

ЭЛЕМЕНТАРНАЯ ТЕОРИЯ АТОМА ВОДОРОДА ПО БОРУ.

Рассмотрим электрон, движущейся в поле атомного ядра с зарядом Ze . При $Z = 1$ такая система соответствует атому водорода. В этом случае кулоновская сила взаимодействия электрона с ядром по второму закону Ньютона равна:

$$\left. \begin{aligned} F_{\text{эл}} &= \frac{Z \cdot e^2}{4\pi\epsilon_0 r_n^2} \\ F_{\text{эл}} &= m_e a_n = m_e \frac{v^2}{r_n} \end{aligned} \right\} m_e \frac{v^2}{r_n} = \frac{Z \cdot e^2}{4\pi\epsilon_0 r_n^2}$$

$$m_e v r_n = n \hbar \quad \rightarrow \quad v = \frac{n \hbar}{m_e r_n} \quad (1)$$

$$m_e \frac{1}{r_n} \cdot \frac{n^2 \hbar^2}{m_e^2 r_n^2} = \frac{Z \cdot e^2}{4\pi\epsilon_0 r_n^2} \quad \rightarrow \quad r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m_e Z e^2} \cdot n^2 \quad (2)$$

Для 1-й орбиты атома водорода ($Z = 1, n = 1$):

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m_e e^2} = 0,59 \text{ \AA} \quad - \text{ борковский радиус}$$

Определим полную энергию электрона в атоме:

$$E = E_{\text{к}} + E_{\text{п}} = \frac{m_e v^2}{2} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_n} \quad (3)$$

Подставим уравнение (2) в уравнение (1):

$$v = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar n} \quad (4)$$

Подставим уравнения (2) и (4) в уравнение (3):

$$E = -\frac{1}{2} \cdot \frac{m_e Z^2 e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2 n^2} = -\frac{m_e Z^2 e^4}{8\epsilon_0^2 h^2 n^2}$$

Определим частоту излучения для атома водорода при переходе из состояния n в состояние m ($Z = 1$):

$$h\nu = E_n - E_m = -\frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2 n^2} + \frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2 m^2}$$

$$h\nu = \frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

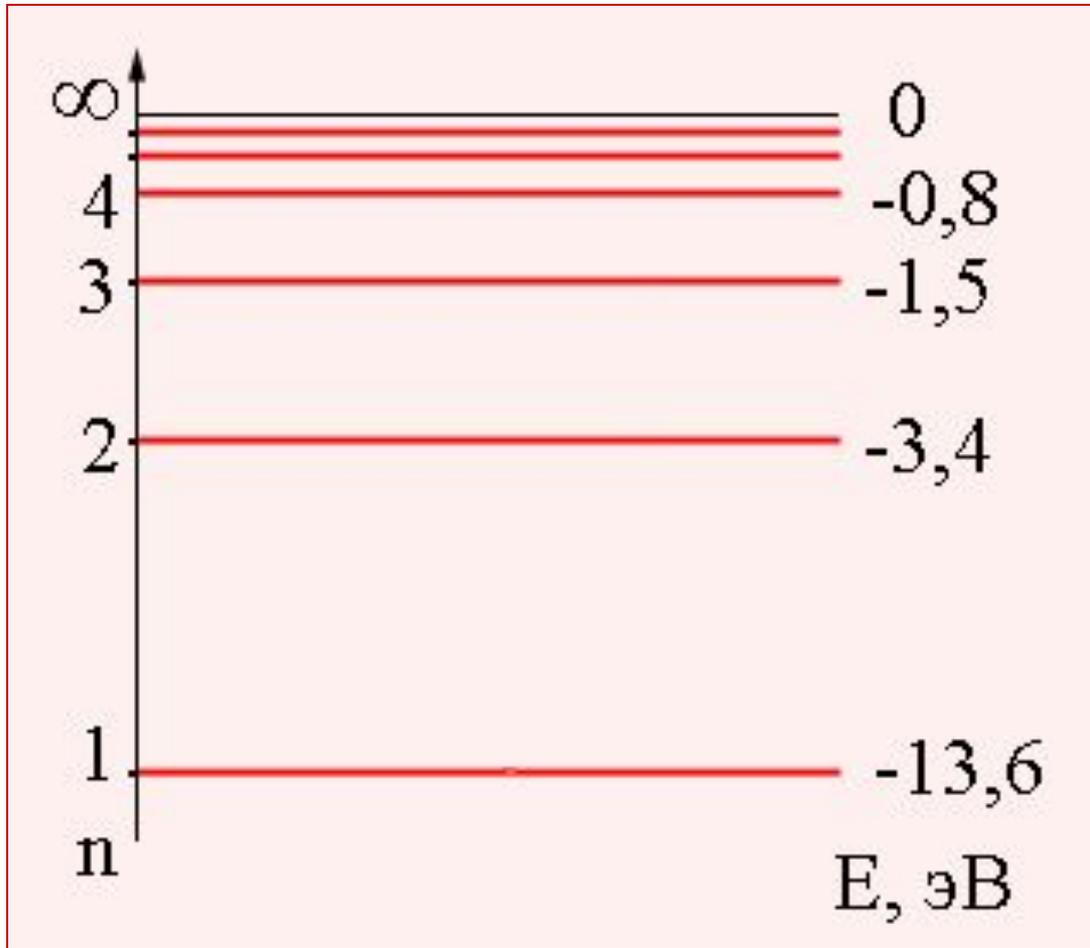
$$\nu = \frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^3} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\nu = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$R = \frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^3} = 3,3 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1} - \text{постоянная Ридберга}$$

$$\left. \begin{aligned}
 \nu &= \frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^3} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \\
 \nu &= \frac{c}{\lambda}
 \end{aligned} \right\} \frac{1}{\lambda} = \frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\frac{1}{\lambda} = R' \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad R' = \frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c} = 1 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1} \quad \text{- постоянная Ридберга}$$



$$E = -\frac{m_e Z^2 e^4}{8\epsilon_0^2 h^2 n^2}$$

13,6 эВ - энергия,
необходимая для
ионизации
атома

Схема энергетических уровней атома водорода

Недостатки теории Бора:

1) Предположение о круговых орбитах в атомах в приложении в одноэлектронным атомным системам является очень большим упрощением, так как действие центральных сил, изменяющихся обратно пропорционально квадрату расстояния, вызывает движение по эллиптической орбите.

2) Нельзя построить теорию атома гелия, не говоря уже о других атомных системах.

3) Логическая противоречивость теории: она не была ни последовательно классической, ни последовательно квантовой теорией.

ГИПОТЕЗА ДЕ БРОЙЛЯ

Противоречивость теории Бора сделала необходимым критический пересмотр основ квантовой теории и представлений о природе элементарных частиц (электронов, протонов и т. п.). Возник вопрос о том, насколько исчерпывающим является представление электрона в виде малой механической частицы, характеризуемой определенными координатами и определенной скоростью.

В 1924 г. Луи де Бройль выдвинул смелую гипотезу, что дуализм не является особенностью одних только оптических явлений, но имеет универсальное значение. “В оптике, - писал он, - в течение столетия слишком пренебрегали корпускулярным способом рассмотрения по сравнению с волновым; не делалась ли в теории вещества обратная ошибка?”

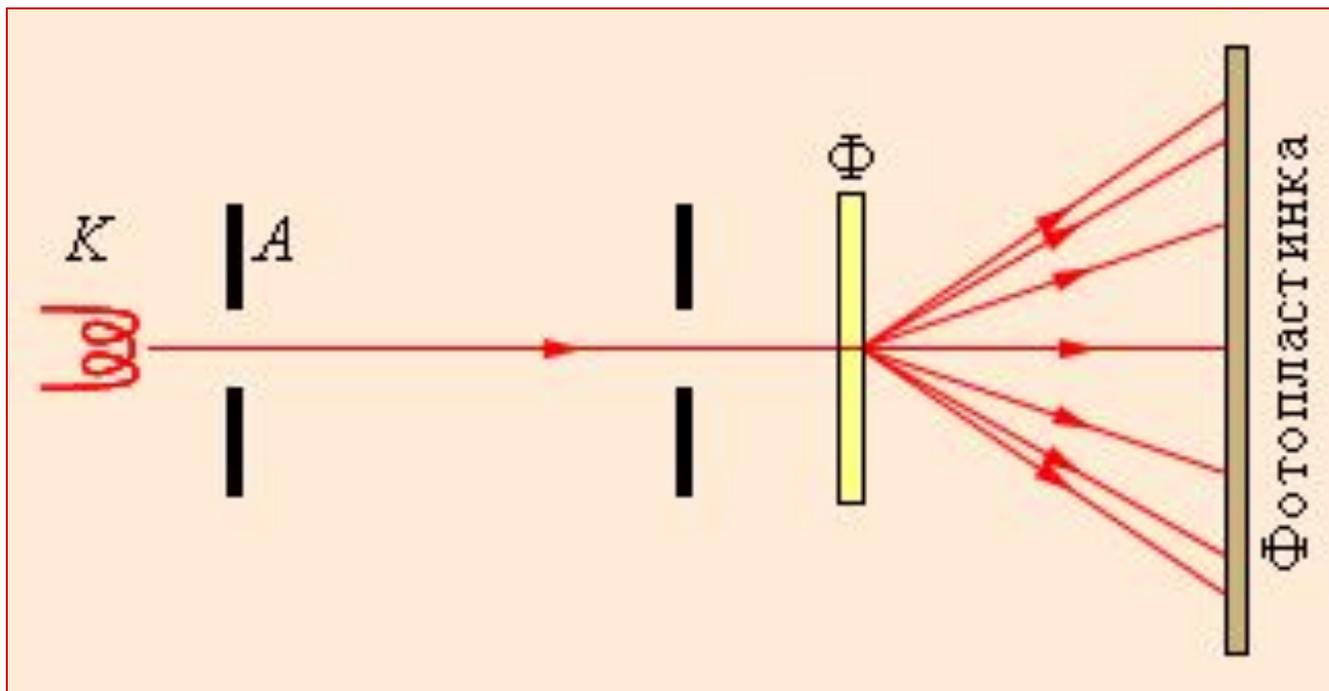
По идее де Бройля движение электрона или какой-либо другой частицы связано с волновым процессом, длина волны которого

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p} = \frac{2\pi\hbar}{mv}$$

Частота процесса: $\omega = E / \hbar$

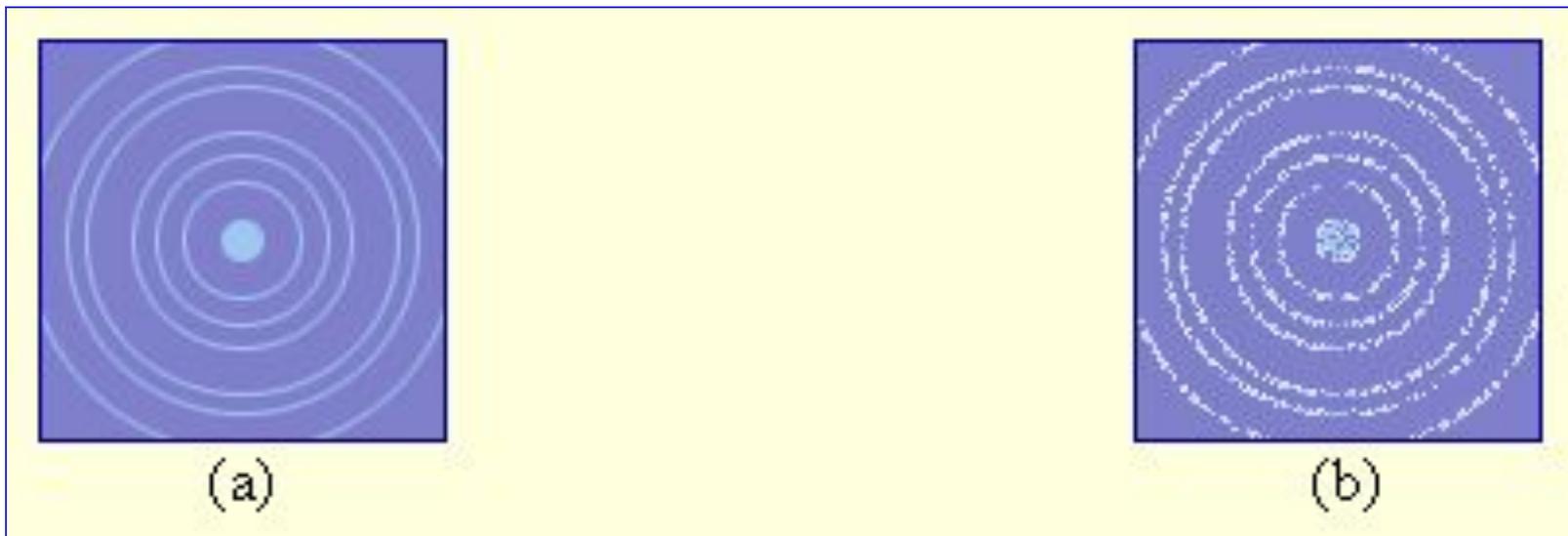
Гипотеза де Бройля была подтверждена экспериментально. Дэвиссон и Джермер обнаружили, что пучок электронов, рассеивающийся от кристаллической пластинки, дает дифракционную картину.

П.С. Тартаковский и Дж. Томсон получили дифракционную картину при прохождении электронного пучка через металлическую фольгу. Пучок электронов, ускоренных разностью потенциалов порядка нескольких десятков кВ, проходил через тонкую металлическую фольгу и попадал на фотопластинку.



Упрощенная схема опытов Дж. Томсона по дифракции электронов:

К – накаливаемый катод, А – анод, Φ – фольга из золота.



Картина дифракции электронов на поликристаллическом образце при длительной экспозиции (a) и при короткой экспозиции (b). В случае (b) видны точки попадания отдельных электронов на фотопластинку.

В последующие годы опыт Дж. Томсона был многократно повторен с неизменным результатом, в том числе при условиях, когда поток электронов был настолько слабым, что через прибор одновременно могла проходить только одна частица. Таким образом, было экспериментально доказано, что волновые свойства присущи не только большой совокупности электронов, но и каждому электрону в отдельности.

Впоследствии дифракционные явления были обнаружены также для нейтронов, протонов, атомных и молекулярных пучков. Экспериментальное доказательство наличия волновых свойств микрочастиц привело к выводу о том, что это универсальное явление природы, общее свойство материи. Следовательно, волновые свойства должны быть присущи и макроскопическим телам. Однако вследствие большой массы макроскопических тел их волновые свойства не могут быть обнаружены экспериментально. Например, пылинке массой 10^{-9} г, движущейся со скоростью 0,5 м/с соответствует волна де Бройля с длиной волны порядка 10^{-21} м, т. е. приблизительно на 11 порядков меньше размеров атомов. Такая длина волны лежит за пределами доступной наблюдению области.

Рассмотрим движение свободного электрона со скоростью v , которому, согласно формуле де Бройля, соответствует волна с длиной волны

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{h}{p}$$

Назовем её «волна де Бройля».

Введем волновой вектор $\vec{k} \left(k = \frac{2\pi}{\lambda} \right)$ и запишем формулу

де Бройля в виде $\vec{p} = \hbar \vec{k}$

Фазовая скорость:
$$v_{\text{фаз}} = \frac{\omega}{k} = \frac{\hbar\omega}{\hbar k} = \frac{E}{p} = \frac{mc^2}{mv} = \frac{c^2}{v}$$

(фазовая скорость может быть больше скорости света)

Определим групповую скорость - это скорость движения группы или цуга волн, образующих в каждый момент времени локализованный в пространстве волновой пакет.

Групповая скорость:
$$v_{\text{гр}} = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(\hbar\omega)}{d(\hbar k)} = \frac{dE}{dp} = v$$

(групповая скорость волны де Бройля равна скорости частицы)

Волны де Бройля должны испытывать большую дисперсию. Это следует из того, что фазовая скорость волн де Бройля оказывается зависящей от длины волны.

Равномерно и прямолинейно движущиеся заряженные частицы, как известно, не излучают электромагнитных волн. Волновые же свойства электронов наблюдаются и в случае их равномерного движения. Таким образом, электромагнитная природа волн де Бройля исключается. Можно показать также, что исключается природа любых других волн, известных в классической физике.

Волны де Бройля имеют специфическую квантовую природу, не имеющую аналогии с волнами в классической физике. Для понимания физического смысла волн де Бройля необходимо рассмотреть взаимоотношение между корпускулярными и волновыми свойствами материи. Вопрос о природе волн можно сформулировать как вопрос о физическом смысле амплитуды этих волн. Вместо амплитуды A удобнее выбрать интенсивность волны, пропорциональную квадрату амплитуды, $I \sim A^2$.

Из опытов по дифракции электронов следует, что в этих экспериментах обнаруживается неодинаковое распределение пучков электронов, отраженных или рассеянных по различным направлениям: в некоторых направлениях наблюдается большее число электронов, чем во всех других. С волновой точки зрения наличие максимумов числа электронов в некоторых направлениях означает, что эти направления соответствуют наибольшей интенсивности волн де Бройля. Другими словами, интенсивность волн в данной точке пространства определяет плотность вероятности попадания электронов в эту точку за 1 с. Это послужило основанием для своеобразного **статистического, вероятностного истолкования волн де Бройля.**

Квадрат модуля амплитуды волн де Бройля в данной точке является мерой вероятности того, что частица обнаруживается в этой точке.

СООТНОШЕНИЕ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЕЙ ГЕЙЗЕНБЕРГА.

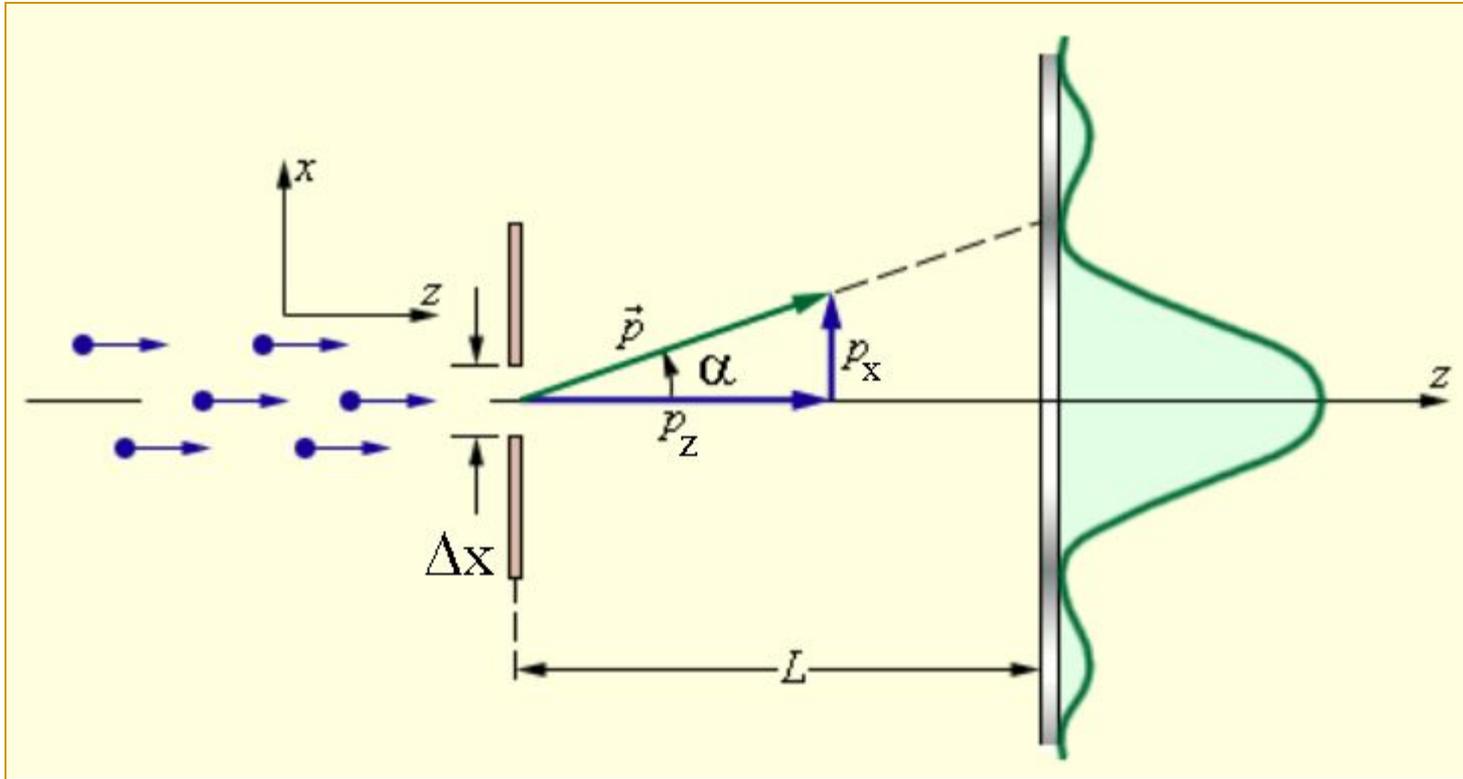
Нельзя одновременно точно определить значения некоторых сопряженных пар физических величин, характеризующих состояние микрочастицы: таких как координаты x , y , z и соответствующие проекции импульса p_x , p_y , p_z , энергию E в некотором состоянии и время жизни t частицы в этом состоянии. Неопределенности в состоянии частицы Δx , Δy , Δz , Δp_x , Δp_y , Δp_z , ΔE , Δt присущи не неумению точно измерять координату, импульс, энергию или интервал времени, а самой природе микромира, связанной с волновыми свойствами вещества.

Связь между неопределенностями выражается следующим образом:

$$\begin{cases} \Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar/2 \\ \Delta y \cdot \Delta p_y \geq \hbar/2 \\ \Delta z \cdot \Delta p_z \geq \hbar/2 \\ \Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar/2 \end{cases}$$

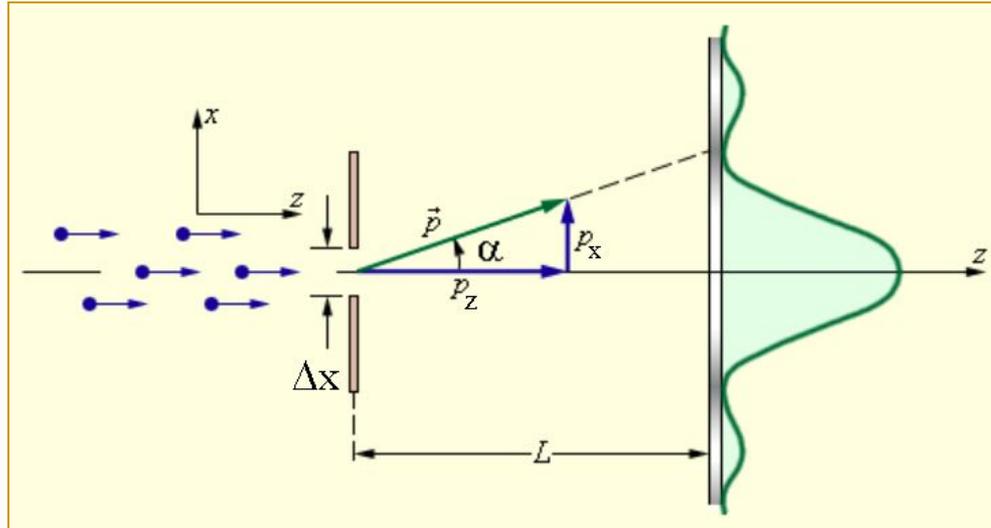
Величины, связанные подобным образом, называются канонически сопряженными.

Из этих соотношений видно, что чем точнее пытаемся локализовать частицу, например, пропуская её через узкую щель шириной Δx , тем больше из-за дифракционного рассеяния волны на этой щели, будет неопределенность соответствующей проекции импульса.



$$p_x = \Delta p_x = p \cdot \sin \alpha$$

Для 1-го дифракционного минимума: $\sin \alpha = \frac{\lambda}{\Delta x}$



$$\left. \begin{array}{l} \Delta p_x = p \cdot \frac{\lambda}{\Delta x} \\ \lambda = \frac{h}{p} \end{array} \right\} \Delta p_x = \frac{h}{\Delta x} \quad \Rightarrow \quad \Delta p_x \cdot \Delta x = h$$

С принципом неопределенности Гейзенберга некоторые физики пытались связать возможность нарушения в микромире принципа причинности. Однако для этого нет оснований. Принцип неопределенностей — лишь математическое выражение того факта объективной реальности, что общепринятые в классической физике понятия о физических величинах (координата, импульс и т.д.) применимы к микрообъектам лишь в ограниченной степени, т.е. с некоторым приближением.

Процессы взаимодействия, в которых участвуют микрочастицы, а также процессы внутри самих микрообъектов, нельзя описать с помощью наглядных моделей. Они качественно отличаются от законов классической механики. Отсутствие наглядных моделей в микромире приводит к представлению о микрочастице как "гибриде" обладающем свойствами частицы и волны. Такой корпускулярно-волновой дуализм является лишь вынужденным способом описания микромира, своеобразным раздвоением понятий об этом, непосредственно не воспринимаемом нашими ощущениями мире.

Дело в том, что еще полностью не известна природа разнообразных микрообъектов, безусловно являющимся единым целым, которое пока условно называют волной-частицей. Невозможность точного предсказания траектории частицы или изменения с течением времени ее импульса после взаимодействия частицы с заданным мелкомасштабным силовым полем не означает, однако, приписывания "свободы воли" электрону или другой микрочастице. Это говорит лишь о том, что эти объекты природы подчиняются другим физическим законам и что им присущи другие физические характеристики.