Нужно иметь в виду, что составляющие имеют различные амплитуды

Нелинейный элемент в качестве параметрического

$$u(t) = U_0 + U_1 \cos \omega_1 t + U_2 \cos \omega_2 t$$

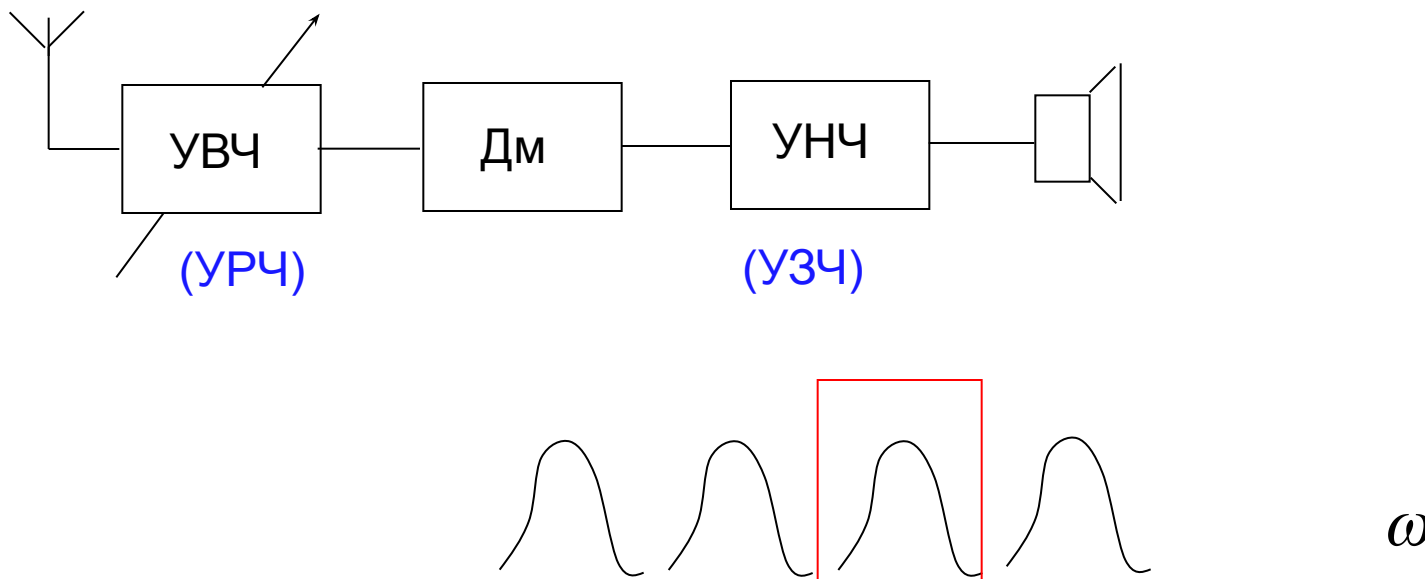
$$i = a_0 + a_1(u - U_0) + a_2(u - U_0)^2$$

U_1 мало, так что колебания происходят на линейном участке



U_2 – наоборот, велико, так что р.т. перемещается и крутизна линейного участка изменяется в такт со вторым колебанием

Принцип действия приемника прямого усиления



Избирательность по соседнему каналу обеспечивается фильтром, входящим в состав УВЧ (или входной цепью).

Этот фильтр перестраиваемый, поэтому трудно обеспечить хорошую прямоугольность АЧХ

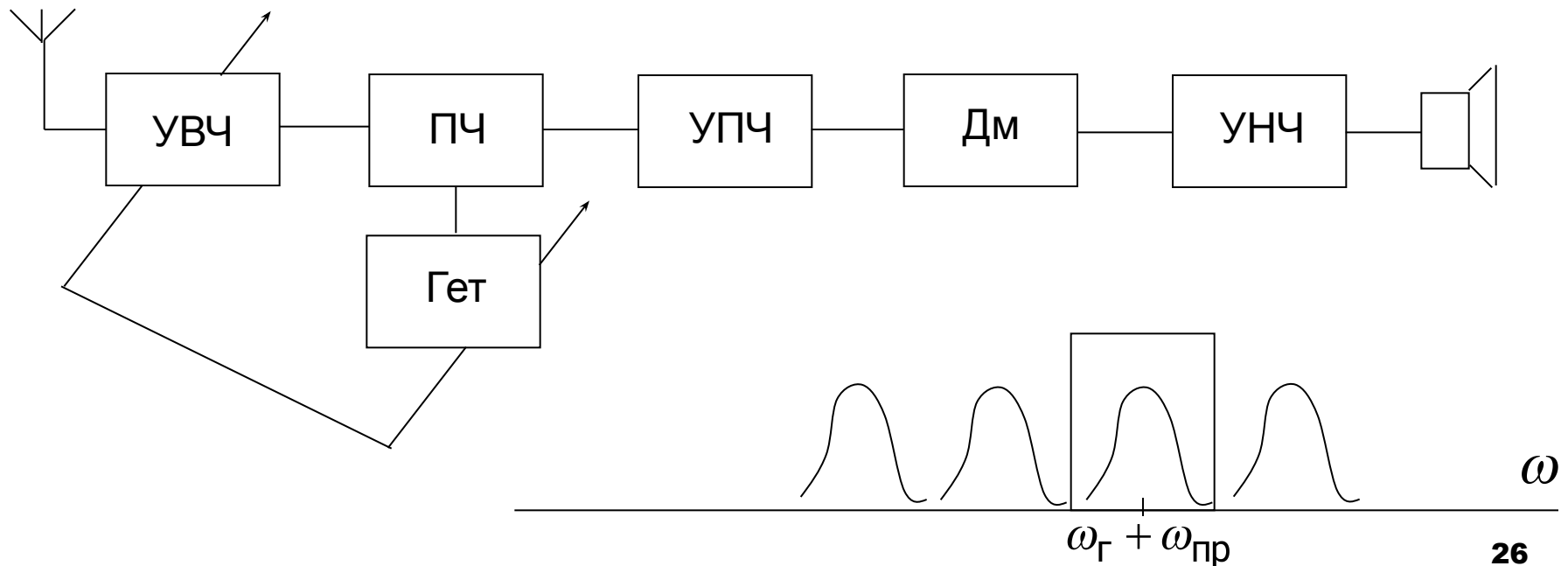
Принцип действия супергетеродинного приемника

Узкополосный ВЧ-сигнал слабый

$$x(t) = A(t) \cos[\omega_0 t + \phi(t)] = A(t) \cos \Phi(t)$$

Крутизна ПЧ (См) изменяется по закону $S(t) = S_0 + S_m \cos \omega t$

$$i(t) = A(t) \cos[\omega_0 t + \phi(t)] [S_0 + S_m \cos \omega t]$$



$$\begin{aligned}
 i(t) &= A(t) \cos[\omega_0 t + \phi(t)] [S_0 + S_m \cos \omega t] = \\
 &= A(t) S_0 \cos[\omega_0 t + \phi(t)] + A(t) S_m \cos[\omega_0 t + \phi(t)] \cos \omega t = \\
 &= A(t) S_0 \cos[\omega_0 t + \phi(t)] + \\
 &+ \frac{A(t) S_m}{2} \cos[(\omega_0 + \omega) t + \phi(t)] + \frac{A(t) S_m}{2} \cos[(\omega_0 - \omega) t + \phi(t)]
 \end{aligned}$$

содержит две составляющие, совпадающие по форме с исходным модулированным сигналом с точностью до константы

