

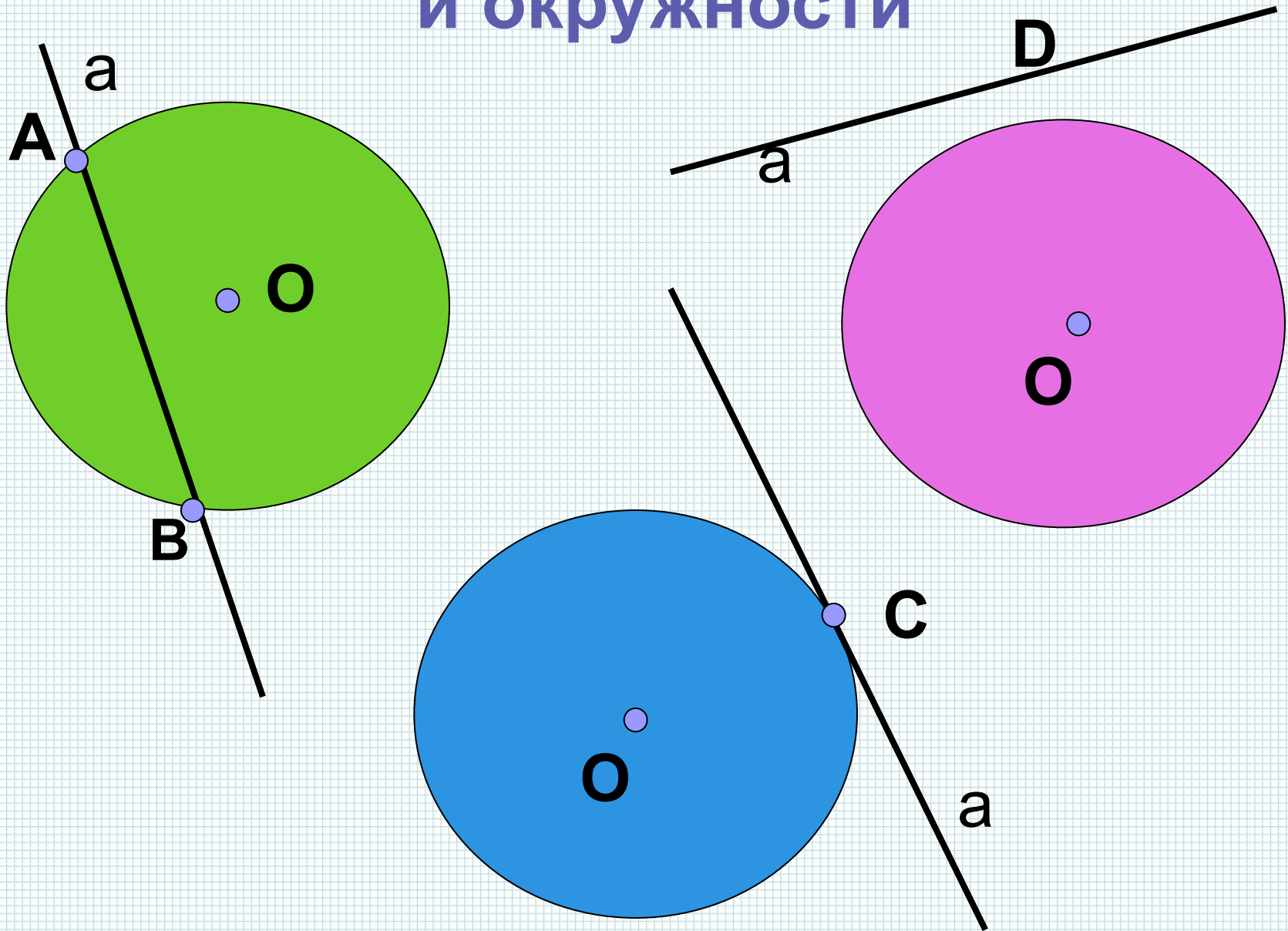


# Касательная к окружности

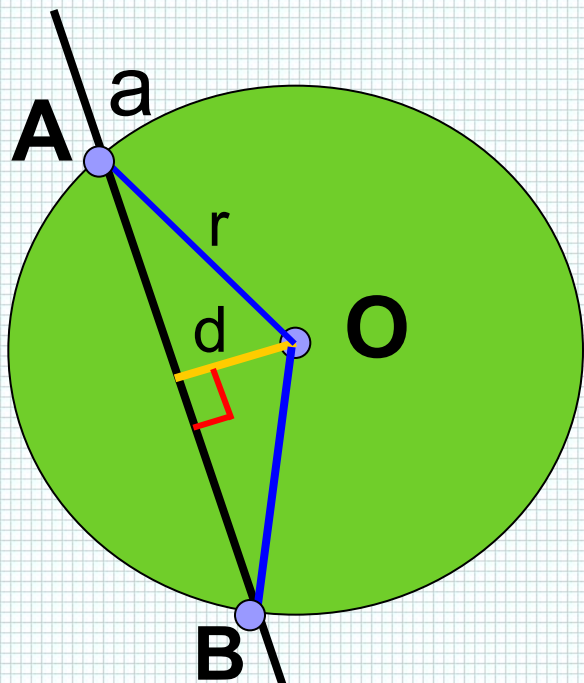
# Цели урока:

- уметь строить касательную к окружности;
- знать понятия касательной, точки касания, отрезков касательных, проведённых из одной точки;
- понимать свойство касательной и её признак и показать их применение при решении задач;

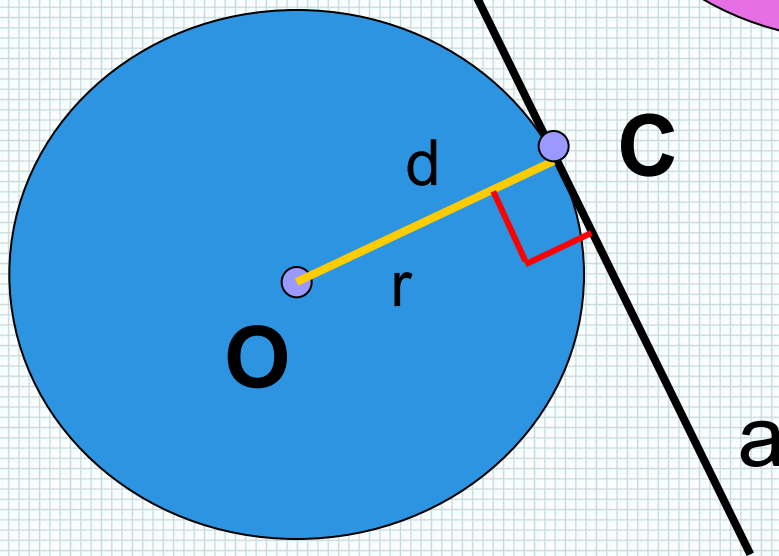
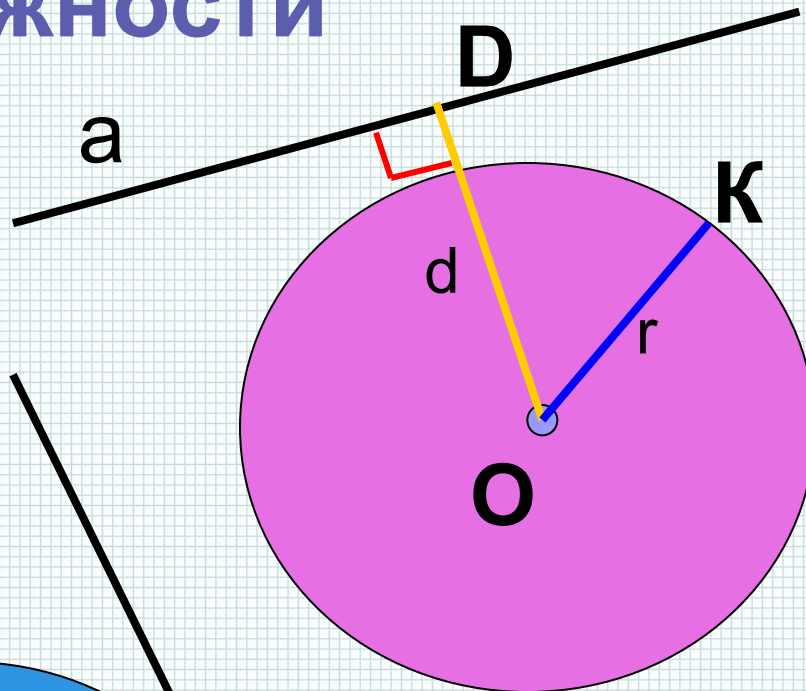
# Взаимное расположение прямой и окружности



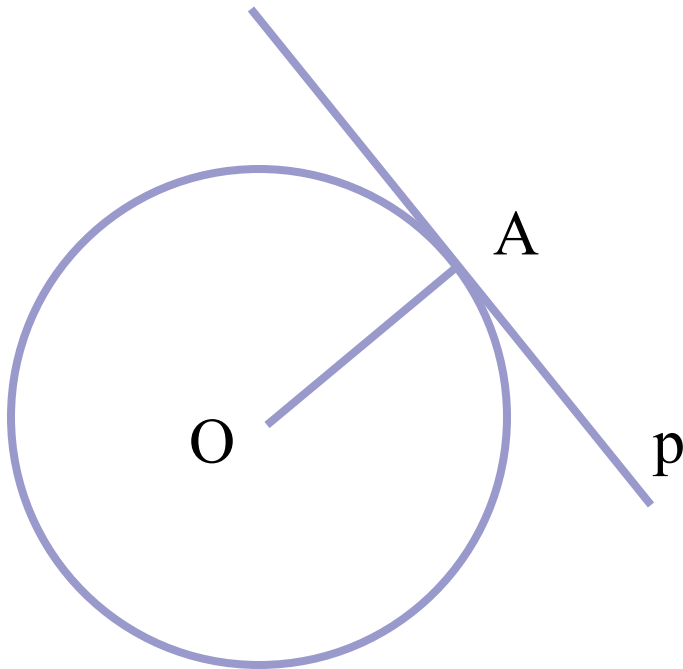
# Взаимное расположение прямой и окружности



$a$ -секущая  
 $AB$ -хорда



**Прямая, имеющая с окружностью только одну общую точку, называется касательной к окружности.**



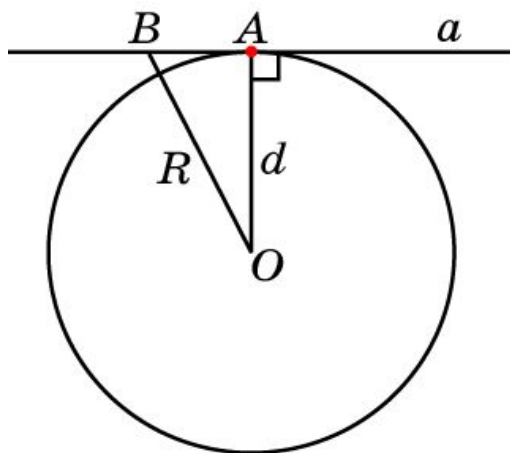
**Дано:  $p$  - касательная**

**$OA$  – радиус**

**Доказать:  $p \perp OA$**

## Теорема 1

Если расстояние от центра окружности до прямой равно радиусу окружности, то эта прямая является касательной к окружности.



**Доказательство.** Пусть расстояние от центра  $O$  окружности до прямой  $a$  равно радиусу  $R$  окружности. Опустим из центра  $O$  перпендикуляр  $OA$  на эту прямую. Тогда  $OA = R$ . Для любой другой точки  $B$  на прямой  $a$  наклонная  $OB$  будет больше перпендикуляра  $OA$  и, следовательно, больше  $R$ . Таким образом, расстояние от любой точки прямой  $a$ , отличной от  $A$ , до центра  $O$  больше  $R$ . Значит, прямая  $a$  и окружность имеют одну общую точку  $A$ , т.е. прямая касается окружности.

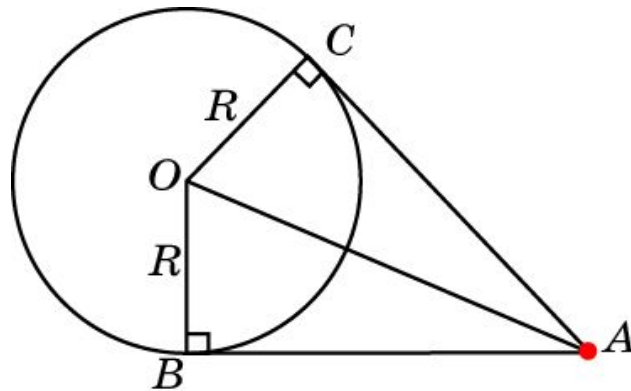
## Теорема 2

Касательная к окружности перпендикулярна к радиусу, проведенному в точку касания.

Докажите самостоятельно.

### Теорема 3

Отрезки касательных, проведенных к окружности из одной точки, равны.



**Доказательство.** Рассмотрим две касательные к окружности с центром в точке  $O$ , проведенные из точки  $A$  и касающиеся окружности в точках  $B$  и  $C$ . Треугольники  $AOB$  и  $AOC$  прямоугольные,  $OB=OC$  и сторона  $AO$  общая. По признаку равенства прямоугольных треугольников (по катету и гипотенузе), они равны. Следовательно,  $AB=AC$ .



## Вопрос 1

Какая прямая называется касательной к окружности?

**Ответ:** Касательной к окружности называется прямая, имеющая с окружностью только одну общую точку.

## Вопрос 2

В каком случае прямая касается окружности?

**Ответ:** Если расстояние от центра окружности до прямой равно радиусу окружности.

### Вопрос 3

Какой угол образуют касательная к окружности и радиус, проведенный в точку касания?

Ответ:  $90^\circ$ .

## Вопрос 4

Что можно сказать об отрезках касательных к окружности, проведенных из одной точки?

**Ответ:** Они равны.

# Самостоятельная работа

1.  $KM$  и  $KN$  - отрезки касательных, проведённых из точки  $K$  к окружности с центром в точке  $O$ . Найдите  $KM$  и  $KN$ , если  $OK=12$  см, а  $\angle MON = 120^\circ$

2. Диагонали ромба  $ABCK$  пересекаются в точке  $O$ . Докажите, что прямая  $BK$  касается окружности с центром в точке  $A$  и радиусом  $OC$ .

1. Найдите отрезки касательных  $AB$  и  $AC$ , проведённых из точки  $A$  к окружности радиуса  $r=9$  см,  $\angle BAC=120^\circ$

2. В равнобедренном  $\square ABC$  с основанием  $AC$  проведена медиана  $BK$ . Докажите, что прямая  $BK$  касается окружности с центром  $S$  и радиусом, равным  $AK$ .