

# Законы сохранения

## План лекции

1. Импульс тела.
2. Энергия.

# Импульс тела

*Импульс тела* – векторная физическая величина равная произведению массы тела на его скорость.

$$\vec{p} = m\vec{v}$$



Единица измерения -  
кг\*м/с.

## иная формулировка 2 закона Ньютона

$$m\vec{a} = \vec{F}$$

$$m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{m d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$$

Производная импульса тела по времени равна действующей на него силе (сумме сил).

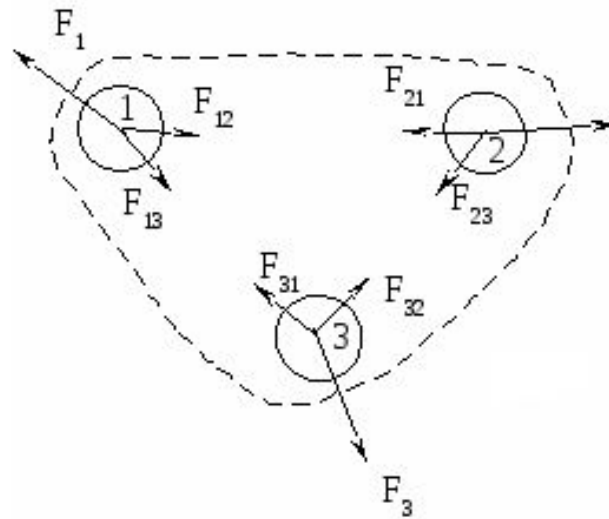
# Закон сохранения импульса

Сумма импульсов тел системы называют импульсом системы:

$$\vec{p} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots + m_n \vec{v}_n$$

Система называется *замкнутой*, если на неё не действуют внешние силы, либо действуют, но их равнодействующая равна нулю.

$$\sum \vec{F}_{\text{внеш}} = 0$$

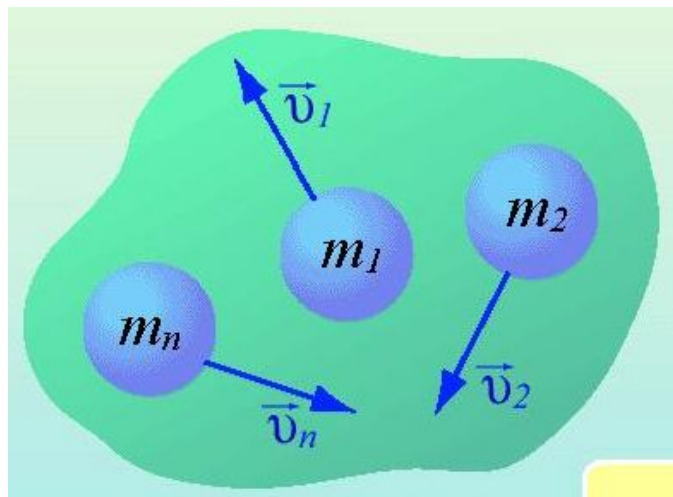


В замкнутой системе действуют только внутренние силы

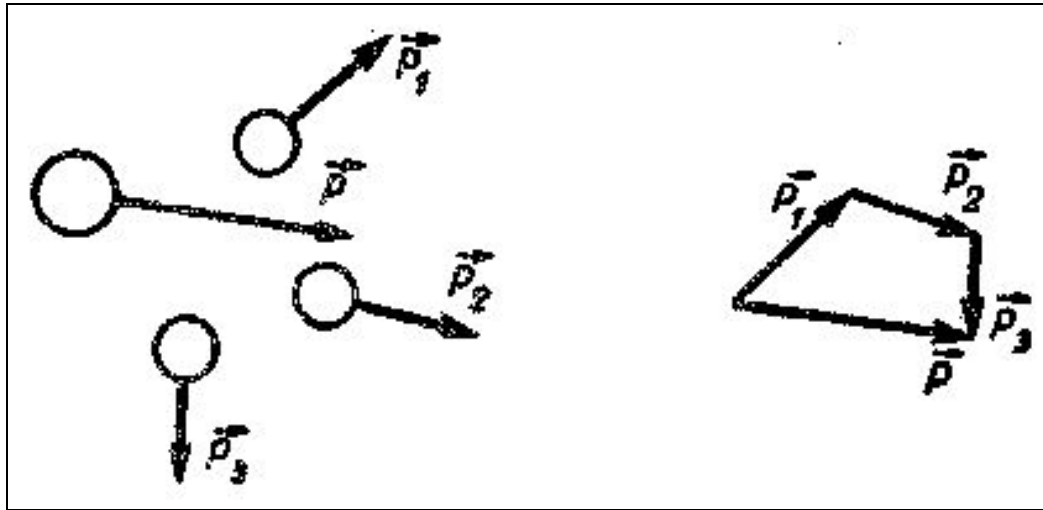
Закон сохранения импульса.

в замкнутой системе векторная сумма импульсов тел, входящих в данную систему, остается постоянной во времени:

$$\left( m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots + m_n \vec{v}_n \right) = \text{const}$$



Главным моментом является то, что в замкнутой системе тел векторная сумма импульсов всех тел остается постоянной. И совершенно не важно, что происходит в системе - сумма импульсов всегда одна и та же.



Импульс замкнутой системы  
сохраняется:

$$\vec{p}_{\text{итого}} = \text{const}$$

# центр масс

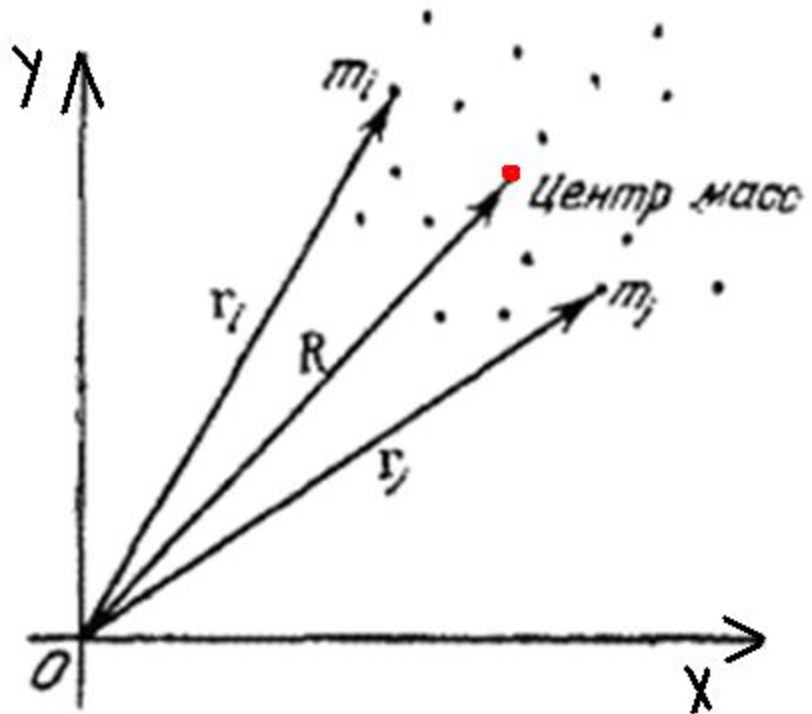
Центром масс системы материальных точек называется точка  $C$ , положение которой в пространстве задается радиус-вектором, определяемым следующим образом:

$$\vec{R}_c = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \dots + m_n \vec{r}_n}{M}$$

где  $r$  – радиус-вектор тела,  $m$  – масса тела,  $M$  – масса системы.

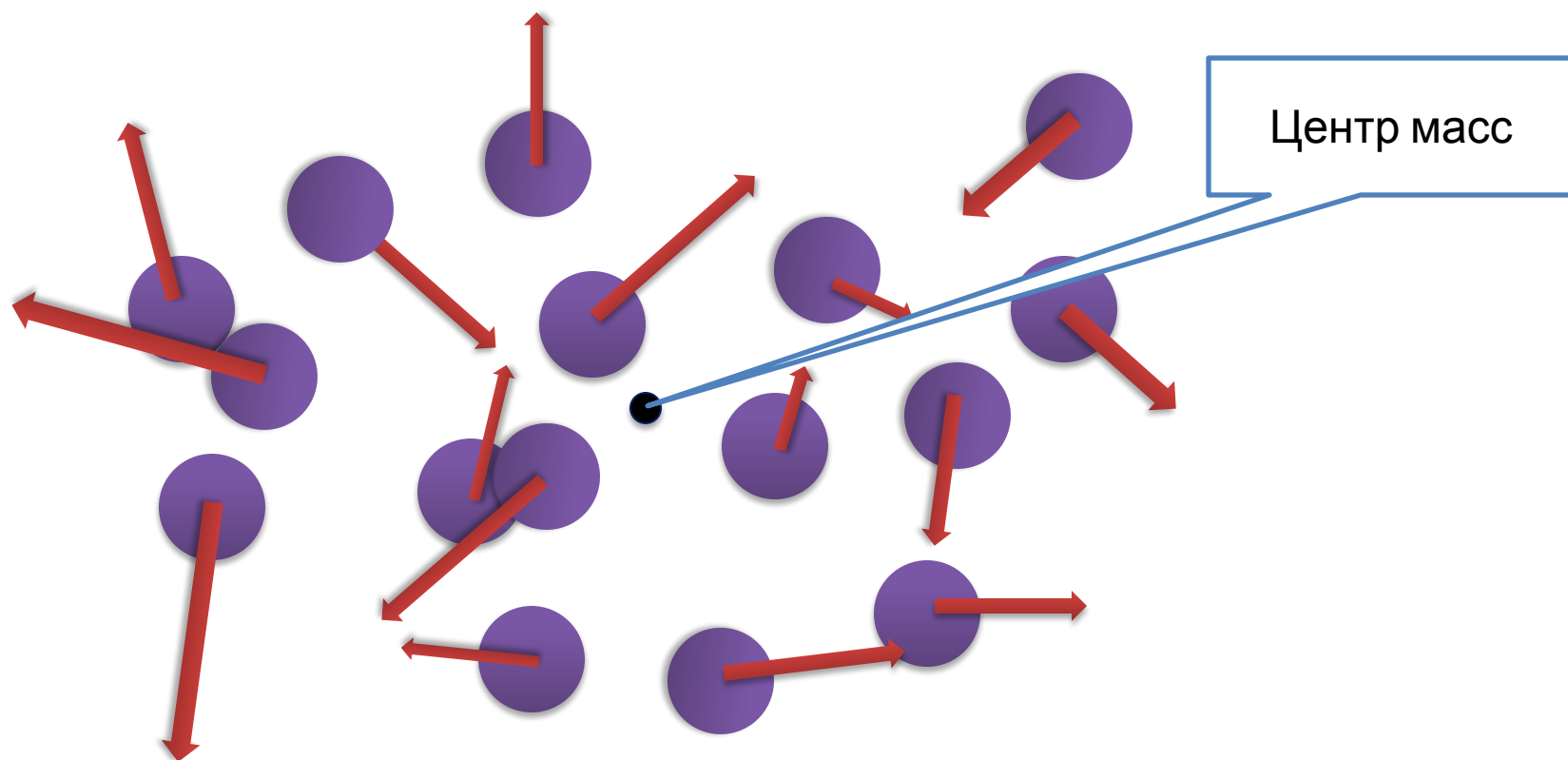
$$M = m_1 + m_2 + \dots + m_n$$

$$\vec{R}_c = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{M}$$



Если система замкнута, то центр масс движется прямолинейно и равномерно, либо остается неподвижным

$$\vec{V}_c = \text{const}$$

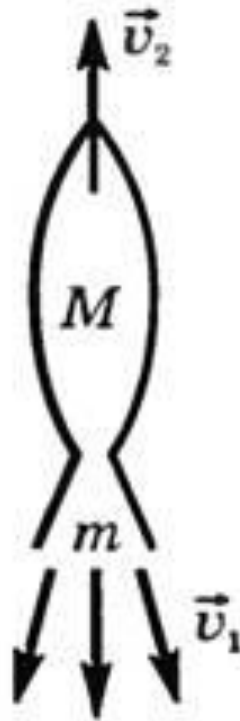




## Реактивное движение

*Реактивное движение* - движение, возникающее при отделении от тела с некоторой скоростью какой-либо его части.

В случае реактивного движения масса тела не остается постоянной, она уменьшается, т.к. часть массы отбрасывается.



# Энергия

Энергия является универсальной мерой движения и взаимодействия любых объектов в природе. Имеются различные формы энергии: механическая, тепловая, электромагнитная, ядерная. . .

Опыт показывает, что энергия не появляется ниоткуда и не исчезает бесследно, она лишь переходит из одной формы в другую. Это фундаментальное свойство энергии. Каждый вид энергии представляет собой некоторое математическое выражение.

## Виды механической

### ~~энергии~~ 1. *Кинетическая энергия*

Кинетическая энергия – энергия движения тела.

$$A_{\dot{e}} = \frac{mv^2}{2}$$

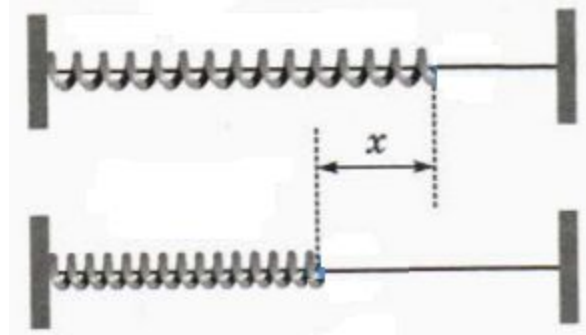
$m$  – масса тела,  $v$  - его скорость

## 2. Потенциальная энергия

Потенциальная энергия – энергия взаимодействия тела.

### 2.1 Потенциальная энергия упруго деформированного тела

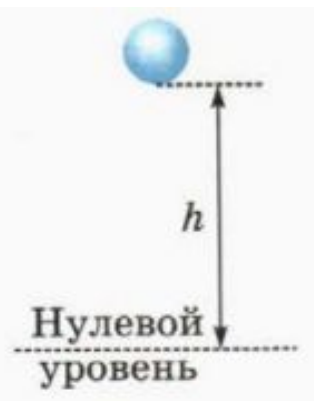
$k$  – жесткость  
пружины



### 2.2 Потенциальная энергия тела вблизи поверхности Земли

$$A_i = mgh$$

$m$  – масса тела,  $h$  – высота



Механическая энергия  $E$  тела равна сумме его кинетической и потенциальной энергий:

$$\dot{A} = \dot{A}_{\hat{e}} + \dot{A}_{\ddot{i}}$$

Механическая энергия системы тел равна сумме их кинетических энергий и потенциальной энергии их взаимодействия друг с другом.

$$E_{пол} = \sum E_k + \sum E_n$$

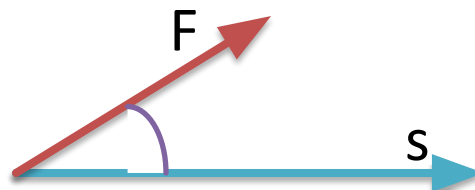
*Закон сохранения механической энергии:*

Если в замкнутой системе действуют только консервативные силы, то механическая энергия системы сохраняется.

# Механическая работа

*Механическая работа* некоторой силы  $F$  есть скалярная величина равная произведению этой силы на перемещение и на угол между направлениями силы и перемещением.

$$A = F \cdot s \cdot \cos\alpha$$

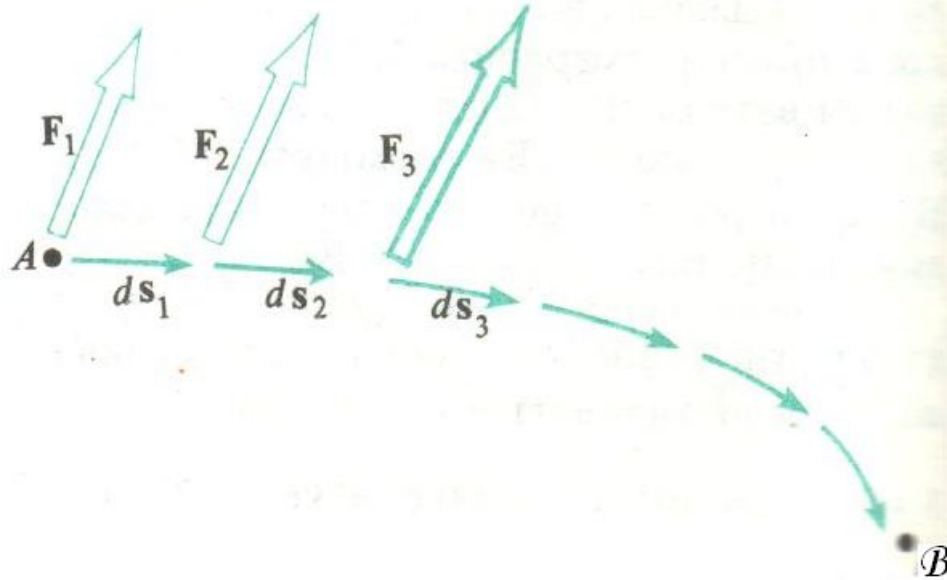


Или, используя векторную алгебру, можем записать так:

$$A = (\vec{F} \cdot \vec{s})$$

Единица измерения работы – 1  
Джоуль.

Работа переменной силы на криволинейной траектории:



$$A = \int_{\hat{A}}^{\hat{A}} F ds \cos \alpha$$

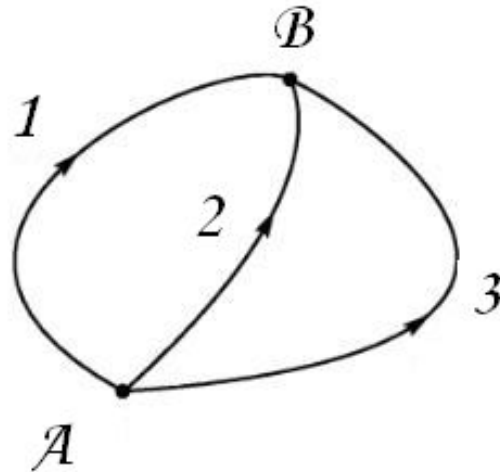
# О консервативных силах

Есть особые силы, работа которых не зависит от формы траектории, а определяется только начальным и конечным положением тел.

Такие силы называют *консервативными*.

Например, к консервативным силам относятся сила тяжести, сила упругости.

Неконсервативной силой является сила трения.



# МОЩНОСТЬ

Часто имеет значение быстрота, с которой совершается работа.

Мощность  $N$  есть отношение работы  $A$  ко времени  $t$ , за которое эта работа совершена:

$$N = \frac{A}{t}$$

Мощность численно равна работе совершённой в единицу времени. Единица измерения мощности – 1 Ватт.

Математически мощность можно определить через производную работы по времени:

$$N = \frac{dA}{dt}$$

Мощность, развиваемая силой  $F$  при движении тела со скоростью  $V$ :

$$N = \left( \overset{\text{В}}{F} \cdot \overset{\text{м/с}}{V} \right)$$



# Связь работы и энергии

*Теорема о кинетической энергии.*

Изменение кинетической энергии тела равно работе, совершённой приложенными к телу внешними силами за рассматриваемый промежуток времени.

$$\dot{A}_{\dot{e}2} - \dot{A}_{\dot{e}1} = \dot{A}$$

Работа консервативной силы равна убыли потенциальной энергии:

$$\dot{A}_{\ddot{i}1} - \dot{A}_{\ddot{i}2} = \dot{A}$$

# Центральный удар шаров

*Удар* – кратковременное взаимодействие тел, при котором возникают деформации и ударные силы значительной величины.

Различают два предельных случаев

удара:

1. *Абсолютно упругий*

*удар.*

После такого удара тела полностью восстанавливают свои формы, полная механическая энергия не переходит в другие формы, то есть сохраняется.

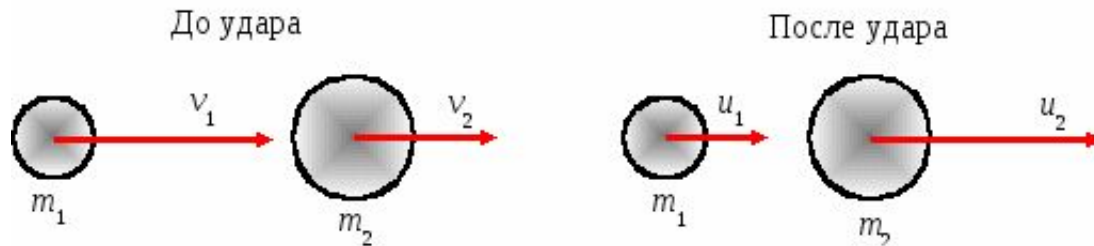
2. *Неупругий*

*удар.*

После такого удара тела деформируются, слипаются и движутся с одной скоростью. Механическая энергия частично переходит в тепловую, то есть не сохраняется.

# Центральный удар

Удар называется *центральным*, если до удара шары движутся вдоль линии, проходящей через их центры масс.



Если известны массы  $m_1, m_2$  и скорости шаров до удара:  $v_1, v_2$  то, используя законы сохранения импульса и энергии, можно найти скорости шаров после абсолютно упругого удара:  $u_1, u_2$

$$\begin{cases} u_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2} \\ u_2 = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2} \end{cases}$$