Геометрическая прогрессия

Урок 3

Геометрическая прогрессия – это числовая последовательность, первый член которой отличен от нуля и каждый член, начиная со второго равен предыдущему умноженному на одно и тоже не равное нулю число .

$b_1, b_2, b_3, \ldots, b_n, \ldots$ -геометрическая прогрессия,

если для всех натуральных *n* выполняется равенство

$$b_{n+1} = b_n \cdot q \qquad b_n \neq 0 \qquad q \neq 0$$

q -знаменатель геометрической прогрессии (число)

$$b_1, b_2, b_3, \dots, b_n, \dots$$

-геометрическая прогрессия

$$b_{n+1} = b_n \cdot q$$

$$q = \frac{b_{n+1}}{b_n}$$

$$q = b_2 : b_1$$

$$q = b_3 : b_2$$

$$q = b_4 : b_3$$

знаменатель геометрической прогрессии

(число)

Формула *n-го* члена геометрической прогрессии

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

Свойство *n-го* члена геометрической прогрессии

$$b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}$$

Свойство *n-го* члена геометрической прогрессии

$$b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}$$

Если все члены прогрессии положительны, то каждый член геометрической прогрессии, начиная со второго, равен среднему геометрическому двух соседних с ним членов.

$$b_n = \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$$

Сумма *n* первых членов геометрической прогрессии

Сумма *n* первых членов геометрической прогрессии

$$S_n = b_1 + b_2 + b_3 + \ldots + b_n$$

$$S_n = b_1 + b_1 \cdot q + b_1 \cdot q^2 + \ldots + b_1 \cdot q^{n-1}$$

Если $q \neq 1$

то $$S_n = \frac{b_1 \cdot (1 - q^n)}{1 - q}$$

Найти S_n **, если** $b_1 = 3, q = \frac{1}{2}, n = 5$

Решение: $$S_n = \frac{b_1 \cdot (1 - q^n)}{1 - q}$$

$$S_5 = \frac{3 \cdot \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^5\right)}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{3 \cdot \left(1 - \frac{1}{32}\right)}{\frac{1}{2}} = 3 \cdot \frac{31}{32} \cdot \frac{2}{1} = \frac{93}{16}$$

Найти S_n **, если** $b_1 = 3, q = 1, n = 5$

Решение: $$S_n = \frac{b_1 \cdot (1 - q^n)}{1 - q}$$

$$S_5 = \frac{3 \cdot (1 - 1^5)}{1 - 1}$$

-дробь не имеет смысла

Как найти сумму?

Сумма *n* первых членов геометрической прогрессии

$$S_n = b_1 + b_1 \cdot q + b_1 \cdot q^2 + \ldots + b_1 \cdot q^{n-1}$$

Если $q = 1$

то $S_n = b_1 + b_1 + \ldots + b_1 = b_1 \cdot n$

$$S_n = b_1 \cdot n$$

Найти S_n **, если** $b_1 = 3, q = 1, n = 5$

Решение: $S_n = b_1 \cdot n$

$$S_5 = 3 \cdot 5 = 15$$

Сумма *n* первых членов геометрической прогрессии

$$S_n = \frac{b_1 \cdot (1 - q^n)}{1 - q}$$ **если** $q \neq 1$

$$S_n = b_1 \cdot n$$ **если** $q = 1$