

ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА



Диктант

1. $\frac{1}{\sin^2\alpha} - 1 = \dots$

5. $1 + \dots = \frac{1}{\cos^2\alpha}$

2. $\operatorname{tg} = \frac{\dots}{\cos\alpha}$

6. $\frac{\cos\alpha}{\dots} = \operatorname{ctg}$

3. $\sin^2\alpha + \dots = 1$

7. $\operatorname{tg} \cdot \dots = 1$

4. $\operatorname{tg} = \frac{1}{\dots}$

8. $1 - \dots = \sin^2\alpha$

Формулы двойного угла

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

Задание 2.

Вычисли, используя формулу
двойного угла:

$$2 \sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8}.$$

Решение: $2 \sin a \cos a = \sin 2a$

$$2 \sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} = \sin 2 \cdot \frac{\pi}{8} = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



Задание 3.

Упрости, используя формулу
двойного угла:

$$\frac{\sin 100^\circ}{\cos 50^\circ}.$$

Решение:

$$\frac{\sin 100^\circ}{\cos 50^\circ} = \frac{\sin 2 \cdot 50^\circ}{\cos 50^\circ} = \frac{2 \sin 50^\circ \cos 50^\circ}{\cos 50^\circ} = 2 \sin 50^\circ.$$



Упростите выражение

Пример 1

$$\frac{\sin 40^\circ}{\sin 20^\circ} = \frac{\sin(2 \cdot 20^\circ)}{\sin 20^\circ} = \frac{2 \sin 20^\circ \cdot \cos 20^\circ}{\sin 20^\circ} = 2 \cos 20^\circ$$

Пример 2

$$\frac{\sin 2t}{\cos t} - \sin t = \frac{2 \sin t \cos t}{\cos t} - \sin t = 2 \sin t - \sin t = \sin t$$

Формулы двойного угла

Упростить:

$$\frac{\sin 80^\circ}{2 \cos 40^\circ} = \frac{2 \sin 40^\circ \cos 40^\circ}{2 \cos 40^\circ} = \sin 40^\circ$$

$$\left(\cos \frac{\alpha}{8} - \sin \frac{\alpha}{8}\right)\left(\cos \frac{\alpha}{8} + \sin \frac{\alpha}{8}\right) = \cos^2 \frac{\alpha}{8} - \sin^2 \frac{\alpha}{8} = \cos 2 \cdot \frac{\alpha}{8} = \cos \frac{\alpha}{4}$$

$$\sin 75^\circ \cdot \cos 75^\circ = \frac{2}{2} \sin 75^\circ \cdot \cos 75^\circ = \frac{1}{2} \sin 150^\circ = \frac{1}{2} \sin(180^\circ - 30^\circ) = \frac{1}{2} \sin 30^\circ = \frac{1}{4}$$

$$\begin{aligned} \sin \alpha \cos^3 \alpha - \sin^3 \alpha \cos \alpha &= \sin \alpha \cos \alpha (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) = \sin \alpha \cos \alpha \cos 2\alpha = \\ &= \frac{2}{2} \sin \alpha \cos \alpha \cos 2\alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha \cos 2\alpha = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{2} \sin 2\alpha \cos 2\alpha = \frac{1}{4} \sin 4\alpha \end{aligned}$$

Формулы двойного угла

1. Найдите $-20\cos 2t$, если $\sin t = -0,8$

Решение.

$$\begin{aligned} -20\cos 2t &= -20(1 - 2\sin^2 t) = -20(1 - 2 \cdot (-0,8)^2) = \\ &= -20(1 - 2 \cdot 0,64) = -20(1 - 1,28) = -20 \cdot (-0,28) = 5,6. \end{aligned}$$

Использована формула: $\cos 2t = 1 - 2\sin^2 t$

2. Найдите $\frac{2\sin 4t}{5\cos 2t}$ если $\sin 2t = -0,7$.

Решение.

$$\frac{2\sin 4t}{5\cos 2t} = \frac{4\sin 2t \cdot \cos 2t}{5\cos 2t} = \frac{4\sin 2t}{5} = \frac{4 \cdot (-0,7)}{5} = \frac{-2,8}{5} = -0,56.$$

Использована формула: $\sin 2t = 2\sin t \cos t$

1. Найдите значение выражения

$$\frac{2 \sin 11^\circ \cdot \cos 11^\circ}{\sin 22^\circ}.$$

Решение.

$$\frac{2 \sin 11^\circ \cdot \cos 11^\circ}{\sin 22^\circ} = \frac{\sin 22^\circ}{\sin 22^\circ} = 1.$$

Использована формула: $\sin 2t = 2 \sin t \cdot \cos t$

2. Найдите значение выражения

$$\frac{22(\sin^2 9^\circ - \cos^2 9^\circ)}{\cos 18^\circ}.$$

Решение.

$$\begin{aligned} \frac{22(\sin^2 9^\circ - \cos^2 9^\circ)}{\cos 18^\circ} &= \frac{-22(\cos^2 9^\circ - \sin^2 9^\circ)}{\cos 18^\circ} = \frac{-22 \cos 2 \cdot 9^\circ}{\cos 18^\circ} = \\ &= \frac{-22 \cos 18^\circ}{\cos 18^\circ} = -22. \end{aligned}$$

Использована формула: $\cos 2t = \cos^2 t - \sin^2 t$

Задание 4.

Упрости, используя формулу двойного угла:

$$\frac{\sin 3a \cdot \cos 3a}{\cos 6a}.$$

Решение:

Применим $\frac{1}{2} \cdot 2 = 1$.

$$\frac{\sin 3a \cdot \cos 3a}{\cos 6a} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 2 \sin 3a \cos 3a}{\cos 6a} = \frac{\frac{1}{2} \cdot (2 \sin 3a \cos 3a)}{\cos 6a} =$$

$$\frac{\frac{1}{2} \cdot \sin 2 \cdot 3a}{\cos 6a} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \sin 6a}{\cos 6a} = \frac{1}{2} \operatorname{tg} 6a.$$



Задание 5.

Упрости, используя формулу двойного угла:

$$\cos^2 \alpha - \cos 2\alpha.$$

Решение:

$$\begin{aligned} \cos^2 \alpha - \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - (\cos^2 a - \sin^2 a) = \\ &= \cos^2 \alpha - \cos^2 a + \sin^2 a = \sin^2 a. \end{aligned}$$



Пример 2

Сократить дробь: $\frac{1 + \sin 2x}{\cos 2x}$

$$\begin{aligned}\frac{1 + \sin 2x}{\cos 2x} &= \frac{\sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cdot \cos x}{\cos^2 x - \sin^2 x} = \\ &= \frac{(\sin x + \cos x)^2}{(\cos x - \sin x) \cdot (\cos x + \sin x)} = \frac{\sin x + \cos x}{\cos x - \sin x}\end{aligned}$$



Самостоятельная работа

Упрости:

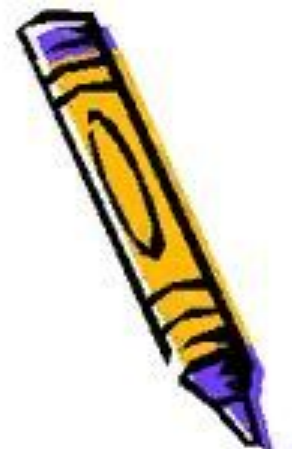
$$1. 2 \sin 75^\circ \cos 75^\circ$$

$$2. \cos^2 75^\circ - \sin^2 75^\circ$$

$$3. \cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8}$$

$$4. \sin 15^\circ \cos 15^\circ$$

$$5. \left(\cos^2 \frac{\pi}{8} + \sin^2 \frac{\pi}{8} \right)^2$$



Спасибо за внимание

Decorative white lines consisting of several parallel diagonal strokes in the bottom right corner of the slide.