ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА

Диктант

1. $\dfrac{1}{\sin^2\alpha} - 1 = \ldots$

2. $\mathrm{tg} = \dfrac{\ldots}{\cos\alpha}$

3. $\sin^2\alpha + \ldots = 1$

4. $\mathrm{tg} = \dfrac{1}{\ldots}$

5. $1 + \cdots = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$

6. $\dfrac{\cos\alpha}{\ldots} = \mathrm{ctg}$

7. $\mathrm{tg} \cdot \ldots = 1$

8. $1 - \ldots = \sin^2\alpha$

Формулы двойного угла

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$$

$$tg\, 2\alpha = \frac{2tg\,\alpha}{1 - tg^2\alpha}$$

Задание 2.

Вычисли , используя формулу двойного угла:

$$2\sin\frac{\pi}{8}\cos\frac{\pi}{8}.$$

Решение : $2\sin a\cos a = \sin 2a$

$$2\sin\frac{\pi}{8}\cos\frac{\pi}{8} = \sin 2\cdot\frac{\pi}{8} = \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Задание 3.

Упрости, используя формулу двойного угла:

$$\frac{\sin 100^0}{\cos 50^0}.$$

Решение:

$$\frac{\sin 100^0}{\cos 50^0} = \frac{\sin 2\cdot 50^0}{\cos 50^0} = \frac{2\sin 50^0 \cos 50^0}{\cos 50^0} = 2\sin 50^0.$$

Упростите выражение

Пример 1

$$\frac{\sin 40^\circ}{\sin 20^\circ}=\frac{\sin(2\cdot 20^\circ)}{\sin 20^\circ}=\frac{2\sin 20^\circ\cdot\cos 20^\circ}{\sin 20^\circ}=2\cos 20^\circ$$

Пример 2

$$\frac{\sin 2t}{\cos t}-\sin t=\frac{2\sin t\cos t}{\cos t}-\sin t=2\sin t-\sin t=\sin t$$

Формулы двойного угла

Упростить:

$$\frac{\sin 80^0}{2\cos 40^0}=\frac{2\sin 40^0\cos 40^0}{2\cos 40^0}=\sin 40^0$$

$$(\cos\frac{\alpha}{8}-\sin\frac{\alpha}{8})(\cos\frac{\alpha}{8}+\sin\frac{\alpha}{8})=\cos^2\frac{\alpha}{8}-\sin^2\frac{\alpha}{8}=\cos 2\cdot\frac{\alpha}{8}=\cos\frac{\alpha}{4}$$

$$\sin 75^0\cdot\cos 75^0=\frac{2}{2}\sin 75^0\cdot\cos 75^0=\frac{1}{2}\sin 150^0=\frac{1}{2}\sin(180^0-30^0)=\frac{1}{2}\sin 30^0=\frac{1}{4}$$

$$\sin\alpha\cos^3\alpha-\sin^3\alpha\cos\alpha=\sin\alpha\cos\alpha(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)=\sin\alpha\cos\alpha\cos 2\alpha=$$

$$=\frac{2}{2}\sin\alpha\cos\alpha\cos 2\alpha=\frac{1}{2}\sin 2\alpha\cos 2\alpha=\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{2}\sin 2\alpha\cos 2\alpha=\frac{1}{4}\sin 4\alpha$$

Формулы двойного угла

1. *Найдите* $-20\cos 2t$, *если* $\sin t = -0{,}8$

Решение.

$$-20\cos 2t = -20\left(1-2\sin^2 t\right) = -20\left(1-2\cdot(-0{,}8)^2\right) =$$
$$= -20(1-2\cdot 0{,}64) = -20(1-1{,}28) = -20\cdot(-0{,}28) = 5{,}6.$$

Использована формула: $\cos 2t = 1 - 2\sin^2 t$

2. *Найдите* $\dfrac{2\sin 4t}{5\cos 2t}$, *если* $\sin 2t = -0{,}7$.

Решение.

$$\frac{2\sin 4t}{5\cos 2t} = \frac{4\sin 2t\cdot\cos 2t}{5\cos 2t} = \frac{4\sin 2t}{5} = \frac{4\cdot(-0{,}7)}{5} = \frac{-2{,}8}{5} = -0{,}56.$$

Использована формула: $\sin 2t = 2\sin t\cos t$

1. *Найдите значение выражения* $\frac{2\sin 11^\circ \cdot \cos 11^\circ}{\sin 22^\circ}$.

Решение.

$$\frac{2\sin 11^\circ \cdot \cos 11^\circ}{\sin 22^\circ} = \frac{\sin 22^\circ}{\sin 22^\circ} = 1.$$

Использована формула: $\sin 2t = 2\sin t \cdot \cos t$

2. *Найдите значение выражения* $\frac{22(\sin^2 9^\circ - \cos^2 9^\circ)}{\cos 18^\circ}$.

Решение.

$$\frac{22(\sin^2 9^\circ - \cos^2 9^\circ)}{\cos 18^\circ} = \frac{-22(\cos^2 9^\circ - \sin^2 9^\circ)}{\cos 18^\circ} = \frac{-22\cos 2 \cdot 9^\circ}{\cos 18^\circ} =$$

$$= \frac{-22\cos 18^\circ}{\cos 18^\circ} = -22.$$

Использована формула: $\cos 2t = \cos^2 t - \sin^2 t$

Задание 4.

Упрости, используя формулу двойного угла:

$$\frac{\sin 3a \cdot \cos 3a}{\cos 6a}.$$

Решение:

Применим $\frac{1}{2} \cdot 2 = 1.$

$$\frac{\sin 3a \cdot \cos 3a}{\cos 6a} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 2 \sin 3a \cos 3a}{\cos 6a} = \frac{\frac{1}{2} \cdot (2 \sin 3a \cos 3a)}{\cos 6a} =$$

$$\frac{\frac{1}{2} \cdot \sin 2 \cdot 3a}{\cos 6a} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \sin 6a}{\cos 6a} = \frac{1}{2} tg\, 6a.$$

Задание 5.

Упрости, используя формулу двойного угла:

$$\cos^2\alpha - \cos 2\alpha.$$

Решение:

$$\cos^2\alpha - \cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \left(\cos^2 a - \sin^2 a\right) =$$

$$= \cos^2\alpha - \cos^2 a + \sin^2 a = \sin^2 a.$$

Пример 2

Сократить дробь: $\dfrac{1+\sin 2x}{\cos 2x}$

$$\frac{1+\sin 2x}{\cos 2x} = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x + 2\sin x \cdot \cos x}{\cos^2 x - \sin^2 x} =$$

$$= \frac{(\sin x + \cos x)^{\cancel{2}}}{(\cos x - \sin x)\cdot\cancel{(\cos x + \sin x)}} = \frac{\sin x + \cos x}{\cos x - \sin x}$$

Самостоятельная работа

Упрости:

1. $2\sin 75^0 \cos 75^0$

2. $\cos^2 75^0 - \sin^2 75^0$

3. $\cos^2 \dfrac{\pi}{8} - \sin^2 \dfrac{\pi}{8}$

4. $\sin 15^0 \cos 15^0$

5. $\left(\cos^2 \dfrac{\pi}{8} + \sin^2 \dfrac{\pi}{8} \right)^2$

Спасибо за внимание