

# Вещественные числа\*

\*то, чего вы так долго ждали

---

**Вещественное, или действительное** число —  
математический объект, возникший из потребности  
измерения геометрических и физических величин  
окружающего мира, а также проведения таких  
вычислительных операций, как извлечение корня,  
вычисление логарифмов, решение алгебраических уравнений,  
исследование поведения функций.



---

***Если проще:***

***Вещественное, или действительное число —  
десятичная дробь.***



# Типы данных: что мы знаем?

---

## ▣ Целочисленные

`i := 8;`      `Integer`

`ShortInt`

`LongInt`

`Byte`

`Word`

## ▣ Логические

`a := True;`      `Boolean`



# Типы данных: чего нам не хватало?

---

- *«Необходимо напечатать таблицу перевода расстояний из дюймов в сантиметры для значений от  $L$  до  $R$  дюймов. Напомним, что 1 дюйм равен 25,4 миллиметрам.»*



# Типы данных: чего нам не хватало?

---

- «Необходимо напечатать таблицу перевода расстояний из дюймов в сантиметры для значений от  $L$  до  $R$  дюймов. Напомним, что 1 дюйм равен 25,4 миллиметрам.»



И как **ЭТО** хранить?



# Типы данных: чего нам не хватало?

---

Используя тип данных **Real**, конечно!



# Типы данных: Real

---

## □ Зачем?

Работа с физическими величинами:

Расчет дистанции

Расчет характеристик предмета

Программирование игр:

Создание физики

Да и, в принципе, везде:

Точность вычислений



# Точность вычислений

---

- Число, заданное десятичной дробью, всегда имеет некоторую точность вычислений (до десятых, до сотых, до тысячных и т.д.)
- Для задания разной степени точности используются разные типы данных



# Точность вычислений: типы данных

---

Тип	Диапазон значений	Точность	Формат



# Точность вычислений: типы данных

---

Тип	Диапазон значений	Точность	Формат
<b>Real</b>			



# Точность вычислений: типы данных

---

Тип	Диапазон значений	Точность	Формат
<b>Real</b>	2.9E-39 .. 1.7E38	11-12 знаков	6 байт



# Точность вычислений: типы данных

---

Тип	Диапазон значений	Точность	Формат
<b>Real</b>	2.9E-39 .. 1.7E38	11-12 знаков	6 байт
<b>Single</b>			



# Точность вычислений: типы данных

---

Тип	Диапазон значений	Точность	Формат
<b>Real</b>	2.9E-39 .. 1.7E38	11-12 знаков	6 байт
<b>Single</b>	1.5E-45 .. 3.4E38	7-8 знаков	4 байта



# Точность вычислений: типы данных

---

Тип	Диапазон значений	Точность	Формат
<b>Real</b>	2.9E-39 .. 1.7E38	11-12 знаков	6 байт
<b>Single</b>	1.5E-45 .. 3.4E38	7-8 знаков	4 байта
<b>Double</b>			



# Точность вычислений: типы данных

---

Тип	Диапазон значений	Точность	Формат
<b>Real</b>	2.9E-39 .. 1.7E38	11-12 знаков	6 байт
<b>Single</b>	1.5E-45 .. 3.4E38	7-8 знаков	4 байта
<b>Double</b>	5.0E-324 .. 1.7E308	15-16 знаков	8 байт



# Точность вычислений: типы данных

---

Тип	Диапазон значений	Точность	Формат
<b>Real</b>	2.9E-39 .. 1.7E38	11-12 знаков	6 байт
<b>Single</b>	1.5E-45 .. 3.4E38	7-8 знаков	4 байта
<b>Double</b>	5.0E-324 .. 1.7E308	15-16 знаков	8 байт
<b>Extended</b>			



# Точность вычислений: типы данных

---

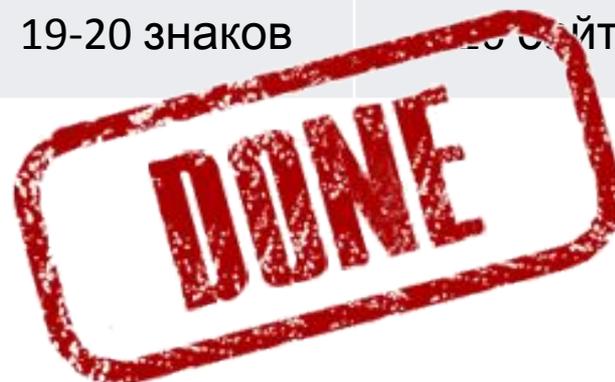
Тип	Диапазон значений	Точность	Формат
<b>Real</b>	2.9E-39 .. 1.7E38	11-12 знаков	6 байт
<b>Single</b>	1.5E-45 .. 3.4E38	7-8 знаков	4 байта
<b>Double</b>	5.0E-324 .. 1.7E308	15-16 знаков	8 байт
<b>Extended</b>	3.4E-4932 .. 1.1E4932	19-20 знаков	10 байт



# Точность вычислений: типы данных

---

Тип	Диапазон значений	Точность	Формат
<b>Real</b>	2.9E-39 .. 1.7E38	11-12 знаков	6 байт
<b>Single</b>	1.5E-45 .. 3.4E38	7-8 знаков	4 байта
<b>Double</b>	5.0E-324 .. 1.7E308	15-16 знаков	8 байт
<b>Extended</b>	3.4E-4932 .. 1.1E4932	19-20 знаков	10 байт



# Немножко практики

- Открываем
- Пробуем
- Натываемся на ошибки
- Спрашиваем

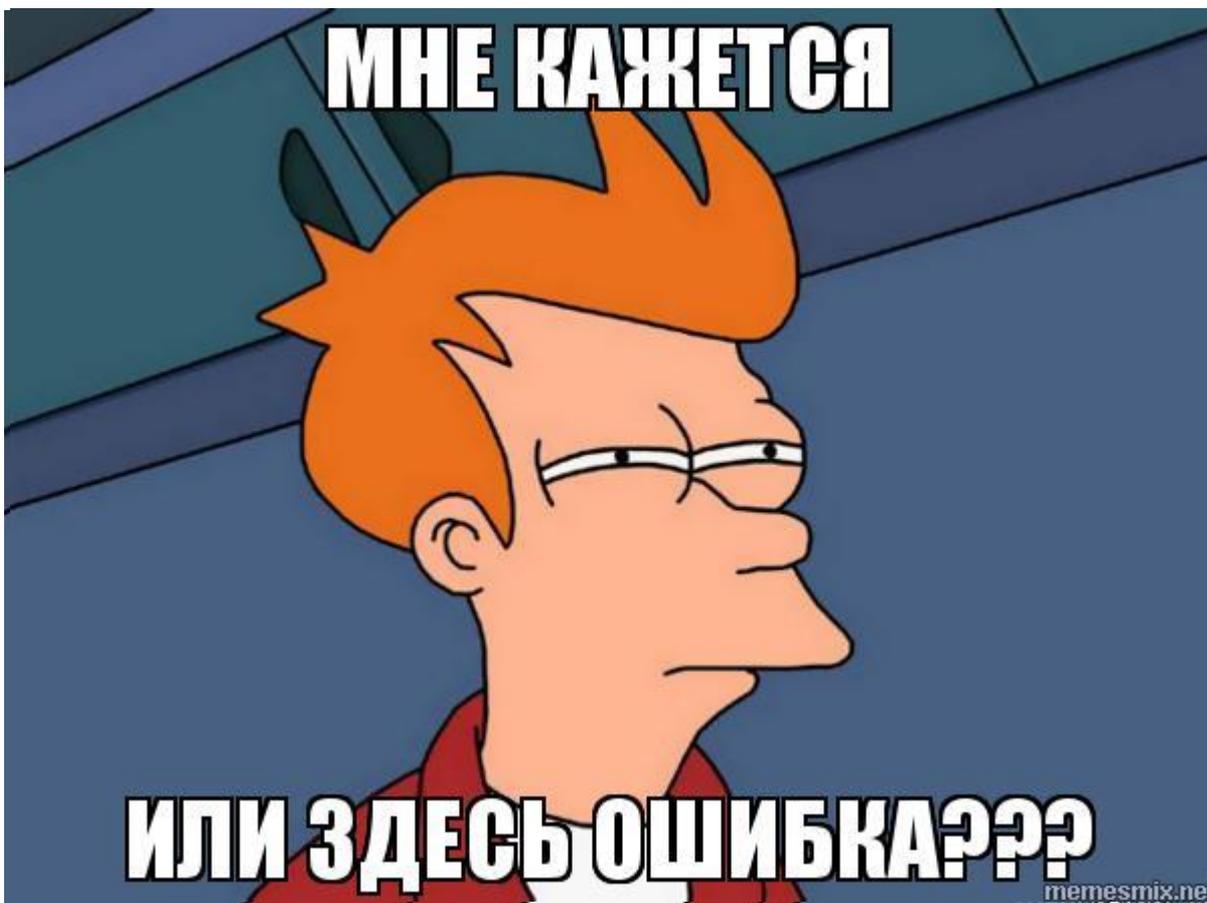
● Вещественный начнётся через 18 часов  
тип данных

1. Разминка!	
1.1 A. $A + B$	- / 100
1.2 B. Вывести выражение	- / 100
1.3 C. Карандаши-1	- / 100
1.4 D. Карандаши-2	- / 100
1.5 E. Оцени число-2	- / 100
1.6 F. Попадание-1	- / 100
2. Точные вычисления	
2.1 G. Площадь кольца	- / 100
2.2 H. На дачу!	- / 100
2.3 I. Вещественные числа - 2	- / 100
2.4 J. Покупка со скидкой	- / 100
3. Две половинки одного целого	
3.1 K. Первая в дробной части	- / 100
4. Блок любителей геометрии	
4.1 L. Конверты	- / 100
4.2 M. Периметр и площадь треугольника	- / 100
4.3 N. Тип треугольника	- / 100
5. Разбалловка	
5.1 Оценки	
+ добавить шаг	

+ Задачи

# Немножко практики

---



# Типы данных: Real

---

## ▣ **PascalABC vs Тестирующая система (FreePascal)**

Задача “G”: *Найти площадь круга*

Решение:

```
Var
  r, S: real;
Begin
  Readln(r);
  S := 3.14 * sqr(r);
  Write( S );
End.
```

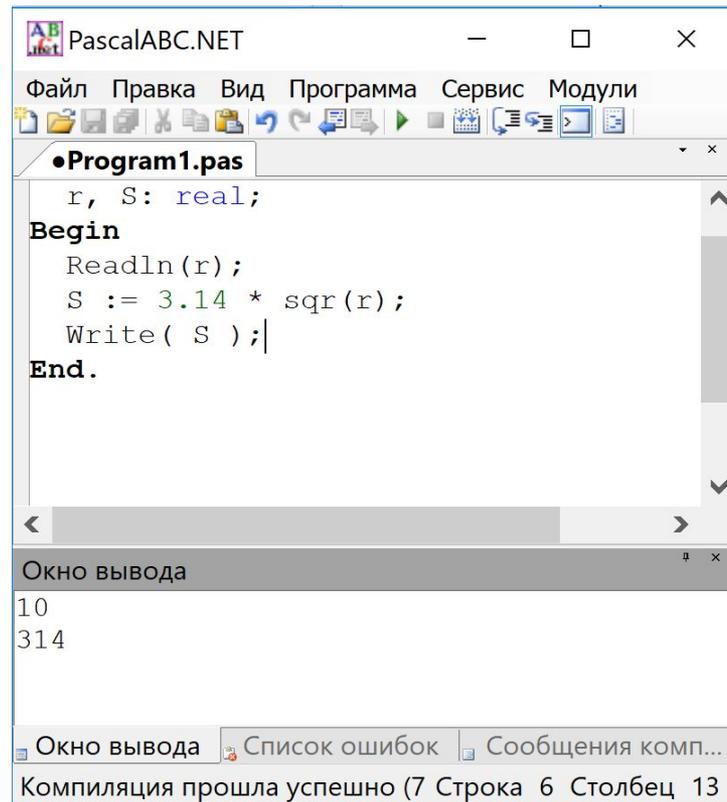


# Типы данных: Real

## ▣ PascalABC vs Тестирующая система (FreePascal)

Задача “G”: Найти площадь круга

Тестируем...



```
PascalABC.NET
Файл  Правка  Вид  Программа  Сервис  Модули
•Program1.pas
r, S: real;
Begin
  Readln(r);
  S := 3.14 * sqr(r);
  Write( S );|
End.

Окно вывода
10
314

Окно вывода  Список ошибок  Сообщения комп...
Компиляция прошла успешно (7 Строка 6 Столбец 13
```

# Типы данных: Real

---

## ▣ PascalABC vs Тестирующая система (FreePascal)

Задача “G”: Найти площадь круга

Тестируем...

<b>Тест #1</b>
<b>Input</b>
10
<b>Correct</b>
314
<b>Output</b>
3.1400000000000000E+002

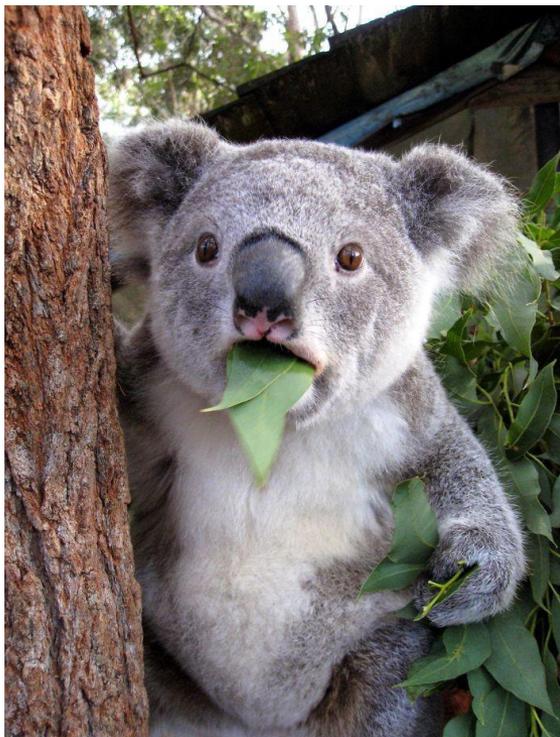


# Типы данных: Real

## ▣ PascalABC vs Тестирующая система (FreePascal)

Задача “G”: Найти площадь круга

Тестируем...



Тест #1

Input

10

Correct

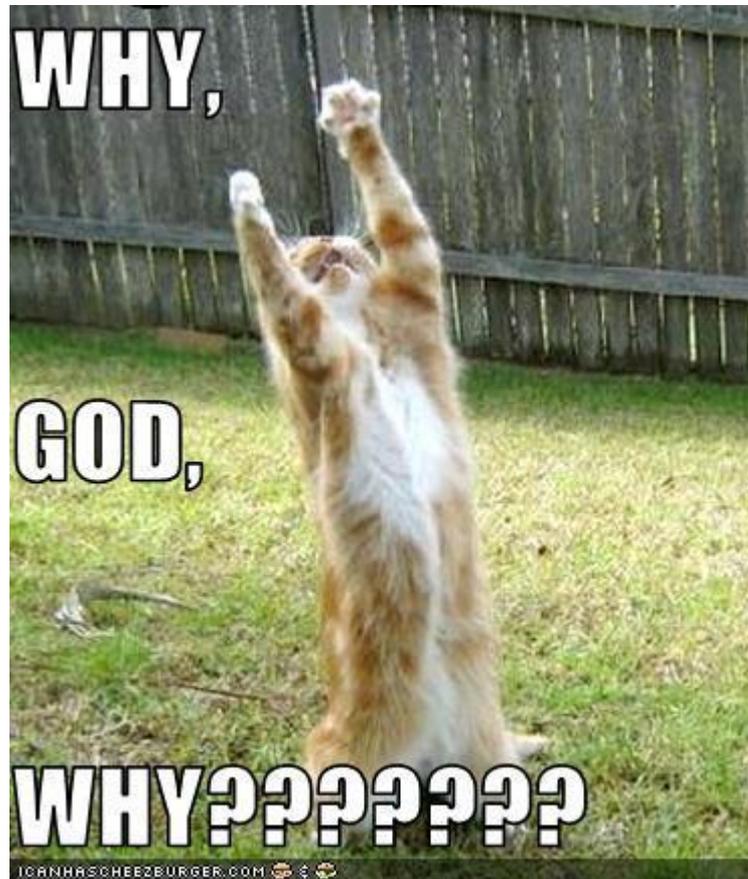
314

Output

3.1400000000000000E+002

# Типы данных: Real

---



# Способы записи числа

---

0.000009

$9 * 10^{-6}$

9E-6



# Форматный вывод

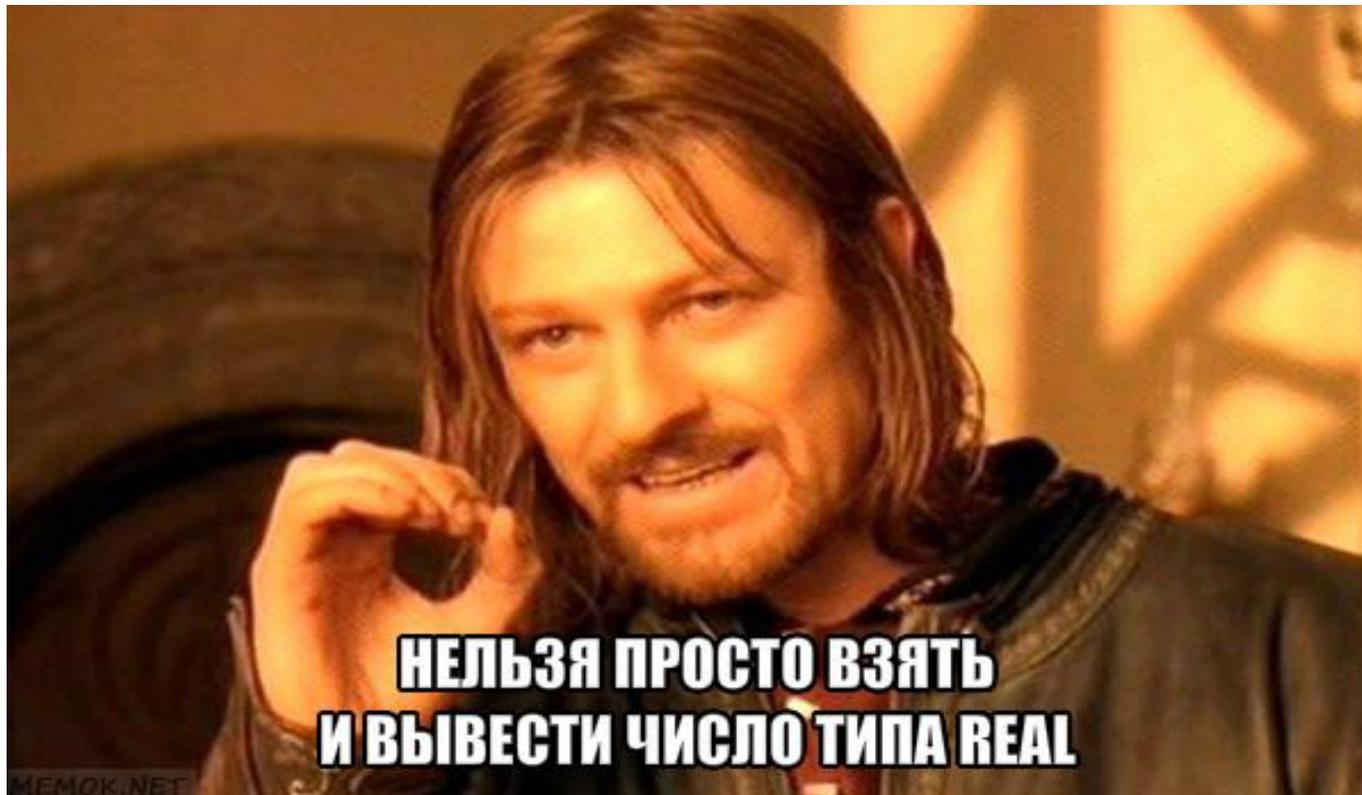
---

- PascalABC выводит числа, используя **десятичную** форму записи
- FreePascal выводит числа, используя **экспоненциальную** форму
- Ответ всегда требуется в **десятичной** форме!



# Форматный вывод

---



---

# BACK TO THE FUTURE



# ФОРМАТНЫЙ ВЫВОД

---

- **Задача:**      *Вывести на экран 4 числа, вводимых с клавиатуры,  
в два равных столбика.                      Все числа  $\leq 100$  и  $\geq 0$*



# ФОРМАТНЫЙ ВЫВОД

---

- **Задача:**      *Вывести на экран 4 числа, вводимых с клавиатуры,  
в два ровных столбика.                      Все числа  $\leq 100$  и  $\geq 0$*

- **Решение:**

```
Begin  
    Readln(a1, a2, a3, a4);  
    Writeln(a1:4, a2:4);  
    Writeln(a3:4, a4:4);  
End.
```



# ФОРМАТНЫЙ ВЫВОД

---

- **Задача:**      *Вывести на экран 4 числа, вводимых с клавиатуры,  
в два равных столбика.                      Все числа  $\leq 100$  и  $\geq 0$*

- **Решение:**

```
Begin
```

```
  Readln(a1, a2, a3, a4);
```

```
  Writeln( a1:4, a2:4);
```

```
  Writeln(a3:4, a4:4);
```

```
End.
```

---



---

# BACK TO THE FUTURE



# ФОРМАТНЫЙ ВЫВОД

---

```
Writeln(r:7:4);
```



# ФОРМАТНЫЙ ВЫВОД

---

Число будет состоять  
минимум из семи знаков

```
writeln(r: 7 : 4 );
```

Четыре из которых –  
знаки после запятой



# ФОРМАТНЫЙ ВЫВОД

---

Число будет состоять  
минимум из семи знаков

```
Writeln (r: 7 : 4) ;
```

Четыре из которых –  
знаки после запятой

или просто

```
Writeln (r:1:4) ;
```



# ФОРМАТНЫЙ ВЫВОД

---

```
Writeln(r:7:4);
```

или просто

**Число будет состоять из  
скольких угодно знаков**

```
Writeln(r:①:④);
```

**Четыре из которых –  
знаки после запятой**



# Форматный вывод

---

```
writeln (r:1:...) ;
```

смотря какая точность требуется в задаче  
(смотрите на *формат выходных данных*)



# Типы данных: Real

---

## ▣ PascalABC vs Тестирующая система (FreePascal)

Задача “G”: Найти площадь круга

Решение:

```
Var
  r, S: real;
Begin
  Readln(r);
  S := 3.14 * sqr(r);
  Write( S:1:4 );
End.
```

По условию требуется вывести результат с точностью до **четырёх** знаков после запятой.

---



# Типы данных: Real

---

**А также . . .**



---

# BACK TO THE FUTURE



# Целочисленные типы данных: что мы знаем?

---

## □ **Операции**

+          -          \*          div          mod  
=   <=          >=          <          >          <>

## □ **Функции**

ABS(x)    SQR(x)  
PRED(x)   SUCC(x)  
ORD(x)



# Real: операции и функции

---

## □ Операции

+          -          \*          ~~div~~   ~~mod~~  
=   <=   >=   <   >   <>

## □ Функции

ABS(x)   SQR(x)  
~~PRED(x)~~   ~~SUCC(x)~~  
~~ORD(x)~~



# Real: операции и функции

---

## ▣ Операции

+       -       \*       / операция деления

=   <=   >=   <   >   <>

## ▣ Функции

ABS(x)    SQR(x)

SQRT(x) квадратный корень из числа x



---

# BACK TO THE FUTURE



# Немного практики

- Открываем
- Продолжаем работу
- **Спрашиваем,**  
если что-то непонятно

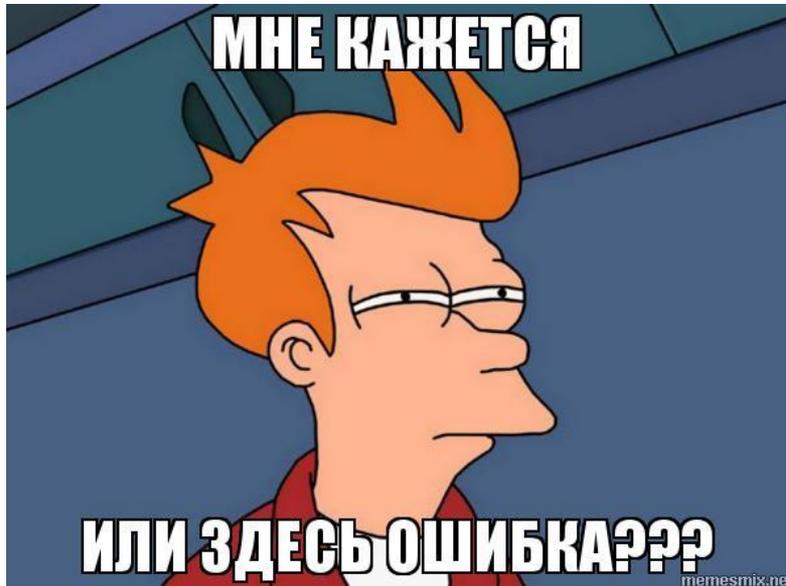
● **Вещественный**    начнётся через 18 часов  
тип данных

1. Разминка!	
1.1 А. $A + B$	- / 100
1.2 В. Вывести выражение	- / 100
1.3 С. Карандаши-1	- / 100
1.4 D. Карандаши-2	- / 100
1.5 Е. Оцени число-2	- / 100
1.6 F. Попадание-1	- / 100
2. Точные вычисления	
2.1 G. Площадь кольца	- / 100
2.2 H. На дачу!	- / 100
2.3 I. Вещественные числа - 2	- / 100
2.4 J. Покупка со скидкой	- / 100
3. Две половинки одного целого	
3.1 K. Первая в дробной части	- / 100
4. Блок любителей геометрии	
4.1 L. Конверты	- / 100
4.2 M. Периметр и площадь треугольника	- / 100
4.3 N. Тип треугольника	- / 100
5. Разбалловка	
5.1 Оценки	
+ добавить шаг	

**+ Задачи**

# Немножко практики

---



**Помните!**

Подкоренное выражение не может быть отрицательным, а знаменатель не может быть нулевым!



# Real: дополнительные функции

---

▣ **int(x)** – получение целой части числа (*real*)

Пример:  $\text{int}(74.805) = 74.0000000000$



# Real: дополнительные функции

---

- $\text{int}(x)$  – получение целой части числа (*real*)
- **$\text{frac}(x)$**  – получение дробной части числа

Пример:  $\text{frac}(74.805) = 0.8050000000$



# Real: дополнительные функции

---

- $\text{int}(x)$  – получение целой части числа (*real*)
- $\text{frac}(x)$  – получение дробной части числа
- **$\text{trunc}(x)$**  – получение целой части числа (*integer*)

Пример:  $\text{trunc}(74.805) = 74$



# Real: дополнительные функции

---

- $\text{int}(x)$  – получение целой части числа (*real*)
- $\text{frac}(x)$  – получение дробной части числа
- $\text{trunc}(x)$  – получение целой части числа (*integer*)
  
- **$\text{round}(x)$**  – округление число до целого

Пример:  $\text{round}(74.805) = 75$



# Немножко практики

- Открываем
- Продолжаем работу
- **Спрашиваем,**  
если что-то непонятно

● **Вещественный**    начнётся через 18 часов  
тип данных

1. Разминка!	
1.1 A. $A + B$	- / 100
1.2 B. Вывести выражение	- / 100
1.3 C. Карандаши-1	- / 100
1.4 D. Карандаши-2	- / 100
1.5 E. Оцени число-2	- / 100
1.6 F. Попадание-1	- / 100
2. Точные вычисления	
2.1 G. Площадь кольца	- / 100
2.2 H. На дачу!	- / 100
2.3 I. Вещественные числа - 2	- / 100
2.4 J. Покупка со скидкой	- / 100
3. Две половинки одного целого	
3.1 K. Первая в дробной части	- / 100
4. Блок любителей геометрии	
4.1 L. Конверты	- / 100
4.2 M. Периметр и площадь треугольника	- / 100
4.3 N. Тип треугольника	- / 100
5. Разбалловка	
5.1 Оценки	
+ добавить шаг	

**+ Задачи**

# Итоги

---

- Для хранения *дробных чисел* в Pascal используется тип данных **Real**
- Для **деления** используется операция «/»
- Некоторые функции (pred, succ, ord) **не работают**
- Есть **дополнительные функции** (sqrt, int, frac, trunc, round)
- Для корректного **отображения** результата необходимо использовать *форматный вывод*



# Домашнее задание

## В течение недели

- Открываем
- Продолжаем работу
- **Конечная цель:  
довести работу до конца**

**Вещественный**    начнётся через 18 часов  
тип данных

1. Разминка!	
1.1 A. $A + B$	- / 100
1.2 B. Вывести выражение	- / 100
1.3 C. Карандаши-1	- / 100
1.4 D. Карандаши-2	- / 100
1.5 E. Оцени число-2	- / 100
1.6 F. Попадание-1	- / 100
2. Точные вычисления	
2.1 G. Площадь кольца	- / 100
2.2 H. На дачу!	- / 100
2.3 I. Вещественные числа - 2	- / 100
2.4 J. Покупка со скидкой	- / 100
3. Две половинки одного целого	
3.1 K. Первая в дробной части	- / 100
4. Блок любителей геометрии	
4.1 L. Конверты	- / 100
4.2 M. Периметр и площадь треугольника	- / 100
4.3 N. Тип треугольника	- / 100
5. Разбалловка	
5.1 Оценки	
+ добавить шаг	

**Задачи**

🔍 ☰ 🏆 👤 🖨️ ⬇️  $\frac{A}{Z}$  ⚙️

