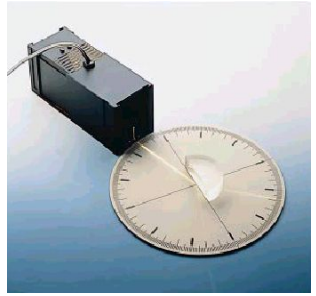
«Общепринятые способы обработки данных, оценка ошибок, заполнение таблицы, построение графика при выполнении л/р»



Усть-Каменогорск, 2021

Эксперимент как метод исследований

Эксперимент (от лат. «проба, опыт») - ведущий метод научного познания, направлен на выявление причинно-следственных зависимостей. Характеризуется созданием оптимальных условий для изучения определенных явлений, а также целенаправленным и контролируемым изменением этих условий.

Одно из основных понятий при описании эксперимента - *переменная*. Так называют любое реальное условие ситуации, которое может быть изменено.

Виды переменных:

Независимая переменная – это та, которую изменяет экспериментатор.

Зависимая переменная – фактор, изменяющийся в ответ на ввод независимой переменной.

Контролируемая величина – те условия, которые в ходе эксперимента не должны меняться.

Например, при определении плотности пластилина независимой переменной будет ***объем тела*** (именно его вы меняете в ходе эксперимента), в зависимости от объема будет меняться ***масса,*** а контролируете ***плотность*** (исследуете несколько кусков одного и того же бруска пластилина), кроме этого контролируемыми величинами могут выступать постоянная температура в эксперименте, влажность и другие факторы.

Основные этапы выполнения лабораторной работы:

обсуждение результатов (нахождение недостатков и предложения по усовершенствованию методов исследования)

формулирование выводов (о подтверждении/не подтверждении гипотезы данными экспериментами, констатация основных результатов наблюдений)

запись и обработка данных
(в виде таблицы, графиков с использованием статистического анализа)

выбор соответствующего метода исследования и материалов, проведение эксперимента

формулирование вопроса/цели исследования

планирование эксперимента
(формулирование гипотезы, определение независимой, зависимой и контролируемых переменных)

Систематические погрешности обусловлены ограниченной точностью изготовления приборов (приборные погрешности), недостатками выбранного метода измерений, неточностью расчетной формулы, неправильной установкой прибора и т.д.

Таким образом, систематические погрешности вызываются факторами, действующими одинаковым образом при многократном повторении одних и тех же измерений. Величина этой погрешности систематически повторяется либо изменяется по определенному закону. Некоторые систематические ошибки могут быть исключены путем изменения метода измерений, введение поправок к показаниям приборов, учета постоянного влияния внешних факторов.

/неисправность (раскалибровка) измерительного прибора, например, замедленный ход секундомера, смещение нулевой точки на шкале динамометра («нулевая погрешность»), неправильное направление взгляда при снятии показаний стрелочного прибора (погрешность параллакса). Иногда к возникновению систематической погрешности могут приводить факторы, не учтенные в самом методе измерений, например, действие силы Архимеда, не учитываемое при взвешивании груза. /

Хотя систематическая (приборная) погрешность при повторных измерениях дает отклонение измеряемой величины от истинного значения в одну сторону, мы никогда не знаем в какую именно. Поэтому приборная погрешность записывается с двойным знаком

Случайные погрешности вызываются большим числом случайных причин (изменением температуры, давления, сотрясения здания и т.д.), действия которых на каждое измерение различно и не может быть заранее учтено. Случайные погрешности происходят также из-за несовершенства органов чувств экспериментатора. К случайным погрешностям относятся и погрешности обусловленные свойствами измеряемого объекта.

Исключить случайные погрешности отдельных измерений невозможно, но можно уменьшить влияние этих погрешностей на окончательный результат путем проведения многократных измерений.

Измерения могут быть подвержены одновременно систематическим и случайным погрешностям. В таких случаях рассчитывают полную погрешность измерений Δ: $\Delta = \sqrt{\Delta^2_{сл} + \Delta^2_{сист}}$,

Если случайная погрешность окажется значительно меньше приборной (систематической), то нет смысла дальше уменьшать величину случайной погрешности за счет увеличения числа измерений. Если же случайная погрешность больше приборной, то число измерений следует увеличить, чтобы уменьшить значение случайной погрешности и сделать ее меньше или одного порядка с погрешностью прибора.

Промахи, или грубые ошибки, - это неправильные отсчеты по прибору, неправильная запись отсчета и т.п. Как правило, промахи, обусловленные указанными причинами хорошо заметны, так как соответствующие им отсчеты резко отличаются от других отсчетов. Промахи должны быть устранены путем контрольных измерений.

Таким образом, ширину интервала в котором лежат истинные значения измеряемых величин, будут определять только случайные и систематические погрешности.

Нахождение среднего значения и погрешности измерений методом границ (метод Корнфельда)

В зависимости от характеристик измеряемой величины для определения погрешности измерений используют различные методы.

Метод границ, заключается в выборе *доверительного интервала*, в пределах от минимального до максимального результата измерений, и погрешность как половина разности между максимальным и минимальным результатом измерения:

$$\Delta x = \frac{x_{max} - x_{min}}{2}$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{x_{cp}}; \quad x_{cp} = \frac{x_{max} + x_{min}}{2}$$

Запись результатов измерений

При вычислении абсолютной погрешности Δx полученное значение округляют до одной значащей цифры. Сам же результат измерения $x_{изм}$ записывают с таким количеством десятичных знаков, которое не превышает их количество в округленном значении абсолютной погрешности.

Пусть, например, измерения ускорения свободного падения дали результат $g_{изм}$=9,81 м/с2, а его рассчитанная погрешность составила Δg = 0,26 м/с2. Тогда в соответствии с вышеупомянутыми правилами результат измерения должен быть представлен как g = (9,8 ± 0,3) м/с2.

Погрешности измерений

Прямые измерения

1) если единичное измерение

$$x = (x_{\text{изм}} \pm \Delta x) \text{ единица измерения,}$$

2) если несколько измерений:

$$x_{\text{ср}} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{x_{max} + x_{min}}{2},$$

$$\Delta x = \frac{\sum_{i=1}^{n} |x_i - x_{\text{ср}}|}{n} = \frac{x_{max} - x_{min}}{2}$$

относительная погрешность:

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{x_{\text{ср}}} 100\%$$

Косвенные измерения

Искомая величина	Абсолютная погреш-ность	Относительная погрешность
$C = A \pm B$	$\Delta C = \Delta A + \Delta B$	$\Delta C = \frac{\Delta A + \Delta B}{A \pm B}$
$C = const$	$\Delta C = 0$	
$C = A \cdot B$	$\Delta C = \Delta A \cdot B + A \cdot \Delta B$	$\varepsilon_C = \varepsilon_A + \varepsilon_B = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B}$
$C = \frac{A}{B}$	$\Delta C = \frac{\Delta A \cdot B + A \cdot \Delta B}{B^2}$	$\varepsilon_C = \varepsilon_A + \varepsilon_B = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B}$
$C = \sqrt{A}$		$\varepsilon_C = \frac{1}{2}\varepsilon_A = \frac{1}{2}\frac{\Delta A}{A}$

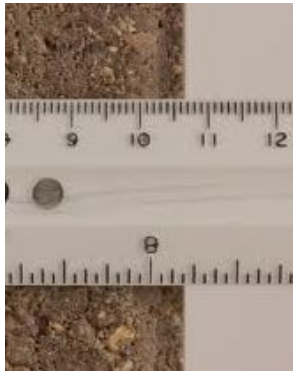
Приборная погрешность

Аналоговые приборы

$$\Delta x = \frac{(\textit{класс точности},\%)\cdot(\max\ \textit{значение шкалы})}{100\%}.$$

Если класс точности на приборе не указан, то абсолютную погрешность берут равной половине цены наименьшего деления.

Пример:



L = (10.60 ± 0.05) см

(интервал, в котором лежит истинное значение измеряемой величины 10.55-10.65 см)

При этом в измеренном значении следует оставлять столько десятичных знаков, сколько их в значении погрешности

Цифровые приборы

При неизвестном классе точности или паспортной формуле за приборную погрешность принимают единицу наименьшего разряда цифрового индикатора при однократном отсчете или единицу последнего стабильно горящего (немигающего) разряда при непрерывно проводимых измерениях

Пример:

m = (126.4±0.1) гр

истинное значение массы лежит в интервале от 126.3 г до 126.5 г

Запись и округление результата измерения

1) общий показатель степени выносят за скобку или заменяют соответствующей приставкой: микро, милли, кило, мега и др.

$$x = 0.22 \pm 0.03 \text{ м} = (22 \pm 3)\cdot 10^{-2} \text{ м} = 22 \pm 3 \text{ см}$$

Запрещены записи вида $x = 22\cdot 10^{-2} \pm 30\cdot 10^{-3}$ м или $x = 0.22 \pm 3\cdot 10^{-2}$ м. Показатель 10^1 не выносится.

2) Если результат будет в дальнейшем использован в вычислениях, то во избежание накопления погрешностей за счет округлений погрешность округляют до двух значащих цифр при любой первой.

3) Если результат измерения является окончательным и не будет использован в вычислениях других величин, то доверительную погрешность Δx округляют до первой значащей цифры, если она равна или больше 2, или до двух значащих цифр, если первая равна 1.

4) Среднее значение x округляют до того разряда, которым оканчивается округленная погрешность Δx:

Неокругленный результат	Округленный результат
1237.2 ± 32	$(12.4 \pm 0.3)\cdot 10^{2}$
$(7.854 \pm 0.0476)\cdot 10^{-3}$	$(7.85 \pm 0.05)\cdot 10^{-3}$
83.2637 ± 0.0126	83.264 ± 0.013
2.48 ± 0.931	2.5 ± 0.9
2.48 ± 0.96	2.5 ± 1.0

A WOMAN STEPS ON DIFFERENT SCALES TO WEIGH HERSELF.

HER ACTUAL WEIGHT IS 110 LBS.

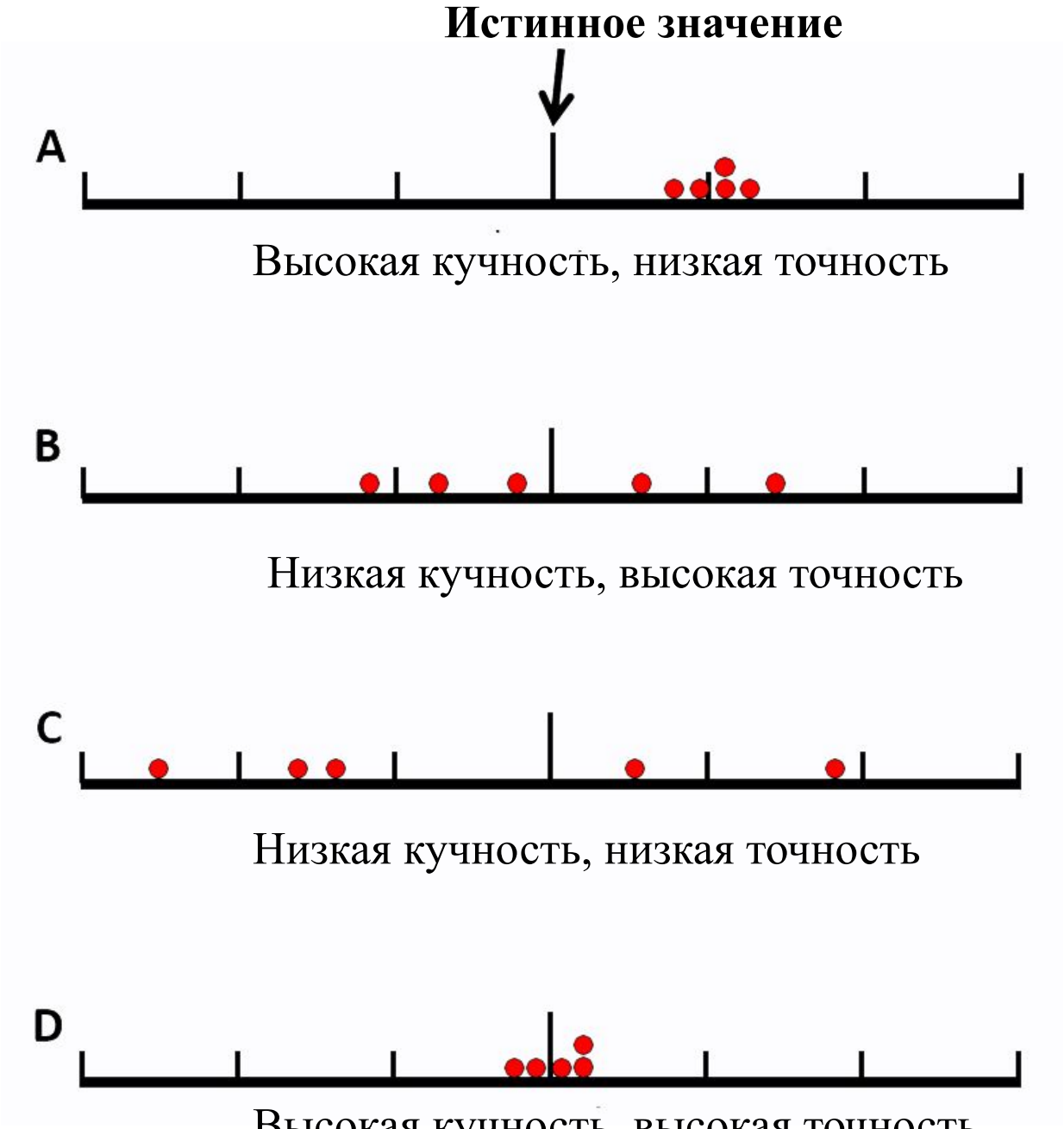
Нақтылық та дәлдік те төмен	Нақтылық төмен, жоғары дәлдік	Нақтылық та дәлдік те жоғары
132 lbs.	150 lbs.	110 lbs.
145 lbs.	149 lbs.	110 lbs.
107 lbs.	149 lbs.	109 lbs.
123 lbs.	150 lbs.	110 lbs.

Точность - мера того, насколько близко результат измерения к истинному значению измеряемой величины.

- Accuracy - a measure of how close a measurement is to the true value of the quantity being measured.

Кучность - мера того, насколько близки серии измерений друг к другу.

- Precision – a measure of how close a series of measurements are to one another. A measure of how exact a measurement is.


Истинное значение
A
Высокая кучность, низкая точность
B
Низкая кучность, высокая точность
C
Низкая кучность, низкая точность
D
Высокая кучность, высокая точность

Example: Accuracy

- Who is more accurate when measuring a book that has a true length of 17.0cm?

Susan:

17.0cm, 16.0cm, 18.0cm, 15.0cm

Amy:

15.5cm, 15.0cm, 15.2cm, 15.3cm

Example: Precision

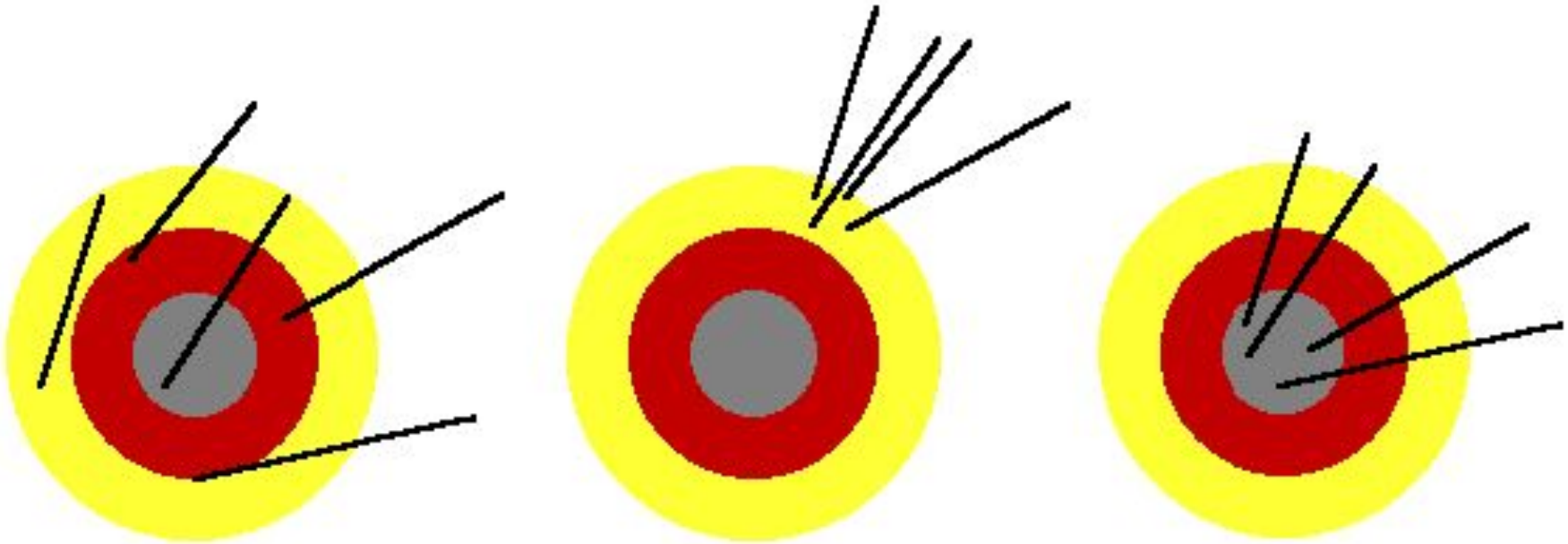
Who is more precise when measuring the same 17.0cm book?

Susan:

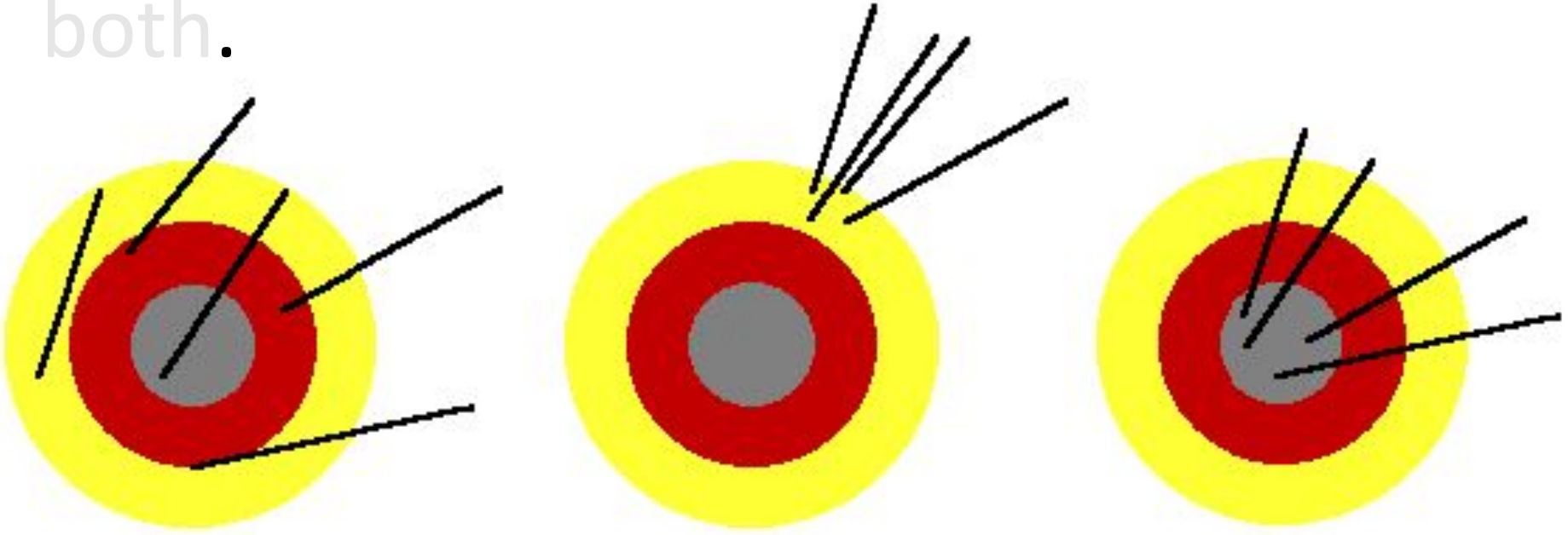
17.0cm, 16.0cm, 18.0cm, 15.0cm

Amy:

15.5cm, 15.0cm, 15.2cm, 15.3cm

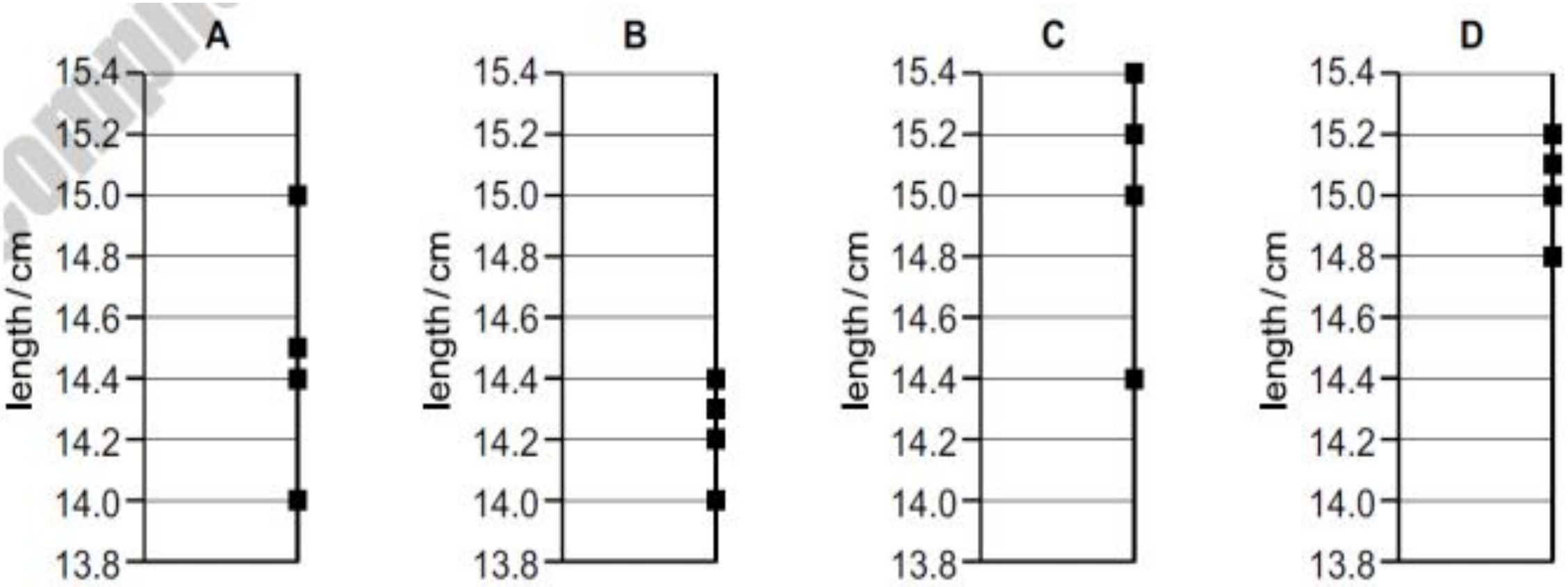


Example: Evaluate whether the following are precise, accurate or both.



Accurate Not Precise	Not Accurate Precise	Accurate Precise

Домашнее задание Четверо учеников измеряют длину карандаша линейкой. Фактический размер карандаша 15,0 см. Результаты измерений студентов показаны на рисунке 1.



Найдите среднюю длину карандаша для каждого измерения. [1]

Найдите абсолютную ошибку для каждого измерения. [1]

Укажите, какой ученик точно измерил длину карандаша. [1]

Найдите относительную погрешность. [1]

Представление данных:

Mass/g ±0.1 g	Length 1/cm ±0.05 cm	Length 2/cm ±0.05 cm	Length 3/cm ±0.05 cm	Length 4/cm ±0.05 cm
124.1	2.40	2.30	2.50	2.40
235.2	3.00	3.10	2.90	3.00
344.0	3.40	3.30	3.40	3.50
463.2	3.70	3.80	3.60	3.70
571.2	4.00	4.10	3.90	4.00
660.0	4.20	4.30	4.10	4.20

- Первая строка таблицы (заголовок) должна быть заполнена (наименование физической величины /единица измерения);
- измерения следует проводить несколько раз (не менее 5 раз);
- Столбцы таблицы должны быть заполнены в порядке возрастания или убывания;
- Погрешность прибора записывается в названии столбца или рядом с каждым измерением;
- Правильно записана степень точности величин.

Оценка и управление рисками

- **Риском** называют вероятность возникновения какой-либо опасности во время проведения эксперимента.
- Под термином **опасность** следует понимать все то, что может причинить вред здоровью исследователя или окружающей среде.
- **Источниками опасности** в эксперименте могут служить используемые в нем предметы или материалы (горячие тела, подвешенные грузы, баллоны со сжатыми газами, отравляющие, взрывчатые или легковоспламеняющиеся вещества), оборудование (режущие или колющие инструменты, электроприборы, источники ультрафиолетового или лазерного излучения), а также некоторые виды работ (в непроветриваемом помещении, на большой относительно пола высоте, с движущимися механизмами).
- Выбор мер безопасности определяется степенью риска. В экспериментах, в которых *риски незначительны*, можно ограничиться минимальными стандартными мерами, такими как *неукоснительное соблюдение техники безопасности, использование средств индивидуальной защиты (защитных очков, перчаток, респиратора и т. д.)*. Эксперименты с более *высокой степенью риска* для своего безопасного выполнения могут потребовать соблюдения *особых мер, таких как усиленная вентиляция помещения, заземление электрооборудования, проведение обучающего тренинга по технике безопасности и т. д.*

Propagating uncertainties through calculations

If data are to be **added** or **subtracted**, **add** the ***absolute*** *uncertainty:*

$$\Delta(a \pm b) = \Delta a + \Delta b$$

$$a = (3.2 \pm 0.2)m$$

$$b = (2.3 \pm 0.1)m$$

$$a + b = (5.5 \pm 0.3)m$$

$$a - b = (0.9 \pm 0.3)m$$

Propagating uncertainties through calculations

If data are to be **multiplied** or **divided**, **add** the ***fractional*** *or* ***percentage*** *uncertainty:*

$$y = \frac{a \cdot b}{c} \qquad \frac{\Delta y}{y} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta c}{c}$$

$a = (2.3 \pm 0.2)m \qquad b = (3.2 \pm 0.1)m$

$$A = a \cdot b \qquad \frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b}$$

$$\Delta A = 7.36(0.087 + 0.031) = 0.868$$

$$A = (7.4 \pm 0.9)m$$

$$a \cdot b = 7.36$$

$$\frac{a}{b} = 0.719$$

$$\frac{\Delta a}{a} = 0.087$$

$$\frac{\Delta b}{b} = 0.031$$

$$B = \frac{a}{b} \qquad \frac{\Delta B}{B} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b}$$

$$\Delta B = 0.719(0.087 + 0.031) = 0.285$$

$$B = (0.7 \pm 0.3)$$

WORKED EXAMPLE

2 The potential difference across a resistor is measured as $6.0 \pm 0.2\,V$, while the current is measured as $2.4 \pm 0.1\,A$.

Calculate the resistance of the resistor and the absolute uncertainty in its measurement.

Step 1 Find the percentage uncertainty in each of the quantities:

$$\text{percentage uncertainty in p.d.} = \frac{0.2}{6.0} \times 100\% = 3.3\%$$

$$\text{percentage uncertainty in current} = \frac{0.1}{2.4} \times 100\%$$

$$= 4.2\%$$

Step 2 Add the percentage uncertainties.

$$\text{sum of uncertainties} = (3.3 + 4.2)\% = 7.5\%$$

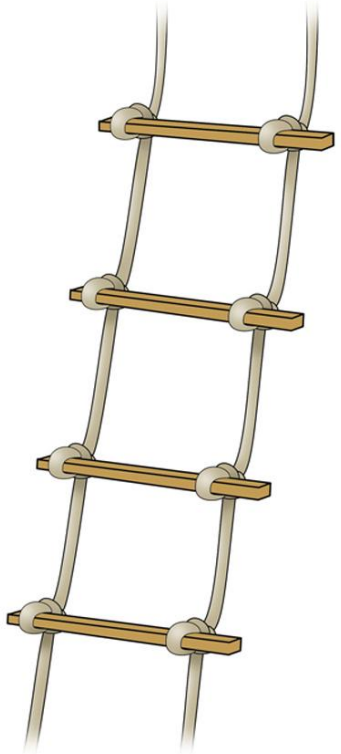
Step 3 Calculate the resistance value and find the absolute uncertainty

$$R = \frac{V}{I} = \frac{6.0}{2.4} = 2.5\,\Omega$$

$$7.5\% \text{ of } 2.5 = 0.1875 \approx 0.2\,\Omega$$

The resistance of the resistor is $2.5 \pm 0.2\,\Omega$.

A 9.51 ± 0.15 meter rope ladder is hung from a roof that is 12.56 ± 0.07 meters above the ground.
How far is the bottom of the ladder from the ground?



- $y = a - b = 12.56 - 9.51 = 3.05$ m
- $\Delta y = \Delta a + \Delta b = 0.15 + 0.07 = 0.22$ m
- Thus the bottom is 3.05 ± 0.22 m from the ground.

A car travels 64.7 ± 0.5 meters in 8.65 ± 0.05 sec.
What is its speed?

- $v = d/t = 64.7 / 8.65 = 7.48$ m s^{-1}
- $\Delta v/v = \Delta d/d + \Delta t/t = 0.5/64.7 + .05/8.65$
- $\Delta v/v = 0.0135$
- $\Delta v/7.48 = 0.0135$
- $\Delta v = 7.48(0.0135) = 0.10$ m s^{-1}.
- Thus, the car is traveling at 7.48 ± 0.10 m s^{-1}.

How to calculate the uncertainty of A square

$$A=(2.0+0.2)cm$$

How to calculate the uncertainty of square root of A*B?

$$A=(2.0+0.2)m$$

$$B=(4.0+0.1)m$$

QUESTIONS

8 You measure the following quantities:

$A = 1.0 \pm 0.4\,\text{m}$ $B = 2.0 \pm 0.2\,\text{m}$

$C = 2.0 \pm 0.5\,\text{m s}^{-1}$ $D = 0.20 \pm 0.01\,\text{s}$

Calculate the result and its uncertainty for each of the following expressions. You may express your uncertainty either as an absolute value or as a percentage.

a $A + B$

b $B - A$

c $C \times D$

d $\frac{B}{D}$

e A^2

f $2 \times A$

g the square root of $(A \times B)$ (For part **g**, you should recall that the square root of x can be written as $x^{\frac{1}{2}}$.)

9 A rifle bullet is photographed in flight using two flashes of light separated by a time interval of $1.00 \pm 0.02\,\text{ms}$. The first image of the bullet on the photograph appears to be at a position of $22.5 \pm 0.5\,\text{cm}$ on a scale underneath the flight path. The position of the second image is $37.5 \pm 0.7\,\text{cm}$ on the same scale. Find the speed of the bullet and its absolute uncertainty.

8 a $3.0 \pm 0.6\,\text{m}$

b $1.0 \pm 0.6\,\text{m}$

c $0.40 \pm 0.12\,\text{m}$ ($\pm 30\%$)

d $10(.0) \pm 1.5\,\text{m s}^{-1}$ ($\pm 15\%$)

e $1.0 \pm 0.8\,\text{m}^2$ ($\pm 80\%$)

f $2.0 \pm 0.8\,\text{m}$ ($\pm 40\%$)

g $1.41 \pm 0.25\,\text{m}^2$ ($\pm 17.5\%$)

Построение графиков

График зависимости удлинения пружины от силы

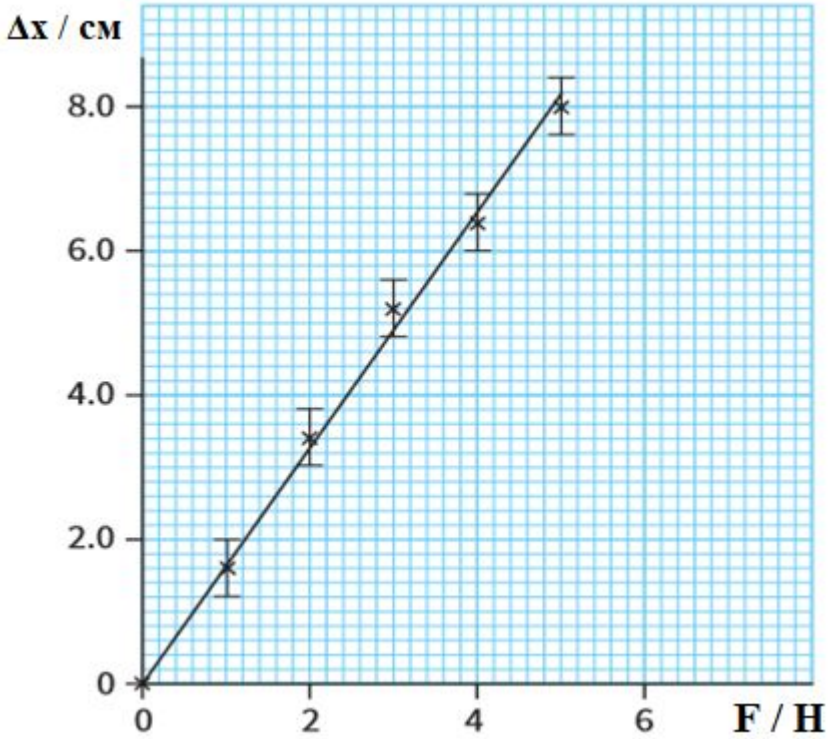


График должен быть построен на не менее 70% площади данного листа.

- Название графика, обозначение осей (физическая величина/единица измерения) Ось Ох - независимая переменная, Ось Оу- зависимая переменная
- Масштабы по осям координат не обязательно должны быть одинаковыми, однако они не должны превышать возможные в эксперименте ошибки.
- Помечать нуль в начале координат по оси Y не обязательно. Пересечение осей может не начинаться с 0;
- Следует выбрать масштаб, подходящий для осей (1,2,5,10);
- Точки, полученные в результате измерения, необходимо отмечать с учетом погрешностей (это можно сделать крестиком, прямоугольной областью или линией ограничения по оси Y) Наиболее удобная линия проводится через отмеченные точки.
- Если измерение явно выпадает из линейной зависимости, его нужно пометить, как грубую ошибку и сделать соответствующую пометку на графике

При оформлении графического материала необходимо придерживаться следующих требований:

-графики должны выполняться на миллиметровой бумаге;

-по горизонтальной оси принято откладывать независимую переменную, т.е. величину, значение которой задает сам экспериментатор, а по вертикальной-величину, которую он при этом определяет;

-координатные оси вычерчиваются сплошными линиями. Стрелок на концах координатных осей не ставят;

-по осям координат должны быть указаны условные обозначения и размерности отложенных величин в принятых сокращениях;

-пересечение координатных осей не обязательно должно совпадать с нулевыми значениями x и y. При выборе начала координат следует стремиться максимально использовать всю площадь чертежа;

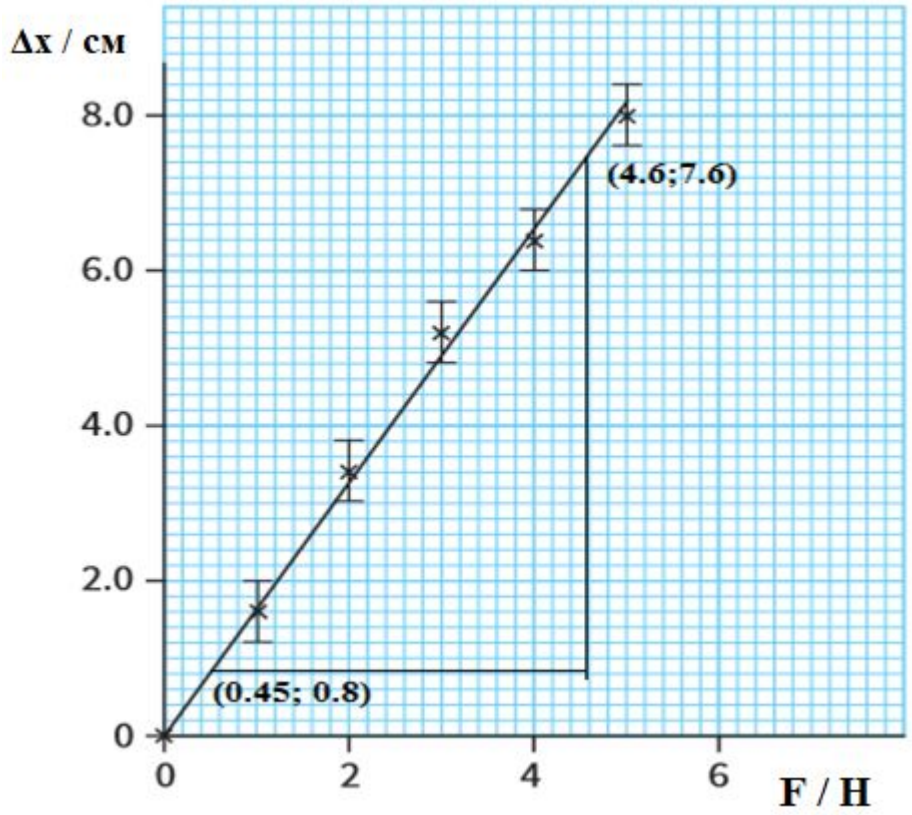
-график должен быть достаточно точным. Наименьшее расстояние, которое можно отсчитать по графику, должно быть не меньше величины абсолютной погрешности выполненных измерений;

-масштаб графика следует выбирать простым. Числовые значения масштаба шкал осей координат пишут за пределами графика(левее оси ординат и ниже оси абсцисс);

-экспериментальные точки на графике следует отмечать хорошо выделяющимися знаками(кружочками, крестиками и т.д.),через которые необходимо провести "наилучшую" плавную кривую, а не ломаную линию;

-для раскрытия содержания график сопровождается подписью.

Определение градиента



Определение градиента

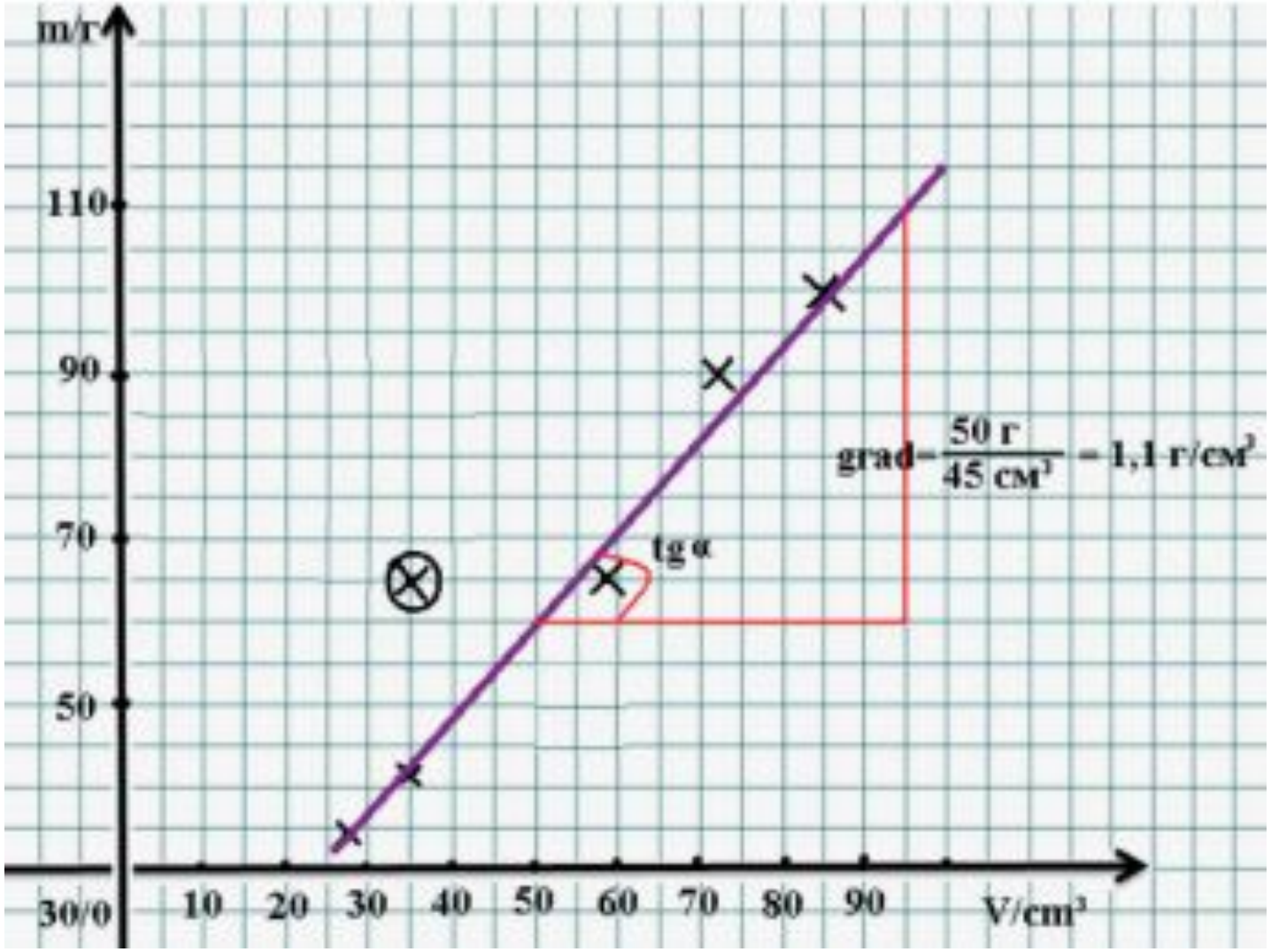
Выберите две точки вдоль линии;
НИКОГДА НЕ ИСПОЛЬЗУЙТЕ ТАБЛИЧНЫЕ ДАННЫЕ для определения градиента!
Постройте треугольник через две точки;
Треугольник должен составлять не менее 70% графика;
Помните, что уравнение прямой имеет вид

$$y = mx + b$$

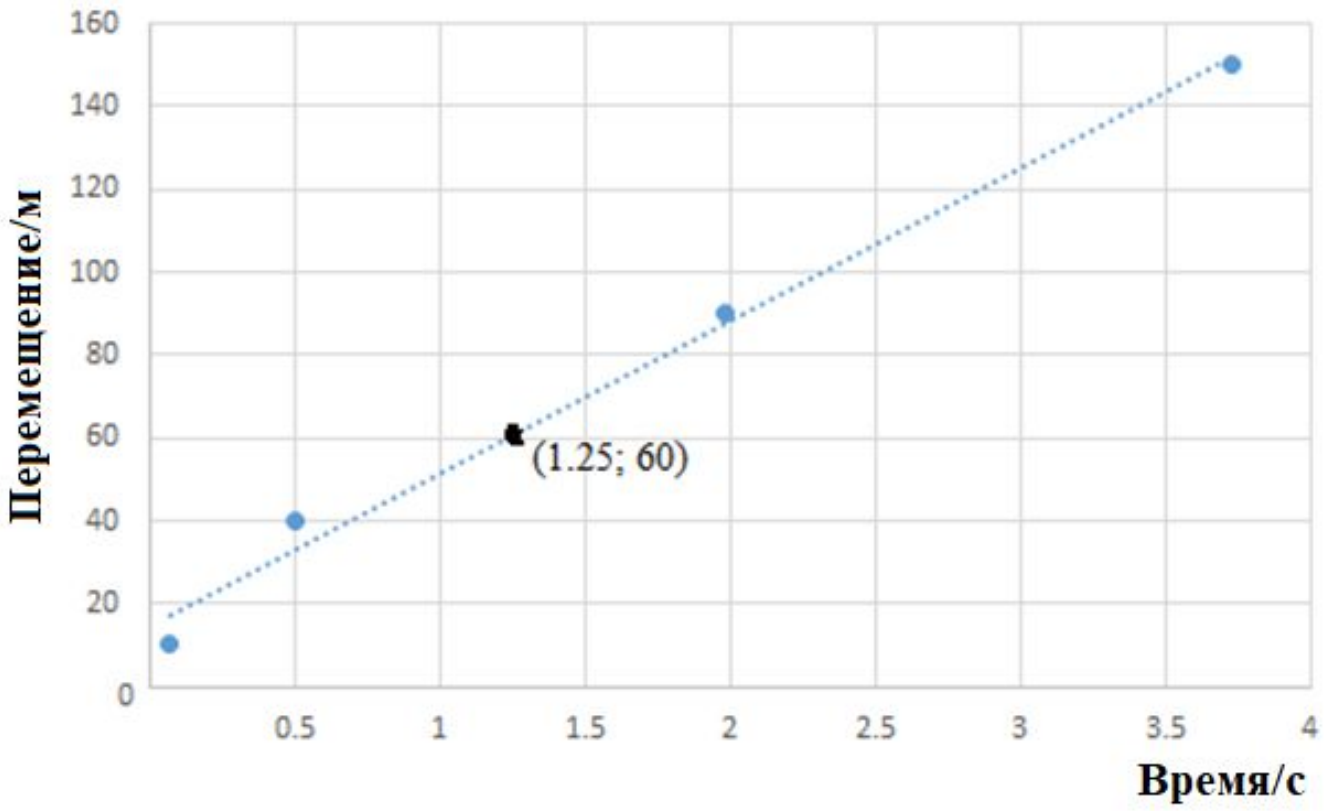
- y — Ось Oy
- m — градиент
- x — Ось Ox
- b — y-интерцепт

$$\text{Градиент} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{7.6-0.8}{4.6-0.45} = \frac{6.8}{4.15} = 1.6 \text{ см/Н}$$

Пример расчета градиента



Определение y-интерцепт (точка пересечения с осью Oy)



- На прямой выделяется точка, которой нет в таблице.
- Значения этой точки используются для определения y-интерцепта

  $y = mx + b$

  $b = y - mx$

  $b = 60 - 36{,}4 \times 1{,}25 = 14{,}5$
- Прямая пересекает ось Oy в точке 14,5 м.

Линейная зависимость

Задача нахождения наилучшей аппроксимирующей кривой в общем случае является достаточно сложной и наиболее просто решается, если функциональная зависимость имеет вид прямой линии

y = ax + b

Поэтому на практике, если это возможно, ***сложные функциональные зависимости сводят к линейным зависимостям***.

№	Исходная функция	Замена переменных	Новая функция
1	$y = Ax^n$	$X = x^n, \quad a = A$	$y = aX$
2	$y = Ax^n$	$Y = \ln y, \quad X = \ln x, \quad a = n, \quad b = \ln A$	$Y = aX + b$
3	$y = Ae^{ax}$	$Y = \ln y, \quad b = \ln A$	$Y = ax + b$
4	$y = ax^n + b$	$X = x^n$	$y = aX + b$
5	$y = 1/(ax^n + b)$	$Y = 1/y, \quad X = x^n$	$Y = aX + b$
6	$y = x/(a + bx)$	$Y = 1/y, \quad X = 1/x$	$Y = aX + b$
7	$y = ax^n + bx^m$	$Y = yx^{-m}, \quad X = x^{n-m}$	$Y = aX + b$
8	$y = a\sin x + b\cos x$	$Y = y/\cos x, \quad X = \operatorname{tg} x$	$Y = aX + b$

Практическая работа 2 «Приведение уравнения к линейной зависимости и построение графика»

Задание: Данные высоты падения тела и время полученные при выполнении эксперимента по определению ускорения свободного падения представлены в таблице. Используя данные таблицы постройте график зависимости h(t), определите значение ускорения свободного падения.

$$h=gt^2/2$$

высота/ см	время /с
20	0,20
40	0,29
60	0,35
80	0,40
100	0,45

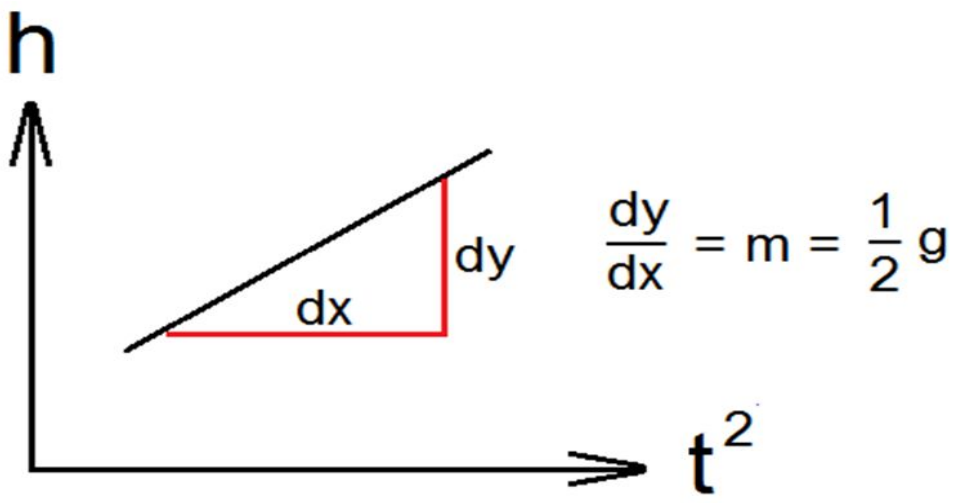
1. Используя уравнение $\boldsymbol{h = \frac{gt^2}{2}}$ **необходимо определить значение g.**

Для этого приводим уравнение к линейной зависимости

$$h = \frac{1}{2}g\,t^2$$

$$y = m\,x + c$$

Пересечение графика с осью ОУ (intercept) рано нулю.

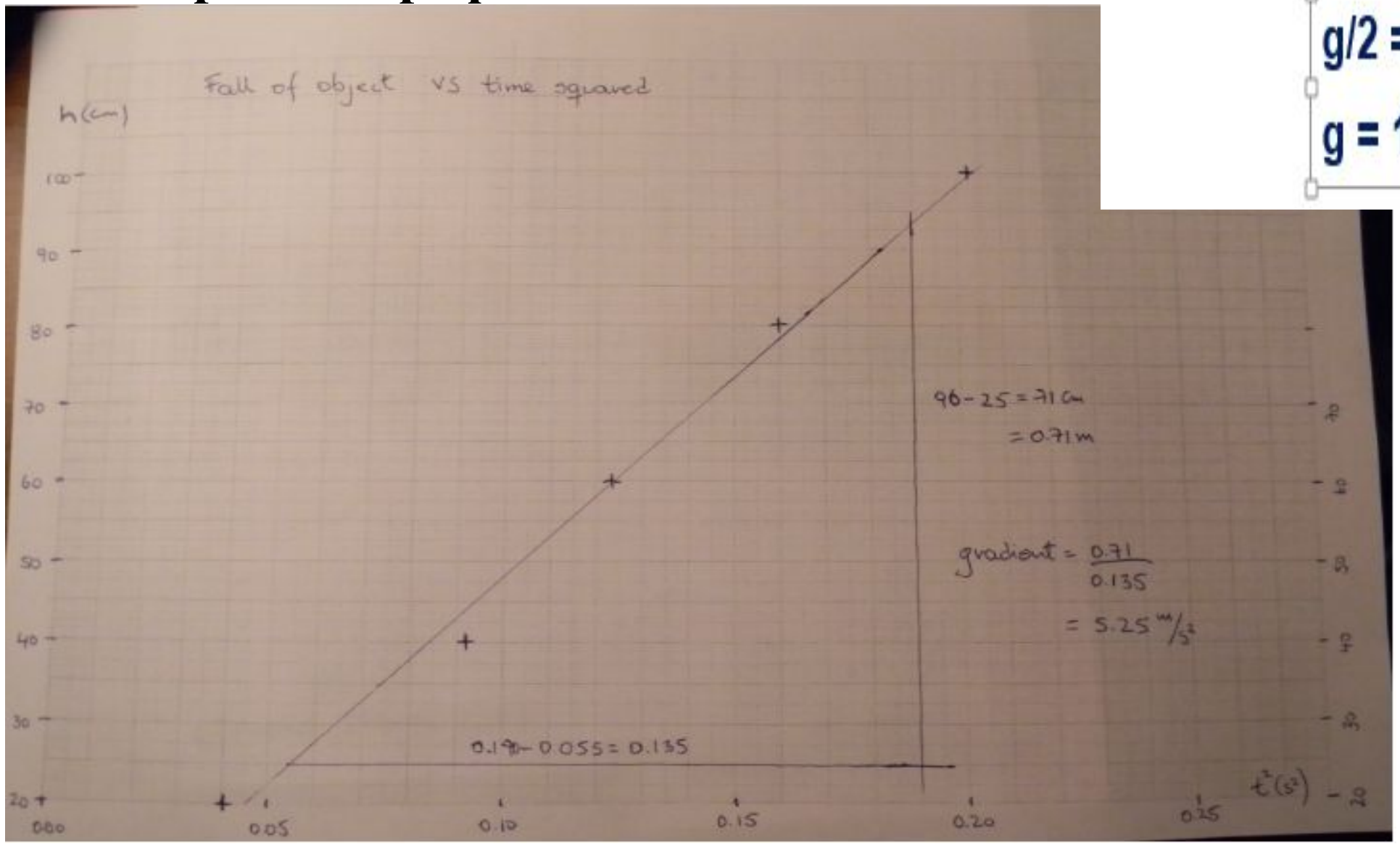


На графике строится зависимость $\boldsymbol{h}$ от $\boldsymbol{t^2}$

2. Результаты расчета дополнительных столбцов таблицы

h/см	t/c	^{t2} /c^2
20	0.20	0.040
40	0.29	0.084
60	0.35	0.123
80	0.40	0.160
100	0.45	0.203

3. Построение графика



4. Вычисление значения градиента g.

g/2 = 5.25

g = 10.5 m/s²