სიგნალის მათემატიკური წარმოდგენა

- f ვექტორის სიდიდე (აბსოლუტური მნიშვნელობა) - უწოდებენ ვ $\|f\|$ ორის ნორმას.

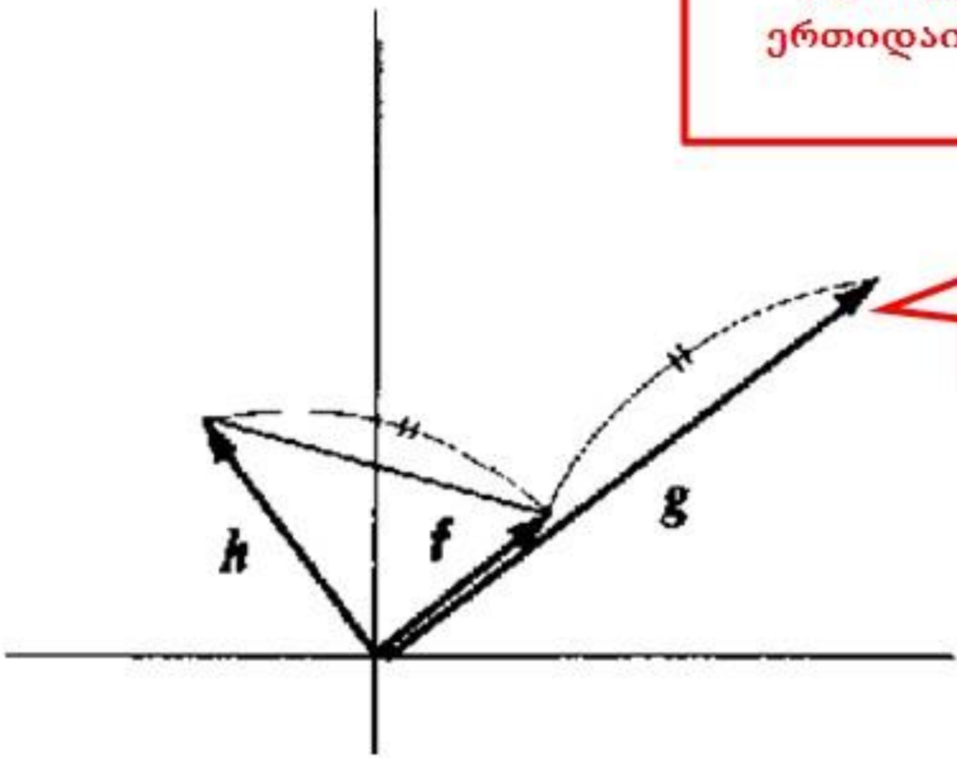
$$\|f\| = \sqrt{f_1^{\,2} + f_2^{\,2}}$$

- ორ ვექტორს შ ი ვექტორის კომპონენტების გამოყენებით:

$$d(f,g) = \|f - g\| = \sqrt{(f_1 - g_1)^2 + (f_2 - g_2)^2}$$

$d(f,g) = d(f,h)$, მაგრამ f ვექტორის კავშირის ძალა g და h ვექტორებთან ერთიდაიგივე იქნება

პრობლემა არის კუთხის გამო



ვექტორებს შორის კავშირი

სიგნალის მათემატიკური წარმოდგენა

- ვექტორებს შორის კავშირი – *სკალარული ნამრავლი.*.

$$\langle f, g\rangle = \|f\|\|g\| \cos\theta$$

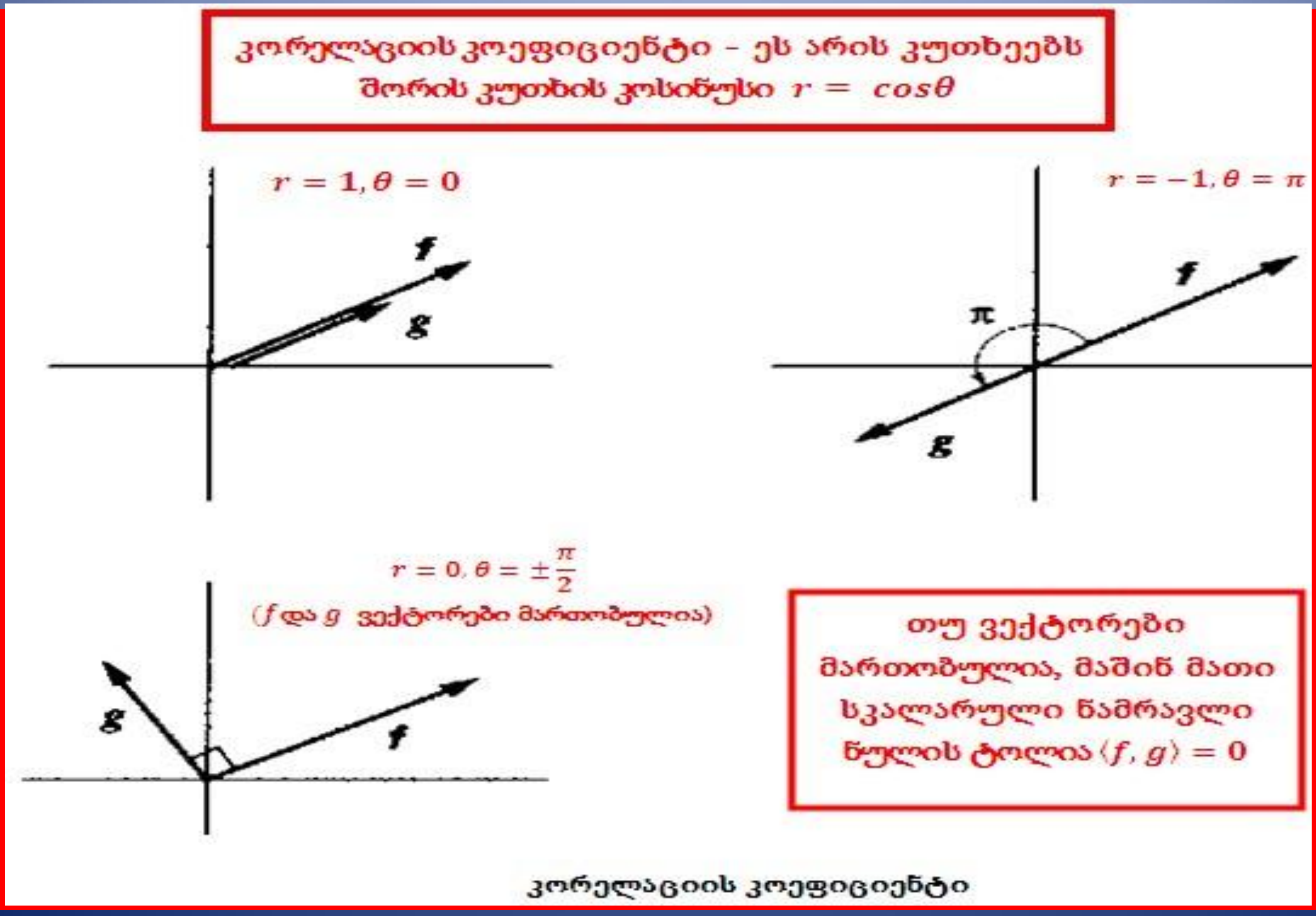
$$\cos\theta = \frac{\langle f, g\rangle}{\|f\|\|g\|}.$$

$$r = \frac{\langle f, g\rangle}{\|f\|\|g\|}$$

- r სიდიდეს ეწოდება *კორელაციის კოეფიციენტი*.

$$-1 \le r \le 1$$

სიგნალის მათემატიკური წარმოდგენა



სიგნალის მათემატიკური წარმოდგენა

- **კორელაციის კოეფიციენტი:**
- **დამოკიდებულია ვექტორებს შორის კუთხეზე;**
- **არაა დამოკიდებული ვექტორების ნორმაზე.**
- **სკალარული ნამრავლი ვექტორის კომპონენტებით:**

$$\langle f, g \rangle = f_1 g_1 + f_2 g_2$$

ორთონორმირებული ბაზისი

ორი ვექტორის ურთიერთმართობული წყვილი – ორ $\{v_1, v_2\}$ ნალური ბაზისი.

–ორთონორმირებული ბაზისი.

ვ $\| v_1 \|=\| v_2 \|= 1$ ომლის ნორმა 1-ის ტოლია– ერთეულოვანი ვექტორი.

ერთეულოვანი ვექტორის სიგრძე ერთი ერთეულის რიგისაა.

ორთონორმირებული ბაზისი

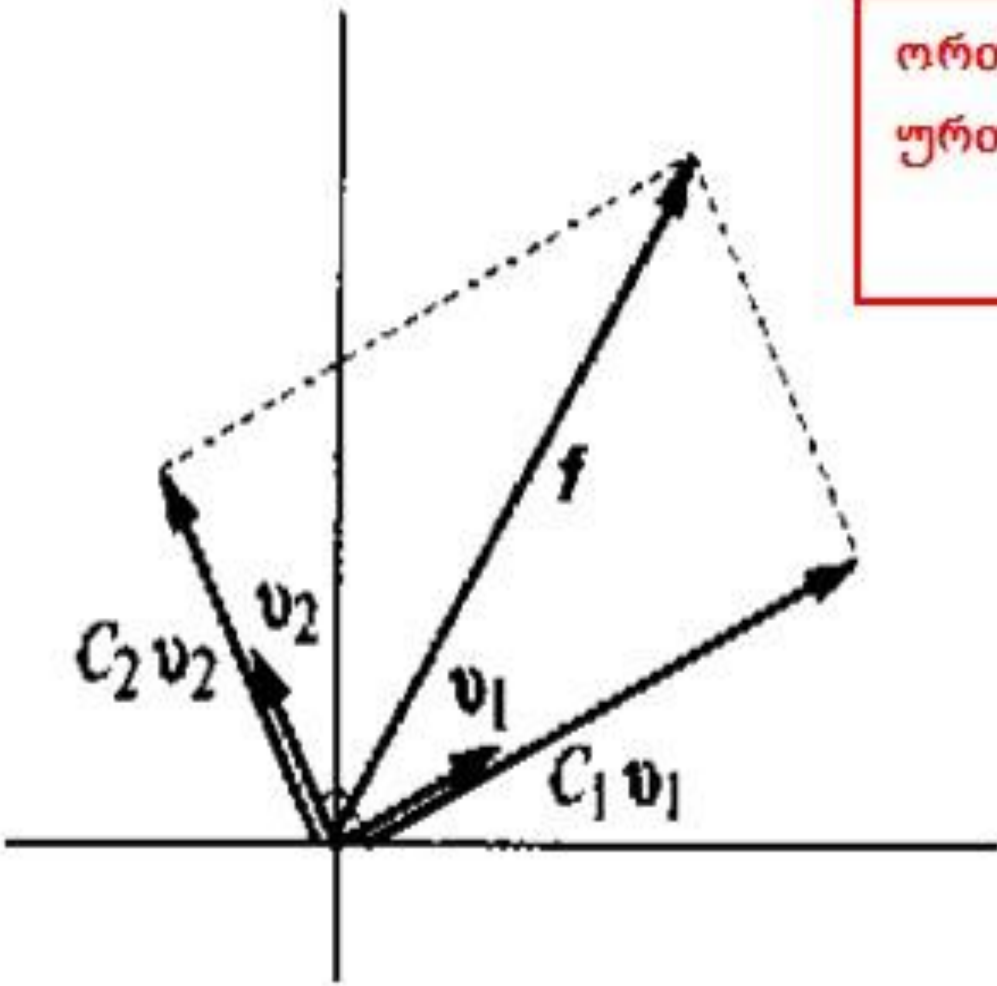
ორთონორმირებული ბაზისი -

ურთიერთმართობული ერთეულოვანი

ვექტორების წყვილი, რომლებიც პარამეტრების

წყვილთან ერთობლიობაში გვაძლევენ ვექტორის

სიდიდეს



ორთონორმირებული ბაზისი-ეს არის ურთიერთმართობული ერთეულოვანი ვექტორების წყვილი $\{v_1, v_2\}$

ნებისმიერი ვექტორისათვის

$$f = C_1 v_1 + C_2 v_2$$

კოეფიციენტები-ეს არის სკალარული ნამრავლი:

$$C_1 = < f, v_1 >,$$

$$C_2 = < f, v_2 >$$

ვექტორის გამოსახვა ორთონორმირებული ბაზისით

ორთონორმირებული ბაზისი

- გამოვსახოთ f ვექტორი ორთონორმირებული ბაზისითა და კოეფიციენტებით

$$\mathbf{f} = C_1 v_1 + C_2 v_2$$

- შესაკრებები - f ვექტორის პროექციებია,ხოლო

$$C_1 = \langle f_1 v_1 \rangle \qquad C_2 = \langle f_2 v_2 \rangle$$

$$< v_1, v_1 > = \| v_1 \|^2 = 1 \qquad < v_2, v_1 > = 0$$

ვექტორული სივრციდან ფუნქციის სივრცეზე გადასვლა

- სამგანზომილებიანი ვექტორის სივრცეში

$$f = (f_1, f_2, f_3)$$

$$\|f\| = \sqrt{f_1^2 + f_2^2 + f_3^2}$$

- N განზომილებიანი სივრცისათვის-

$$\|f\| = \sqrt{f_1^2 + f_2^2 + \cdots + f_n^2} = \sqrt{\sum_{k=1}^{N} f_k^2}$$

- უსასრულო განზომილების სივრცის ანუ *ფუნქციის სივრცისათვის-*

ნორმა განსაზღვრულ შუალედში:

(N განზომილებიანი ვექტორის

ნორმის   განზოგადება)

$$\|f(t)\| = \sqrt{\int_a^b f(t)^2 \, dt}$$

ვექტორული სივრციდან ფუნქციის სივრცეზე გადასვლა

რაც დიდია ინტერვალი მოც. ფორმულაში, მოსახერხებელია ფუნქციის ნორმის ნორმირება ინტერვალის სიგრძის მიმართ:

$$\|f(t)\| = \sqrt{\frac{1}{b-a}\int_a^b f(t)^2\,dt}$$

მრავალვექტორიანი ნორმის შემთხვევაში:

$$\|f\| = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} f_k^2}$$

ვექტორული სივრციდან ფუნქციის სივრცეზე გადასვლა

თუ შევადარებთ ფუნქციის ნორმისა და ვექტორის ნორმის ფორმულებს, ცხადი იქნება შემდეგი შესაბამისობა:

ვექტორი → ფუნქცია

ჯამი → ინტეგრალი

- **N განზომილებიანი სივრცისათვის-**

$$d(f,g) = \|f - g\| = \sqrt{\sum_{k=1}^{N} (f_k - g_k)^2}$$

ვექტორული სივრციდან ფუნქციის სივრცეზე გადასვლა

- f ვექტორის სიდიდე (აბსოლუტური მნიშვნელობა) - უწოდებენ ვ $\|f\|$ ორის ნორმას.

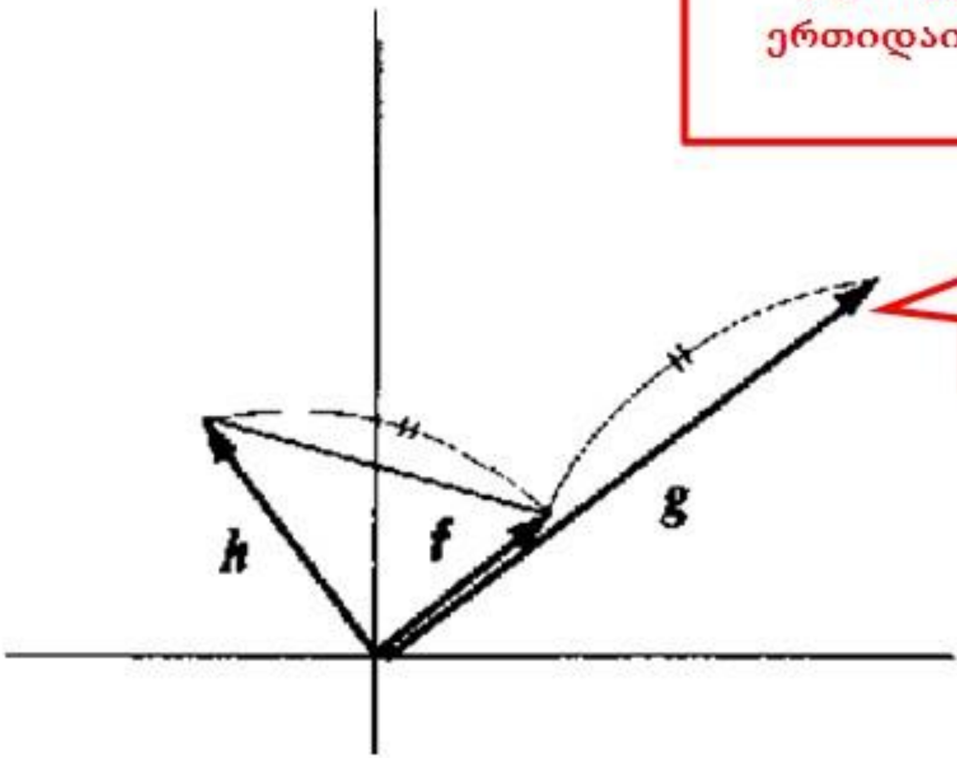
$$\|f\| = \sqrt{f_1^{\,2} + f_2^{\,2}}$$

- ორ ვექტორს შ... ი ვექტორის კომპონენტების გამოყენებით:

$$d(f,g) = \|f - g\| = \sqrt{(f_1 - g_1)^2 + (f_2 - g_2)^2}$$

$d(f,g) = d(f,h)$, მაგრამ f ვექტორის კავშირის ძალა g და h ვექტორებთან ერთიდაიგივე იქნება

პრობლემა არის კუთხის გამო



ვექტორებს შორის კავშირი

ვექტორული სივრციდან ფუნქციის სივრცეზე გადასვლა

- ვექტორებს შორის კავშირი – *სკალარული ნამრავლი.*.

$$\langle f, g \rangle = \|f\| \|g\| \cos\theta$$

$$\cos\theta = \frac{\langle f, g \rangle}{\|f\| \|g\|}.$$

$$r = \frac{\langle f, g \rangle}{\|f\| \|g\|}$$

- r სიდიდეს ეწოდება *კორელაციის კოეფიციენტი*.

$$-1 \leq r \leq 1$$

ვექტორული სივრციდან ფუნქციის სივრცეზე გადასვლა

- მანძილი ორ ფუნქციას შორის მოცემულ ინტერვალზე - ვექტორი იცვლება ფუნქციით, ხოლო ჯამი-ინტეგრალით

$$d(f(t), g(t)) = \sqrt{\frac{1}{b-a}\int_a^b \{f(t) - g(t)\}^2\, dt}$$

ვექტორული სივრციდან ფუნქციის სივრცეზე გადასვლა

- შემდეგი ეტაპი - სკალარული ნამრავლის განსაზღვრა.
- ვექტორების სკალარული ნამრავლი გამოითვლება ასე
- N განზომილებიან სივრცეში ვექტორების სკალარული ნამრავლი :

$$< f , g > = \| f \| \| g \| \cos\theta = f_1 g_1 + f_2 g_2$$

$$< f , g > = \| f \| \| g \| \cos\theta$$

ვექტორული სივრციდან ფუნქციის სივრცეზე გადასვლა

- ვექტორების მდგენელების გათვალისწინებით

$$< f , g \geq f_1 g_1 + f_2 g_2 + \cdots + f_N g_N = \sum_{k=1}^{N} f_k g_k$$

- ამ გამოსახულებიდან [illegible] კორელაციის კოეფიციენტი N განზომილე ბიან სივრცეში:

$$r = \frac{< f , g >}{\|f\| \, \|g\|} = \frac{\sum_{k=1}^{N} f_k g_k}{\sqrt{\sum_{k=1}^{N} f_k^2} \sqrt{\sum_{k=1}^{N} g_k^2}}$$

ვექტორული სივრციდან ფუნქციის სივრცეზე გადასვლა

- ვექტორი $\rightarrow$ ფუნქცია, ჯამი $\rightarrow$ ინტეგრალი - შესაბამისობის გამოყენებით, ორი ფუნქციის სკალარული ნამრავლი [a,b] ინტერვალზე:

$$< f(t), g(t) > = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(t)g(t)dt$$

- ფუნქციის სკალარული ნამრავლი თავისთავზე:

$$< f(t), f(t) > = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(t)^2dt = \|f(t)\|^2$$

ვექტორული სივრციდან ფუნქციის სივრცეზე გადასვლა

- ფუნქციას აქვს იგივე თვისებები, რაც მრავალგანზომილებიან ვექტორს ვექტორულ სივრცეში.
- ფუნქციის სკალარული ნამრავლის განსაზღვრა ნიშნავს ფუნქციებს შორის კუთხის ცნების შემოტანას.

ვექტორული სივრციდან ფუნქციის სივრცეზე გადასვლა

- ფუნქციათა სივრცეში კორელაციის კოეფიციენტი განისაზღვრება, როგორც ვექტორებისათვის:

$$r = cos\theta = \frac{\langle f(t), g(t) \rangle}{\|f(t)\| \|g(t)\|}$$

ვექტორული სივრციდან ფუნქციის სივრცეზე გადასვლა

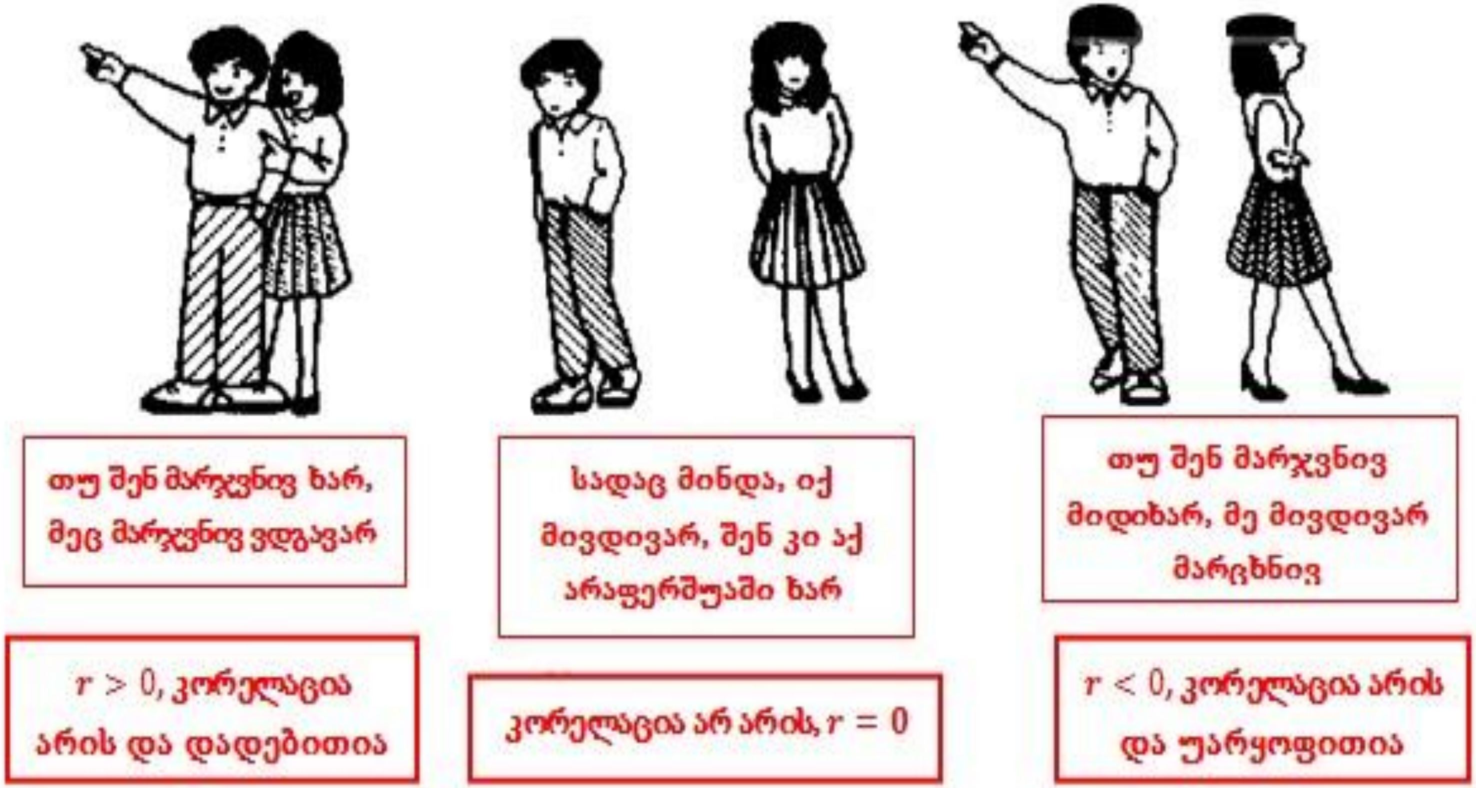
$$r = cos\theta = \frac{\langle f(t), g(t)\rangle}{\|f(t)\|\|g(t)\|}$$

- სხვაგვარად:

$$r = \frac{\frac{1}{b-a}\int_a^b f(t)g(t)dt}{\sqrt{\frac{1}{b-a}\int_a^b f(t)^2 dt}\sqrt{\frac{1}{b-a}\int_a^b g(t)^2 dt}}$$

ვექტორული სივრციდან ფუნქციის სივრცეზე გადასვლა

- დამოკიდებულება რთული ხასიათისაა, ხოლო პრინციპი იგივეა, რაც ვექტორების შემთხვევაში.
- კორელაციის კოეფიციენტი გვიჩვენებს ფუნქციის „მსგავსების“ ხარისხს. ღებულობს მნიშვნელობებს -1 - დან 1-მდე



რა არის კორელაცია

ვექტორული სივრციდან ფუნქციის სივრცეზე გადასვლა

- მაშასადამე:
- სკალარული ნამრავლით შეიძლება ფუნქციებს შორის კუთხის განსაზღვრა;
- ფუნქციების ურთიერთმართობულობის განსაზღვრა (ვექტორებს შორის ურთიერთმართობულობის მსგავსად).

თუ $< f(t), g(t) > = 0$, მაშინ $f(t)$ და $g(t)$ ურთიერთმართობულია