

Основы алгебры ЛОГИКИ

ЛОГИКА — это наука о формах и законах человеческого мышления и, в частности, о законах доказательных рассуждений.

Алгебра логики (другое название - Булева алгебра) - это **ОБЛАСТЬ** математики. Она оперирует высказываниями, которые могут принимать два значения (булевых значения).

ВЫСКАЗЫВАНИЕ - это повествовательное предложение, о котором можно сказать, что оно или истинно или ложно.

□ **Например:**

- *Земля - планета Солнечной системы.* (Истинно)
- $2+8<5$ (Ложно)
- $5 \cdot 5=25$ (Истинно)
- *Всякий квадрат есть параллелограмм* (Истинно)
- *Каждый параллелограмм есть квадрат* (Ложно)
- $2 \cdot 2 = 5$ (Ложно)

Не всякое предложение является высказыванием:

1) Восклицательные и вопросительные предложения высказываниями не являются.

- “Какого цвета этот дом?”

- “Пейте томатный сок!”

- “Стоп!”

Не являются высказываниями и определения.

Высказывания могут быть *простыми и сложными*.

Высказывание считается простым, если никакую его часть нельзя рассматривать как отдельное высказывание

Например:

На улице идет дождь.

На улице светит солнце.

На улице пасмурная погода.

Высказывание, которое можно разложить на части, называется сложным

Сложное высказывание получается путем объединения простых высказываний *логическими связками* — **НЕ, И, ИЛИ.**

Значение истинности сложных высказываний зависит от истинности входящих в них простых высказываний и объединяющих их связок.

Например, даны простые высказывания:

На улице идет дождь.

На улице светит солнце.

На улице пасмурная погода.

Составим из них сложные высказывания:

*На улице идет дождь **и** на улице светит солнце.*

*На улице светит солнце **или** на улице пасмурная
погода.*

В математической логике не рассматривается конкретное содержание высказывания, важно только, истинно оно или ложно. Поэтому **высказывание можно представить некоторой переменной величиной, значением которой может быть только 0 или 1.**

Если высказывание истинно, то его значение равно 1, если ложно - 0.

Простые высказывания называли *логическими переменными* и для простоты записи их обозначают латинскими буквами: *A, B, C...*

Луна является спутником Земли. $A = 1$

Москва – столица Германии. $B = 0$

Сложные высказывания называются *логическими функциями*. Значения логической функции также может принимать значения только 0 или 1.

Таблицы истинности

Для каждого составного высказывания (логического выражения) можно построить *таблицу истинности*, которая определяет истинность или ложность логического выражения при всех возможных комбинациях исходных значений простых высказываний (логических переменных).

Например для одного высказывания таблица истинности выглядит так:

A
0
1

Основные логические операции

ЛОГИЧЕСКОЕ УМНОЖЕНИЕ

А – «Сегодня светит солнце»



В – «Сегодня идет дождь»



«Сегодня светит солнце **И** идет дождь»

Логическое умножение (конъюнкция) образуется соединением двух (или более) высказываний в одно с помощью союза «**И**».

ЛОГИЧЕСКОЕ УМНОЖЕНИЕ (КОНЪЮНКЦИЯ)

Обозначение: $\&$, \wedge , $*$.

Союз в естественном языке: **и**.

$A \wedge B$ – «Сегодня светит солнце и идет дождь»

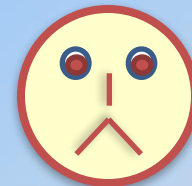


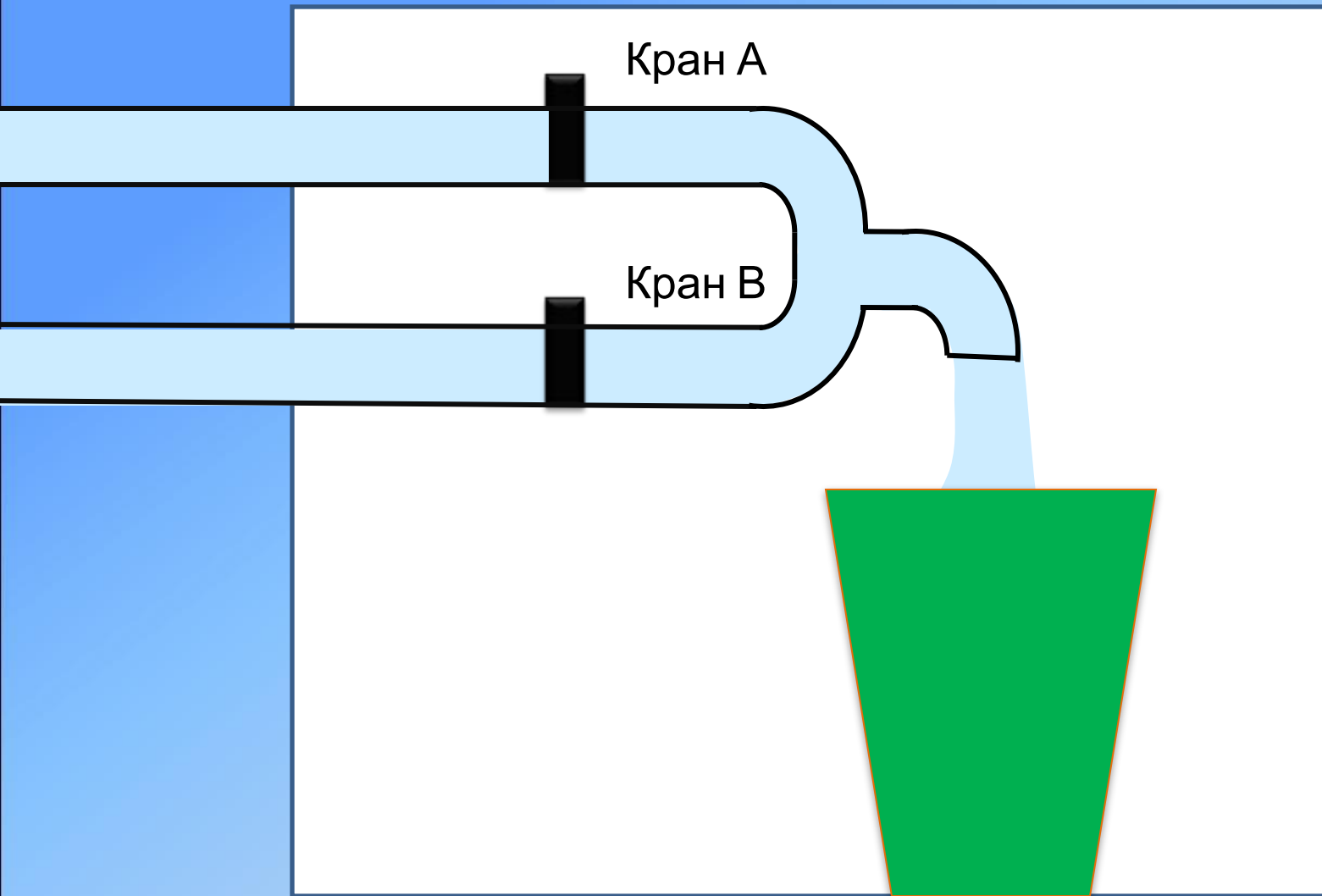
Таблица истинности

A	B	$A \wedge B$
0	1	0
1	0	0
0	0	0
1	1	1

Смысл высказываний A и B для указанных значений		$A \wedge B$
Солнца нет	Дождь идет	Ложь
Солнце светит	Дождя нет	Ложь
Солнца нет	Дождя нет	Ложь
Солнце светит	Дождь идет	Истина

Конъюнкция двух высказываний **истинна** тогда и только тогда, когда **оба высказывания истинны**, и **ложна**, когда **хотя бы одно из высказываний ложно**.

КОГДА ИЗ ТРУБЫ ПОЛЬЕТСЯ ВОДА?



Открыт кран А

ИЛИ

Открыт кран В

ЛОГИЧЕСКОЕ СЛОЖЕНИЕ

А – На стоянке находится
«Мерседес»



В – На стоянке находится
«Жигули»



«На стоянке находится «Мерседес» **ИЛИ** «Жигули»

Логическое сложение (дизъюнкция) образуется соединением двух (или более) высказываний в одно с помощью союза «**или**».

ЛОГИЧЕСКОЕ СЛОЖЕНИЕ (ДИЗЪЮНКЦИЯ)

Обозначение: +, \vee .

Союз в естественном языке: **или**.

$A \vee B$ – На стоянке находится «Мерседес» или «Жигули»



Таблица истинности

A	B	$A \vee B$	Смысл высказываний A и B для указанных значений		$A \vee B$
0	1	1	«Мерседеса» нет	«Жигули» есть	Истина
1	0	1	«Мерседес» есть	«Жигулей» нет	Истина
0	0	0	«Мерседеса» нет	«Жигулей» нет	Ложь
1	1	1	«Мерседес» есть	«Жигули» есть	Истина

Дизъюнкция двух высказываний **ложна** тогда и только тогда, когда **оба высказывания ложны**, и **истинна**, когда **хотя бы одно из высказываний истинно**.

ЛОГИЧЕСКОЕ ОТРИЦАНИЕ

А – «Сегодня светит солнце»



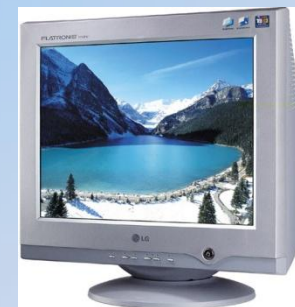
В – «Сегодня не светит солнце»



А – «У данного компьютера жидкокристаллический монитор»



В – «Неверно, что у данного компьютера жидкокристаллический монитор»



Логическое отрицание (инверсия) образуется из высказывания с помощью добавления частицы **«не»** к сказуемому или использования оборота речи **«неверно, что...»**.

ЛОГИЧЕСКОЕ ОТРИЦАНИЕ (ИНВЕРСИЯ)

Обозначение: \neg .

Союз в естественном языке: **не; неверно, что...**

A – «Сегодня светит солнце»

$\neg A$ – «Неверно, что сегодня светит солнце» или «Сегодня не светит солнце»

Таблица истинности

A	$\neg A$
0	1
1	0

Смысл высказывания A	Значение высказывания: «Сегодня не светит солнце»
Солнца нет	Истина
Солнце есть	Ложь

Инверсия высказывания **истинна, если высказывание ложно, и ложна, когда высказывание истинно.**

ЛОГИЧЕСКОЕ СЛЕДОВАНИЕ (ИМПЛИКАЦИЯ)

Обозначение: \longrightarrow

Союз в естественном языке: **если....., то...**

A	B	A=>B	A => B "Из A следует B"
1	1	1	Итак, новое высказывание, полученное с помощью импликации, является ложным тогда и только тогда, когда условие (посылка A) - истинно, а следствие (заключение B) - ложно и истинно во всех остальных случаях.
1	0	0	
0	1	1	
0	0	1	

Пример. Дано сложное высказывание: «**Если выглянет солнце, то станет тепло**». Требуется записать его в виде логической формулы. Обозначим через **A** простое высказывание «**выглянет солнце**», а через **B** - «**станет тепло**». Тогда логической формулой этого сложного высказывания будет импликация: **A => B**