

# Задание № 18 ЕГЭ

# Задача 18

Определите наименьшее натуральное число  $A$ , такое что выражение

$$(X \& 29 \neq 0) \rightarrow ((X \& 9 = 0) \rightarrow (X \& A \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $X$ )?

# Этапы решения

1. Приведение к стандартному виду
2. Формулировка проблемы
3. Построение шаблона
4. Получение решения

# Приведение к стандартному виду

- Стандартным назовем следующий вид логического выражения:

$$Z_N \vee Z_M \vee Z_A$$

- Где  $Z_N = P(x, N)$ ,  $N, M$  – известные величины,  $A$  – неизвестная
- Например  $Z_{25} \vee Z_{47} \vee Z_A$
- Основные формулы
  - $x \rightarrow y = \bar{x} \vee y$
  - $\overline{x \vee y} = \bar{x} \wedge \bar{y}$
  - $\overline{x \wedge y} = \bar{x} \vee \bar{y}$
  - $x \wedge (y \vee z) = x \wedge y \vee x \wedge z$
  - $x \vee (y \wedge z) = (x \vee y) \wedge (x \vee z)$

# Приведение к стандартному виду

Раскрытие импликаций, эквивалентностей и пр. для  
записи формулы в базисе И, ИЛИ, НЕ

# Формулировка проблемы

- С чем не справляются известные члены формулы?
- Что должен сделать неизвестный член формулы

# Построение шаблона

●\* – любой символ

Ь – любой символ, но среди нескольких ь хотя бы одна 1

0,1 – двоичные цифры

Правила

●  $*\wedge* = *$     $*\vee* = *$

●  $b \wedge b = b$     $b \vee b = b$     $b \wedge * = b$     $b \vee * = b$

●  $0 \wedge 0 = 0$     $0 \vee 0 = 0$     $b \wedge 0 = 0$     $b \vee 0 = b$

$0 \wedge * = 0$     $0 \vee * = *$

# Построение шаблона

1. Перевод в двоичную систему счисления
2. Описание шаблона для каждого компонента формулы
3. Описание общего шаблона

# Виды уравнений

- $Z_N \vee Z_M \vee Z_A$
- $Z_N \vee Z_M \vee \overline{Z_A}$
- $\overline{Z_N} \vee Z_M \vee Z_A$
- $\overline{Z_N} \vee Z_M \vee \overline{Z_A}$
- $\overline{Z_N} \vee \overline{Z_M} \vee Z_A$
- $\overline{Z_N} \vee \overline{Z_M} \vee \overline{Z_A}$

$$Z_N \vee Z_M \vee Z_A$$

- Проблема
  - $Z_N$  - не справился (не обнулil число)
  - $Z_M$  - не справился (не обнулil число)
- Решение проблемы
  - $Z_A$  - справился (обнулil число)

$$Z_N \vee Z_M \vee \overline{Z_A}$$

- Проблема
  - $Z_N$  - не справился (не обнулil число)
  - $Z_M$  - не справился (не обнулil число)
- Решение проблемы
  - $Z_A$  - не справился (не обнулil число)

$$\overline{Z_N} \vee Z_M \vee Z_A$$

- Проблема
  - $Z_N$  - справился (обнулil число)
  - $Z_M$  - не справился (не обнулil число)
- Решение проблемы
  - $Z_A$  - справился (обнулil число)

$$\overline{Z_N} \vee Z_M \vee \overline{Z_A}$$

- Проблема
  - $Z_N$  - справился (обнулil число)
  - $Z_M$  - не справился (не обнулil число)
- Решение проблемы
  - $Z_A$  - не справился (не обнулil число)

$$\overline{Z_N} \vee \overline{Z_M} \vee Z_A$$

- Проблема
  - $Z_N$  - справился (обнулil число)
  - $Z_M$  - справился (обнулil число)
- Решение проблемы
  - $Z_A$  - справился (обнулil число)

$$\overline{Z_N} \vee \overline{Z_M} \vee \overline{Z_A}$$

- Проблема
  - $Z_N$  - справился (обнулil число)
  - $Z_M$  - справился (обнулil число)
- Решение проблемы
  - $Z_A$  - не справился (не обнулil число)

$$(X \& 29 \neq 0) \rightarrow ((X \& 9 = 0) \rightarrow (X \& A \neq 0))$$

1.  $\overline{Z_{29}} \rightarrow (Z_9 \rightarrow \overline{Z_A})$
2.  $\overline{Z_{29}} \rightarrow (\overline{Z_9} \vee \overline{Z_A}) \quad Z_{29} \vee \overline{Z_9} \vee \overline{Z_A}$
3.  $29=11101 \quad 9=1001$
4.  $Z_{29}$  – не справился  $Z_9$  – справился
5. С какими числами не справляется  $Z_{29}$ ? **bbb\*b**
6. С какими числами справляется  $Z_9$ ? **0\*\*0**
7. Одновременно (связка И)

bbb\*b

\*0\*\*0

b0b\*0

$b0b^*0$

$$Z_{29} \vee \overline{Z_9} \vee \overline{Z_A}$$

- Этот шаблон описывает общий вид «плохого» числа.
- Решение проблемы – A должно НЕ справиться
- Наименьшее A –  $10100 = 20$

- . Введём выражение  $M \& K$ , обозначающее поразрядную конъюнкцию  $M$  и  $K$  (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите наименьшее натуральное число  $A$ , такое что выражение
- $(x \& 125 \neq 0) \vee ((x \& 34 = 0) \rightarrow (x \& A = 0))$
- тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

$$(x \& 125 \neq 0) \vee (x \& 34 = 0) \rightarrow (x \& A = 0)$$

1.  $\overline{Z_{125}} \vee (Z_{34} \rightarrow Z_A)$

2.  $\overline{Z_{125}} \vee \overline{Z_{34}} \vee Z_A$

3.  $29=1111100 \quad 34=100010$

4.  $Z_{125}$  – справился  $Z_{34}$  – справился

5. С какими числами справляется  $Z_{125}$ ? **00000\*\***

6. С какими числами справляется  $Z_{34}$ ? **0\*\*\*0\***

7. Одновременно (связка И)

00000\*\*

\*0\*\*\*0\*

000000\*

$$000000* \quad \overline{Z_{125}} \vee \overline{Z_{34}} \vee Z_A$$

- Этот шаблон описывает общий вид «плохого» числа.
- Решение проблемы – A должно справиться
- Наименьшее A = 1

*Введём выражение  $M \& K$ , обозначающее поразрядную конъюнкцию  $M$  и  $K$  (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи).*

*Определите наименьшее натуральное число  $A$ , такое что выражение*

$$\left( (x \& 28 \neq 0) \vee (x \& 45 \neq 0) \right) \rightarrow \left( (x \& 48 = 0) \rightarrow (x \& A \neq 0) \right)$$

*тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?*

$((x \& 28 \neq 0) \vee (x \& 45 \neq 0)) \rightarrow ((x \& 48 = 0) \rightarrow (x \& A \neq 0))$

1.  $\overline{(Z_{28} \vee Z_{45})} \rightarrow (Z_{48} \rightarrow \overline{Z_A})$
2.  $(Z_{28} \wedge Z_{45}) \vee (\overline{Z_{48}} \vee \overline{Z_A})$
3.  $28 = 011100 \quad 45 = 101101 \quad 48 = 110000$
4.  $Z_{28} \wedge Z_{45} = Z_{28}$  – не справился или  $Z_{45}$  – не справился
5. С какими числами не справляется  $Z_{28}$ ? \*bbb\*\*
6. С какими числами не справляется  $Z_{45}$ ? b\*bb\*b
7. Хотя бы один (связка ИЛИ)  
\*bbb\*\*  
b\*bb\*b  
bbb\*b

$$(Z_{28} \wedge Z_{45}) \vee (\overline{Z_{48}} \vee \overline{Z_A})$$

- 1. С какими числами справляется  $Z_{48}$ ? 00\*\*\*\*
- 2.  $Z_{28} \wedge Z_{45}$  не справился
- 3.  $Z_{48}$  справился
- 4. Одновременно (связка И)

00\*\*\*\*

bbbb\*b

00bb\*b

- Этот шаблон описывает общий вид «плохого» числа.
- Решение проблемы – А должно НЕ справиться
- Наименьшее  $A = 1101 = 13$