

Геометрическая прогрессия

Урок 3

Геометрическая прогрессия – это числовая последовательность, первый член которой отличен от нуля и каждый член, начиная со второго равен предыдущему умноженному на одно и тоже не равное нулю число .

$b_1, b_2, b_3, \dots, b_n, \dots$ -геометрическая прогрессия,
если для всех натуральных n выполняется равенство

$$b_{n+1} = b_n \cdot q \quad b_n \neq 0 \quad q \neq 0$$

q -зnamенатель геометрической прогрессии (число)

$b_1, b_2, b_3, \dots, b_n, \dots$

-геометрическая прогрессия

$$b_{n+1} = b_n \cdot q$$

$$q = \frac{b_{n+1}}{b_n}$$

*знаменатель
геометрической прогрессии
(число)*

$$q = b_2 : b_1$$

$$q = b_3 : b_2$$

$$q = b_4 : b_3$$

Формула n -го члена геометрической прогрессии

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

Свойство *n*-го члена геометрической прогрессии

$$b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}$$

Свойство *n*-го члена геометрической прогрессии

$$b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}$$

**Если все члены прогрессии положительны, то
каждый член геометрической прогрессии,
начиная со второго, равен среднему
геометрическому двух соседних с ним членов.**

$$b_n = \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$$

Сумма n первых членов геометрической прогрессии

Сумма n первых членов геометрической прогрессии

$$S_n = b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_n$$

$$S_n = b_1 + b_1 \cdot q + b_1 \cdot q^2 + \dots + b_1 \cdot q^{n-1}$$

Если $q \neq 1$

то $S_n = \frac{b_1 \cdot (1 - q^n)}{1 - q}$

Найти S_n , если $b_1 = 3, q = \frac{1}{2}, n = 5$

Решение: $S_n = \frac{b_1 \cdot (1 - q^n)}{1 - q}$

$$S_5 = \frac{3 \cdot \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^5\right)}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{3 \cdot \left(1 - \frac{1}{32}\right)}{\frac{1}{2}} = 3 \cdot \frac{31}{32} \cdot \frac{2}{1} = \frac{93}{16}$$

Найти S_n , если $b_1 = 3, q = 1, n = 5$

Решение: $S_n = \frac{b_1 \cdot (1 - q^n)}{1 - q}$

$$S_5 = \frac{3 \cdot (1 - 1^5)}{1 - 1}$$

-дробь не имеет
смысла

Как найти сумму?

Сумма n первых членов геометрической прогрессии

$$S_n = b_1 + b_1 \cdot q + b_1 \cdot q^2 + \dots + b_1 \cdot q^{n-1}$$

Если $q = 1$

то $S_n = b_1 + b_1 + \dots + b_1 = b_1 \cdot n$

$$S_n = b_1 \cdot n$$

Найти S_n , если $b_1 = 3, q = 1, n = 5$

Решение: $S_n = b_1 \cdot n$

$$S_5 = 3 \cdot 5 = 15$$

Сумма n первых членов геометрической прогрессии

$$S_n = \frac{b_1 \cdot (1 - q^n)}{1 - q} \quad \text{если } q \neq 1$$

$$S_n = b_1 \cdot n \quad \text{если } q = 1$$