

# Методы и приемы реализации математических моделей теплотехнических систем макроуровня

---

ИЮНЬ 2020 г.

БНТУ, МИНСК

# Анализ функциональной связи параметров математической модели

Математическая модель объекта макроуровне представляет собой совокупность

- формализованного описания структуры системы,
- системы балансовых уравнений (СБУ),
- системы ограничений на параметры и характеристики теплотехнической системы;
- функции цели.

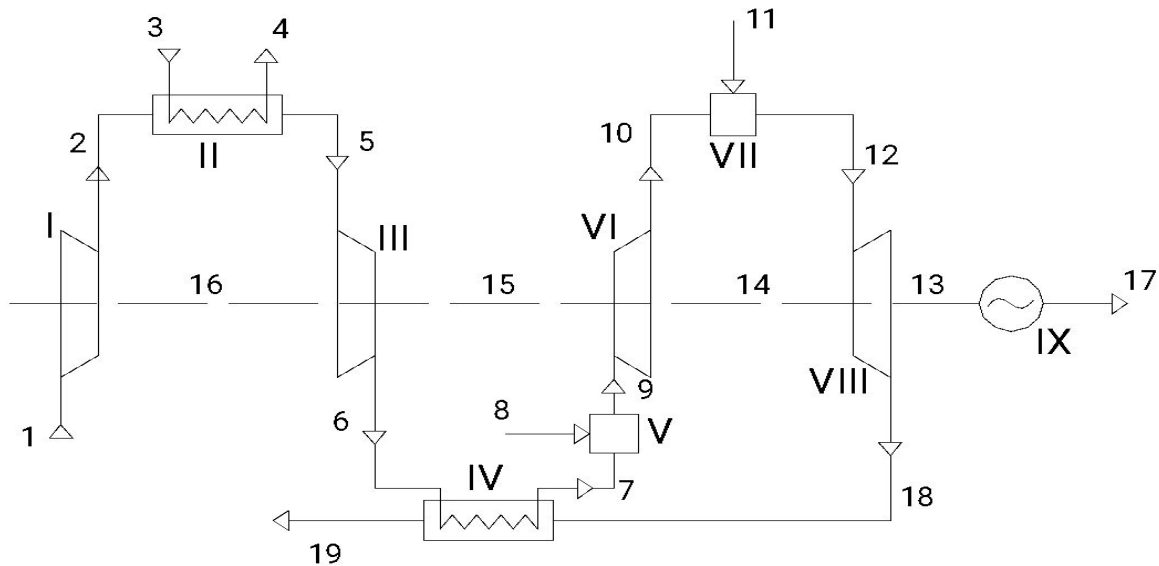
# *Формализованное описание структуры системы*

---

Графическую структуру и связи элементов в модели можно представить с помощью графа.

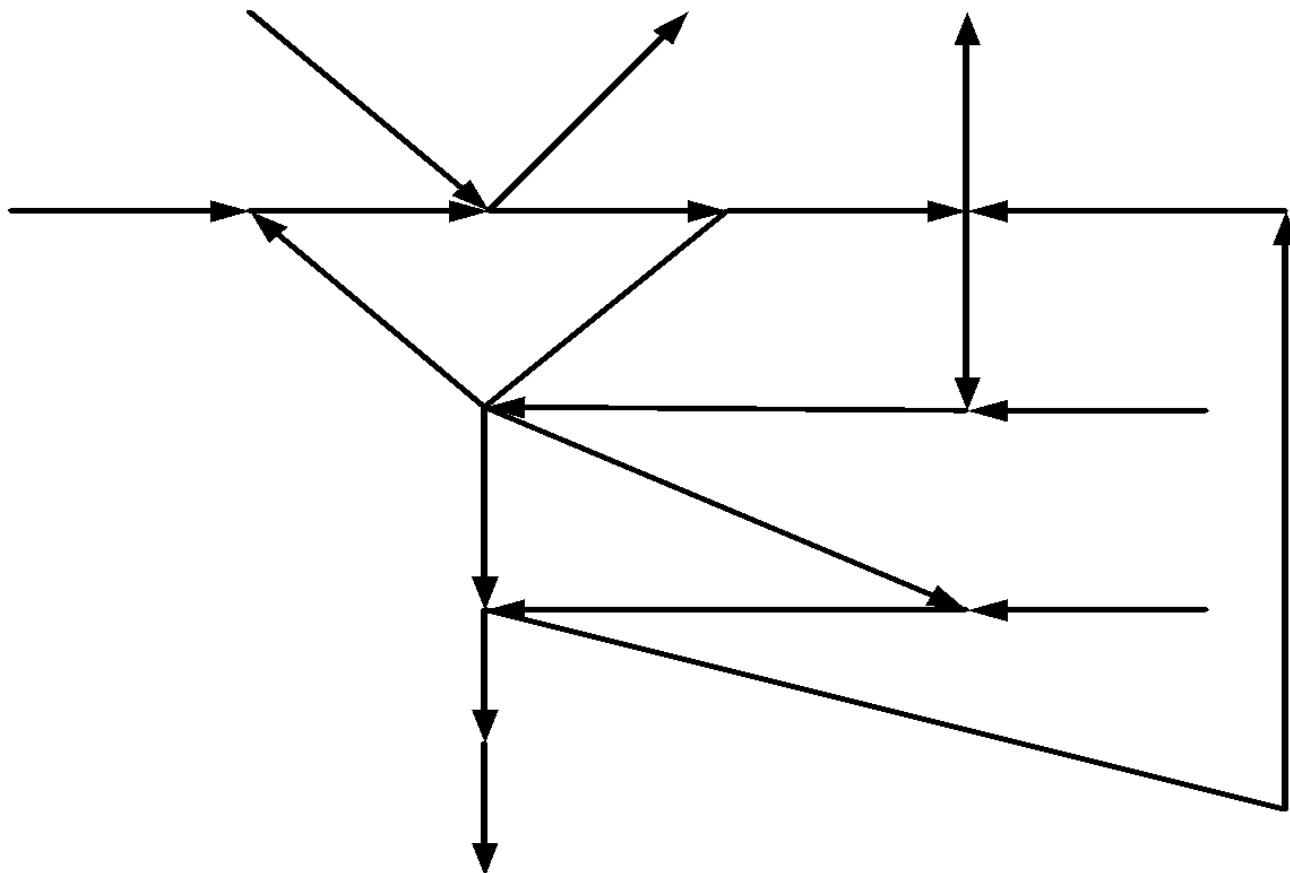
После построения графа выполняется его кодирование с использованием структурной матрицы и матрицы видов связей.

# Технологическая схема ГТУ



- I – 1-ая ступень воздушного компрессора; II – промежуточный охладитель воздуха; III – 2-ая ступень воздушного компрессора; IV – регенеративный теплообменник;  
V, VII – камеры сгорания 1-ой и 2-ой ступени газовой турбины;  
VI – 1-ая ступень газовой турбины; VIII – 2-ая ступень газовой турбины; IX – электрический генератор; 2, 5, 6 и 7 – связи по воздуху окислителю; 3, 4 – связи по охлаждающей воде; 8, 11 – связи по топливу;  
9, 10, 12, 18, 19 – связи по продуктам сгорания; 13, 14, 15, 16 – связи по механической энергии; 17 – связь по электроэнергии

# Граф тепловой схемы ГТУ



# Структурная матрица

№ связи	№ элемента									Сумма пр-ков
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	
1	1									1
2	-1	1								0
3		1								1
4		-1								-1
5		-1	1							0
6			-1	1						0
7				-1	1					0
8					1					1
9					-1	1				0
10						-1	1			0
11							-1			-1
12							-1	1		0
13								-1	1	0
14						-1			1	0
15			1						-1	0
16	1								-1	0
17									-1	-1
18				1				-1		0
19				-1						-1
Сумма призн	2	4	2	4	3	3	3	3	4	

# Матрица видов связей

№ связи	Вид энергоносителя						Параметры связи
	Воздух (3)	Вода (3)	Топливо (4)	Продукты Сгорания (6)	Мехнич. Энергия (1)	Электр. Энергия (1)	
1	1						$G_1, P_1, t_1$
2	1						$G_2, P_2, t_2$
3		1					$G_3, P_3, t_3$
4		1					$G_4, P_4, t_4$
5	1						$G_5, P_5, t_5$
6	1						$G_6, P_6, t_6$
7	1						$G_7, P_7, t_7$
8			1				Состав, $G_8, P_8, t_8, Q_H^8$
9				1			Состав, $G_9, P_9, t_9$
10				1			Состав, $G_{10}, P_{10}, t_{10}$
11			1				$G_{11}, P_{11}, t_{11}, Q_H^8$
12				1			Состав, $G_{12}, P_{12}, t_{12}$
13					1		$N_{13}$
14					1		$N_{14}$
15					1		$N_{15}$
16					1		$N_{16}$
17						1	$N_{17}$
18				1			Состав, $G_{18}, P_{18}, t_{18}$
19				1			Состав, $G_{19}, P_{19}, t_{19}$
$\Sigma$	5	2	2	5	4	1	
$N_{cb}$	3	3	4	6	1	1	
$\Sigma\Pi$	15	5	8	30	4	1	V=63

# *Системы балансовых уравнений элементов*

- баланса энергии для  $k$ -го элемента;
- материального баланса для  $i$ -го энергоносителя в  $k$ -м элементе;
- изменения энтальпии  $i$ -го энергоносителя в  $k$ -м элементе;
- изменения давления  $i$ -го энергоносителя в  $k$ -м элементе.



В состав математической модели входит система балансовых уравнений, число которых, как правило, значительно меньше числа параметров системы.

Однако для заданной производительности, известных конструктивных параметров и определение части термодинамических и расходных параметров системы, избыточных по отношению к числу уравнений, расчет системы балансовых уравнений дает однозначное действительное решение.

Поэтому в отличие от ручных методов расчета, когда расчет тепловой или технологической схемы производится отдельно, в случае автоматизации процесса моделирования производится совместный расчет тепловой или технологической схемы с техническими расчетами элементов системы. При этом производится уточнение показателей основного и вспомогательного оборудования, расхода теплоносителей и их пар-ров.

Все параметры, которые входят в систему балансовых уравнений называют информационными, и их разделяют на 2 группы:

**1** – независимые переменные.

**2** – зависимые переменные.

Число последних должно быть равно числу уравнений в системе.

Понятие зависимое или независимое переменное носит условных характер. В зависимости от постановки задачи одна и та же переменная может быть как зависимая, так и независимая.

Например: мощность установки задана, тогда расход топлива определяется из расчета и является зависимой переменной. Если задан расход топлива, то мощность становится зависимой переменной и, следовательно, находится из расчета.

Согласно матрице функциональных связей для каждого  $n$ -го уравнения  $k$ -го элемента системы оставляется, по крайней мере, один такой зависимый параметр  $y_{Nk}$ , определяемый из этого уравнения, который не может быть найден из уравнения балансов для соседнего элемента. Это обеспечивает совместимость уравнений по отдельным элементам и в целом по теплотехнической системе. Это означает также техническую возможность создания данного варианта системы. При несовместимости заданной системы уравнений теплотехническая система технически неосуществима.

Следовательно, чтобы решить СБУ необходимо определить все независимые переменные  $X$ . В случае выполнения параметрической оптимизации входные переменные делят на две группы: вектор независимых *регламентируемых переменных*  $L$  и вектор независимых *управляемых (оптимизируемых)*  $R$

$$X = L + R.$$

Совокупность допустимого состава переменных для заданной технологической схемы определяется с помощью матрицы функциональной связи, в которой единица в  $i$ -ой строках матрицы дают логический признак наличия непосредственной связи  $j$ -ой переменной с одной или несколькими переменными входящими в  $i$ -ое уравнения системы балансовых уравнений.

№ эл-та	№ у-ния	Номер связи										
		1		2			3	4	5		6	
		Параметры связи										
		G1	P1	t1	G2	P2	t2	N3	N4			
I	1	1			1							
	2	1	1	1	1	1	1	1	1			

Анализ данной матрицы позволяет определить состав неизвестных параметров. Таким образом, чтобы для каждого уравнения системы задавался один свой зависимый (неизвестный) параметр, который в явном виде не может быть найден из уравнений для соседних элементов. Реализация такой возможности означает с одной стороны совместимость уравнений системы балансовых уравнений, а с другой стороны техническая возможность создания данного варианта схемы.

После составления математической модели и анализа переменных можно переходить к процедурам анализа и оптимизации исследуемого варианта технологической схемы теплотехнической системы.

При этом процедура анализа (расчета) состоит из следующих этапов:

- 1) выбор допустимого сочетания значений независимых параметров;
- 2) расчет системы балансовых уравнений.
- 3) расчет функции цепи.

## *Система ограничений на параметры*

Среди параметров и многочисленных технологических характеристик отдельных элементов оборудования теплотехнической системы встречаются достаточно сложные зависимости различного рода. Установление этих зависимостей является задачей совместного теплового, гидравлического, аэродинамического и прочностного расчетов элементов оборудования при их разработке.

Кроме того, существуют ограничения на величины, являющиеся функциями параметров, например, скорость энергоносителей, температура конструктивных элементов.

Вместе с тем, анализ указанных зависимостей и их систематизация для различных видов элементов оборудования конкретного типа показывают, что все характеристики процессов и конструкций можно в конечном итоге выразить в явной форме или определить итерационно в зависимости от одной и той же совокупности параметров связей  $Z$  и конструктивных параметров установки  $Z^k$ .

Очевидно, что термодинамические, расходные и конструктивные параметры установки  $Z$  и  $Z^k$  не могут принимать совершенно произвольные значения. Они в состоянии изменяться только в пределах физически возможных и технически осуществимых состояний энергоносителей и конструкций.

Эти ограничения для различных элементов оборудования, материалов и энергоносителей обычно записывают в виде неравенств для указанных параметров.

Все указанные ограничения определяют в многомерном пространстве переменных  $Z$  и  $Z^k$  некоторую область, называемую *допустимой областью исследования*.

Термодинамические, расходные и конструктивные параметры  $Z$  и  $Z^k$  в процессе проектирования и оптимизации могут принимать лишь значения, которые находятся внутри или на границе допустимой области исследования (оптимизации).

# *Функция цели*

---

При выполнении процедур анализа и оптимизации в качестве итогового показателя эффективности сравниваемых вариантов системы рекомендуется принимать один или несколько энергетических критериев эффективности.

Задача оптимизации теплотехнической системы в этом случае конкретизируется следующим образом: ***найти значения параметров технологического процесса, состав элементов оборудования и вид технологической схемы, совокупности которых соответствуют максимуму (или минимуму) критерия эффективности.***

Для вычисления выбранных критериев эффективности определяют функции цели. В наиболее общем случае критерий эффективности теплотехнической системы полностью определяется значениями термодинамических, расходных и конструктивных параметров, параметров, описывающих структуру системы, а также значениями внешних влияющих факторов.



Превышение числа параметров над числом уравнений означает, что система балансовых уравнений имеет бесконечное множество решений. Таким образом, изменяя значение, параметров можем получить целый ряд сбалансированных стационарных состояний теплоэнергетической системы. Отсюда вытекает возможность оптимизации значения параметров.

Совокупность допустимого состава переменных для заданной технологической схемы определяется с помощью матрицы функциональной связи, которой единице в  $i$ -ой строках матрицы дают логический признак наличия непосредственной связи  $j$ -ой переменной с одной или несколькими переменными отброшенные  $i$ -ой уравнения системы.

# *Анализ СБУ и определение алгоритма ее расчета*

---

Для анализа эффективности технологической схемы на стадии технико-экономического обоснования выбора варианта технического решения достаточно проанализировать сокращенную СБУ, состоящую только из уравнений энергетических и материальных балансов. При этом считаем, что нам известны зависимости или алгоритмы определения энтальпий теплоносителей и рабочих тел в виде функций от термодинамических параметров.

Возвращаясь к нашему примеру мы получаем систему балансовых уравнений из 11 уравнений.

# Сокращенная система балансовых уравнений

$G_1 h_1 - G_2 h_2 + \gamma_1 N_{16} = 0$	(1)
$\gamma_2 G_2 h_2 - \gamma_2 G_1 h_5 + G_3 h_3 - G_4 h_4 = 0$	(2)
$G_1 h_5 - G_1 h_6 + \gamma_3 N_{15} = 0$	(3)
$\gamma_4 G_{12} h_{18} - \gamma_4 G_{12} h_{19} + G_1 h_6 - G_1 h_7 = 0$	(4)
$G_7 + G_8 - G_9 = 0;$	(5)
$G_1 h_7 + \gamma_5 G_8 h_8 - G_9 h_9 = 0$	(6)
$G_9 h_9 + G_9 h_{10} - \frac{1}{\gamma_6} (N_{14} - N_{15} - N_{16}) = 0$	(7)
$G_9 + G_{11} - G_{12} = 0$	(8)
$G_9 h_{10} + \gamma_7 G_{11} h_8 - G_{12} h_{12} = 0$	(9)
$G_{12} h_{12} - G_{12} h_{18} - \frac{1}{\gamma_8} N_{13} = 0$	(10)
$N_{13} + N_{14} - \frac{1}{\gamma_9} N_{17} = 0$	(11)

# Информационные параметры СБУ ГТУ

Наименование параметров	Список параметров	Число параметров
Коэффициенты потерь элементов	$\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4, \eta_5, \eta_6, \eta_7, \eta_8, \eta_9$	9
Энтальпии	$h, h, h, h, h, h, h, h, h, h, h, h, h, h, h$	15
Расходы	$G_1, G_3, G_8, G_9, G_{11}, G_{12}$	5
Мощности	$N_{13}, N_{14}, N_{15}, N_{16}, N_{17}$	5
Итого		34

# Сокращенная матрица функциональных связей

№ уравнения	Зависимая переменная											Посл. расч. ур-ний
	G <sub>3</sub>	h <sub>7</sub>	G <sub>8</sub>	G <sub>9</sub>	G <sub>11</sub>	G <sub>12</sub>	N <sub>13</sub>	N <sub>14</sub>	N <sub>15</sub>	N <sub>16</sub>	G <sub>1</sub>	
	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	x <sub>5</sub>	x <sub>6</sub>	x <sub>7</sub>	x <sub>8</sub>	x <sub>9</sub>	x <sub>10</sub>	x <sub>11</sub>	
1										⊕	1	1...10
2	⊕										1	11
3									⊕		1	1...10
4		⊕				1					1	1...10
5			⊕	1							1	1...10
6		1	1	1							⊕	1...10
7				1				⊕	1	1		1...10
8				⊕	1	1						1...10
9				1	⊕	1						1...10
10						⊕	1					1...10
11							⊕	1				1...10
Расч. ур-ние	(2)	(4)	(5)	(8)	(9)	(10)	(11)	(7)	(3)	(1)	(6)	

Рассмотрим второй вариант – расчет на единицу электрической мощности установки. В этом случае расход воздуха становится величиной зависимой, а электрическая мощность установки – регламентируемой. Сокращенный вариант матрицы функциональных связей тогда примет вид, приведенный в таблице ниже.

№ уравнения	Зависимая переменная											Посл. расч. ур-ний
	$X_1$ $G_3$	$X_2$ $h_7$	$X_3$ $G_8$	$X_4$ $G_9$	$X_5$ $G_{11}$	$X_6$ $G_{12}$	$X_7$ $N_{13}$	$X_8$ $N_{14}$	$X_9$ $N_{15}$	$X_{10}$ $N_{16}$	$X_{11}$ $G_1$	
1										⊕	1	9
2	⊕										1	10
3									⊕		1	11
4		⊕				1					1	1-8
5			⊕	1							1	1-8
6		1	1	1							⊕	1-8
7				1				⊕	1	1		1-8
8				⊕	1	1						1-8
9				1	⊕	1						1-8
10						⊕	1					1-8
11							⊕	1				1-8
	(2)	(4)	(5)	(8)	(9)	(10)	(11)	(7)	(3)	(1)	(6)	

# *Методика проведения процедуры параметрической оптимизации*

---

После определения алгоритма решения системы балансовых уравнений переходят к разработке программы параметрической оптимизации. Определяется область исследования (оптимизации). Это делается путем введения ограничений на параметры математической модели. В целях экономии места при выполнении курсового проекта диапазоны допустимых изменений переменных представляются в таблице перечня параметров математической модели. Для проведения параметрической оптимизации следует определить критерий эффективности и записать функцию цели. Выбираем в качестве критерия эффективности коэффициент полезного действия установки  $\eta$ . Функцию цели можно в этом случае записать в виде

$$\eta = \frac{N_{17}}{(G_8 + G_{11})Q_H^p} = \frac{x_{11}}{(x_3 + x_5)h_8}$$



Алгоритм параметрической оптимизации в данном случае можно представить в виде многовариантного анализа для локализации экстремального значения с последующим уточнением. Алгоритм решения системы балансовых уравнений принят для варианта расчета на единицу расхода рабочего тела (воздуха). В качестве управляемых в численном эксперименте заданы начальная температура воздуха на входе в компрессор  $t_1$  и температуры продуктов сгорания на входе в газовую турбину  $t_7$  ( $t_{12} = t_7$ ). Соответственно для диапазонов изменения указанных переменных:

$$t_1^{\min} \leq t_1 \leq t_1^{\max},$$

$$t_7^{\min} \leq t_7 \leq t_7^{\max}.$$

# Методика расчета ТТС (систем балансовых уравнений)

---

Расчет тепловой технологической схемы заключается в нахождении точных значений параметров всех потоков, а при необходимости и конструктивных параметров, которые удовлетворяют как уравнения системы балансовых уравнений, так и моделям всех элементов, а так же системе ограничений на параметры.

Различают 3 подхода к расчету технологической схемы:

**1) интегральный метод (одновременный расчет всех неизвестных);**

*Этот метод обычно применяется в том случае, если модели всех элементов либо линейные, либо могут быть приведены к квазилинейному виду.*

**2) последовательный (модульный) расчет;**

*Данный метод основан на использовании анализа структуры теплотехнической системы и представление модели ее элементов в виде зависимости между входными и выходными параметрами. Он заключается в последовательном, элемент за элементом расчете.*

### **3) комбинированный (интегрально-модульный ) расчет.**

*Это расчет интегральный расчет СБУ с учетом структуры ТТС. В данном случае определяется оптимальная последовательность решений уравнений исходя из анализа структуры технологической схемы.*

Для разомкнутых систем данный метод предпочтителен и, как правило, не вызывает трудностей для определения последовательности элемента.

Для большинства ТТС характерны схемы с множеством обратных связей, т.е. существование контуров. В этом случае для применения последовательного метода расчета необходимо выявить разомкнутую схему эквивалентную исходной замкнутой. Другими словами определить связи, по которым происходит разрыв контуров, после чего происходит итерациональный расчет методом последовательных приближений.

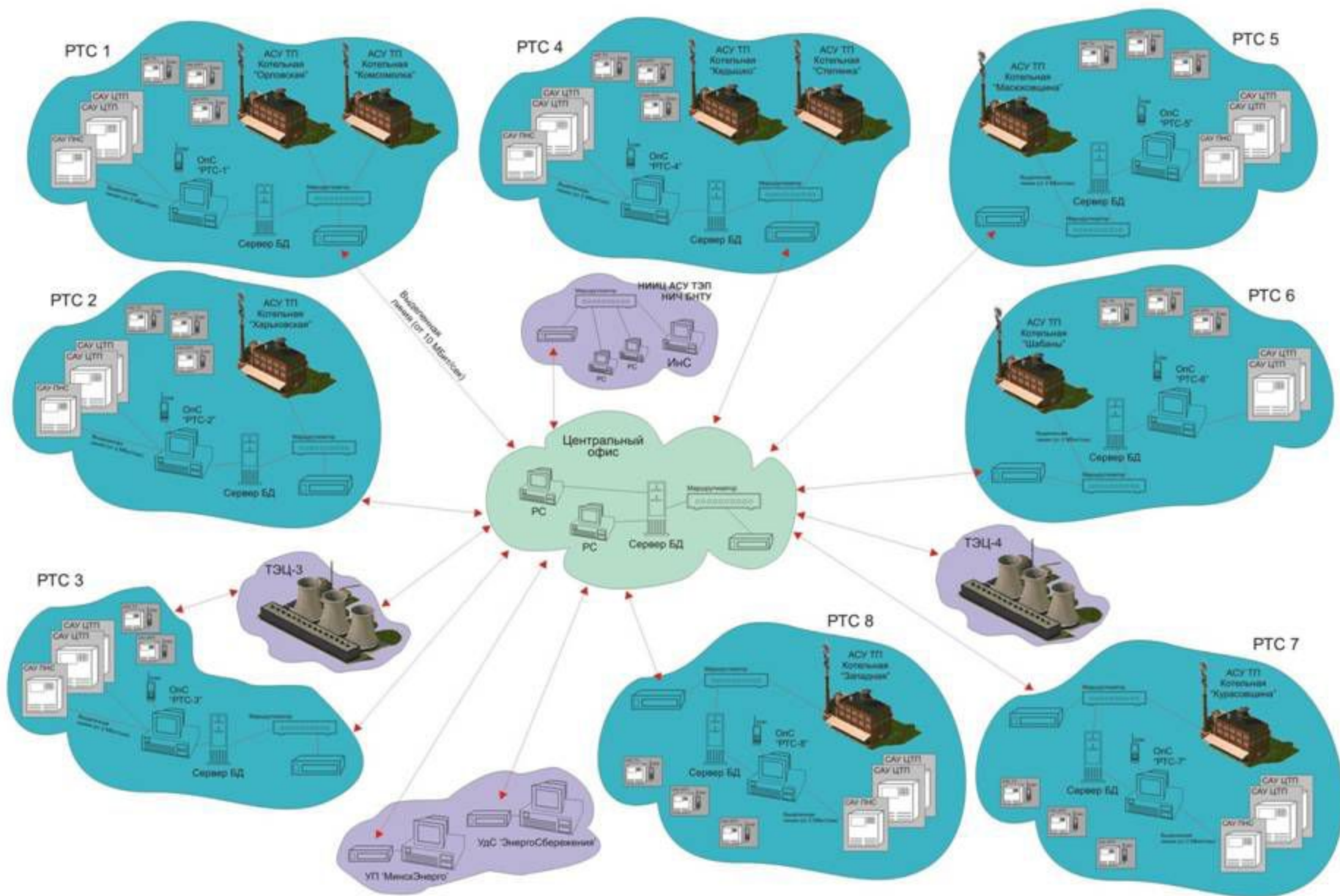
---

**СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!**

Минск, 2020 год

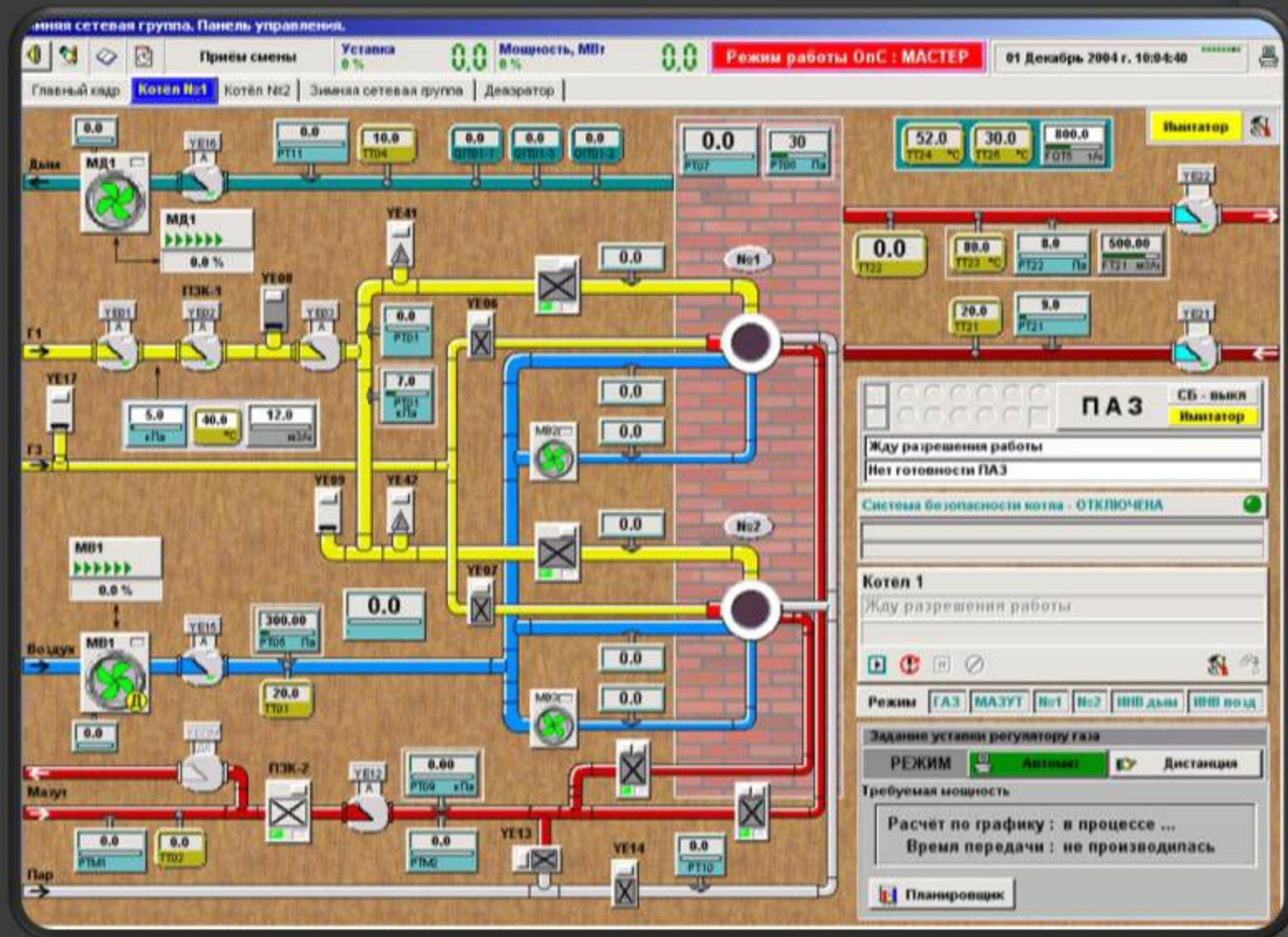


# Корпоративная вычислительная сеть "МинскТеплоСети"





# Панель управления водогрейным котлом



# Теплоэнергетика



- Система управления котельной