

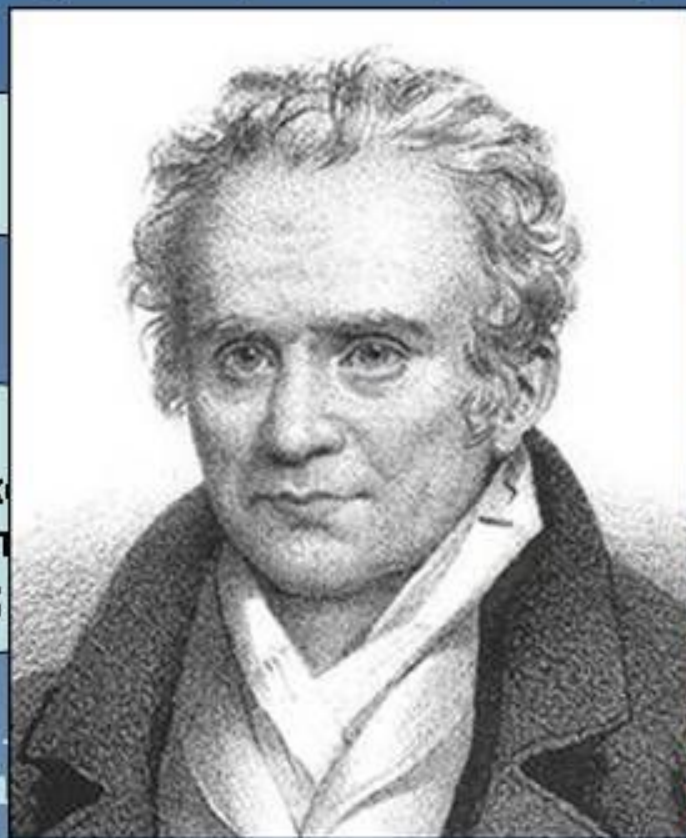
Лекция 1

Метод проекций. Проекции точки.

Предмет «Начертательная геометрия» (Н.Г.)

Н.Г. изучает законы отображения трехмерного пространства на двумерную плоскость методами проекций и сечений.

Основоположником начертательной геометрии и метода ортогонального проецирования является французский математик, геометр Гаспар Монж (1746-1818гг.).



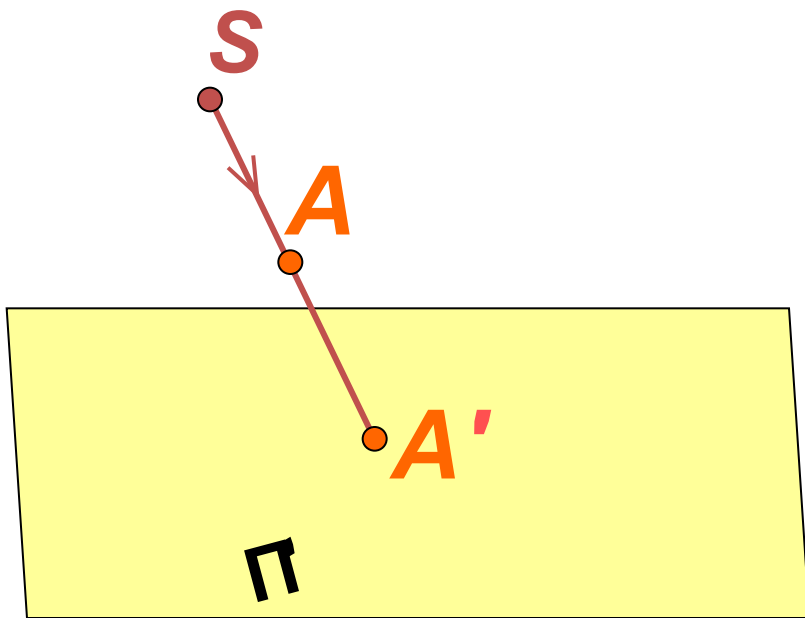
**прямая -
построить изображение
пространственного предмета
на чертеже;**

Построение
помощью

**обратная –
конструкция
пространственного предмета
по чертежу.**

связана с
прямой.

Метод проекций



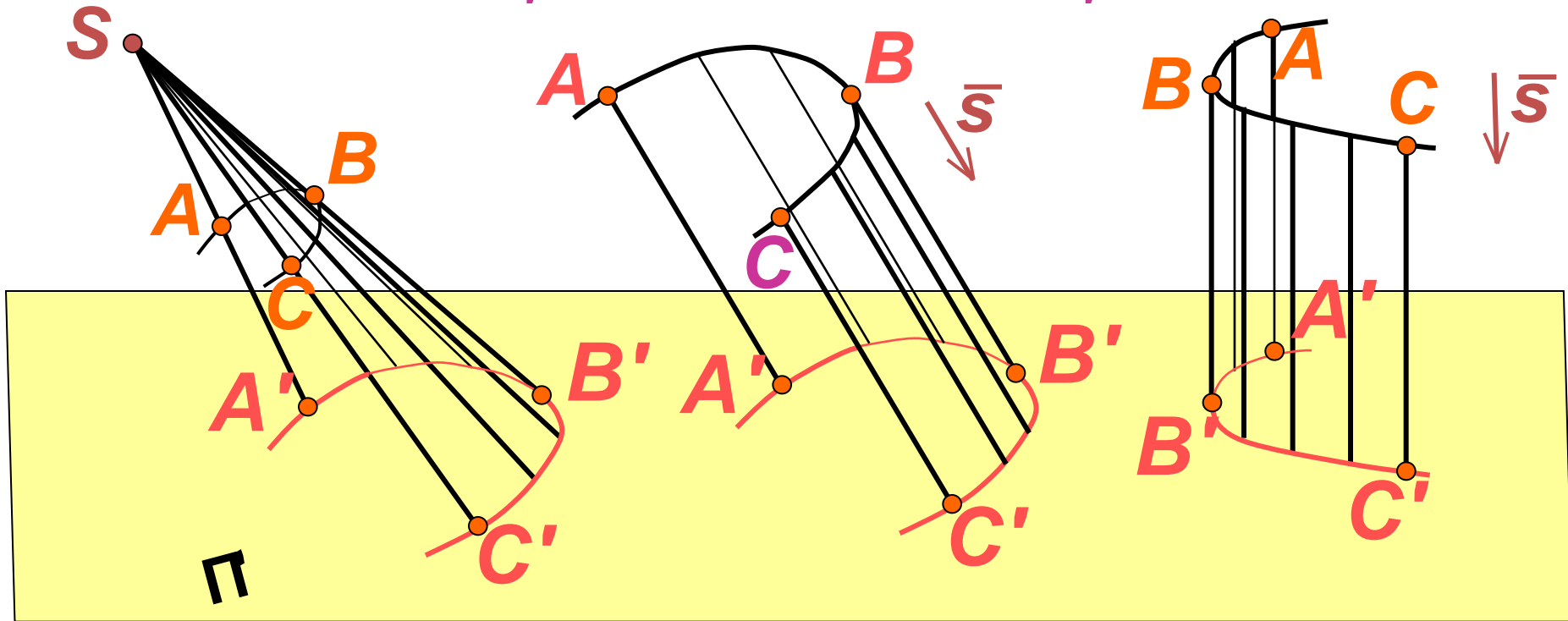
P' – плоскость проекций;
 A – произвольная точка пространства;
 S – центр проецирующий;
луч;
 A' – проекция точки A на плоскость проекций P' .

При проецировании проецирующие лучи проходят через центр проекций – точку S . Проекция A' точки A есть пересечение проецирующего луча SA с плоскостью проекций P' .

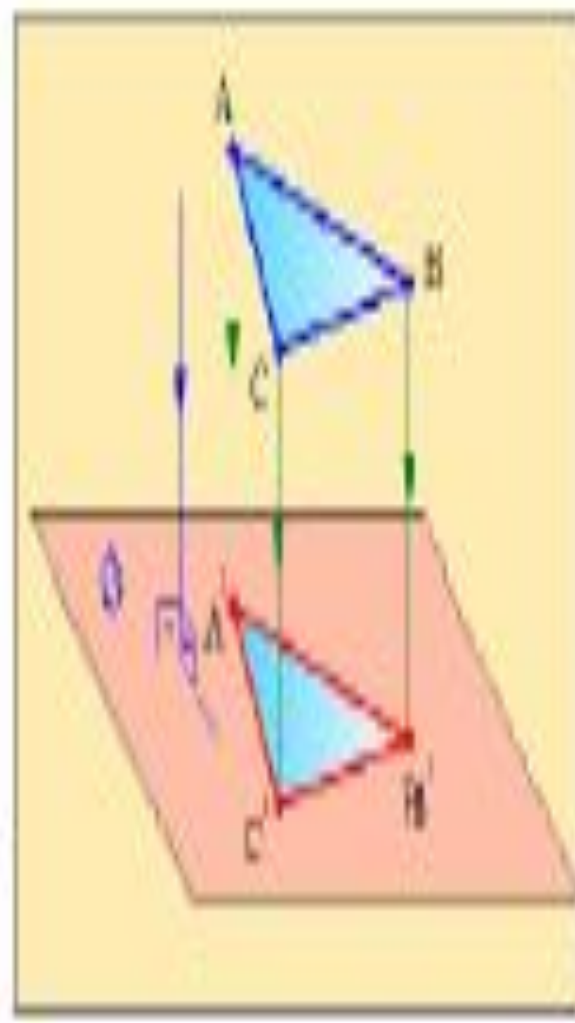
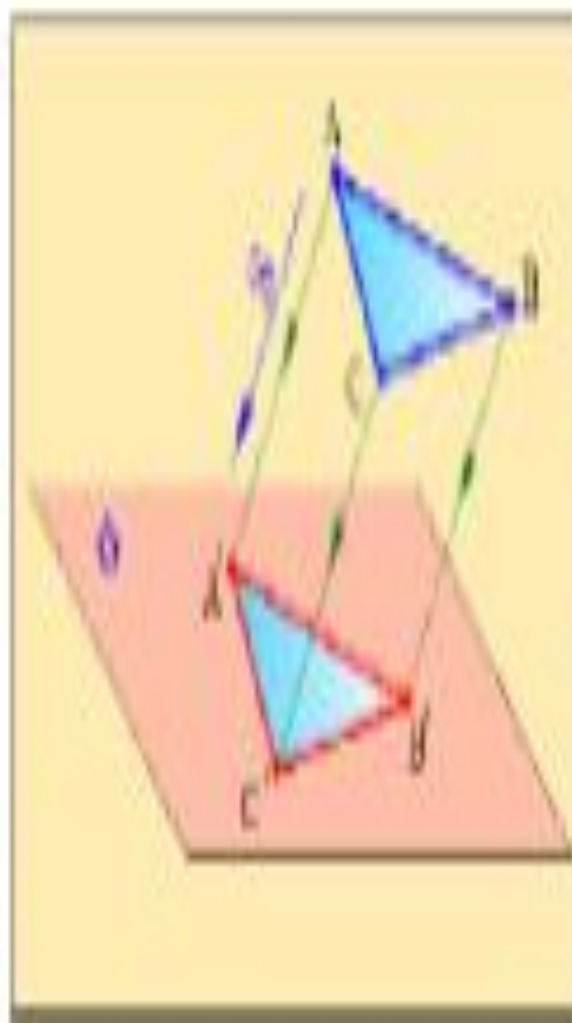
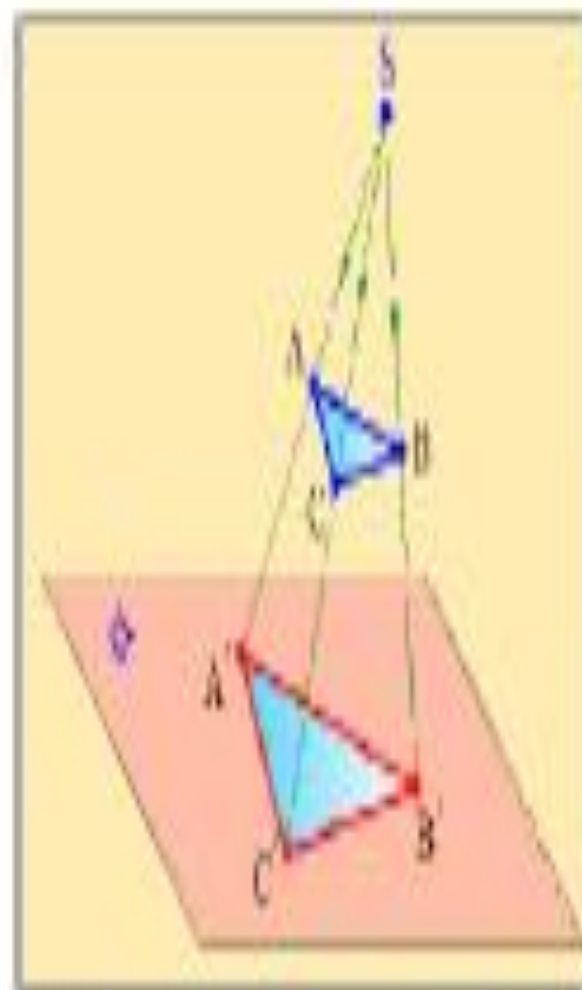
Классификация проекций

Центральные
(конические)

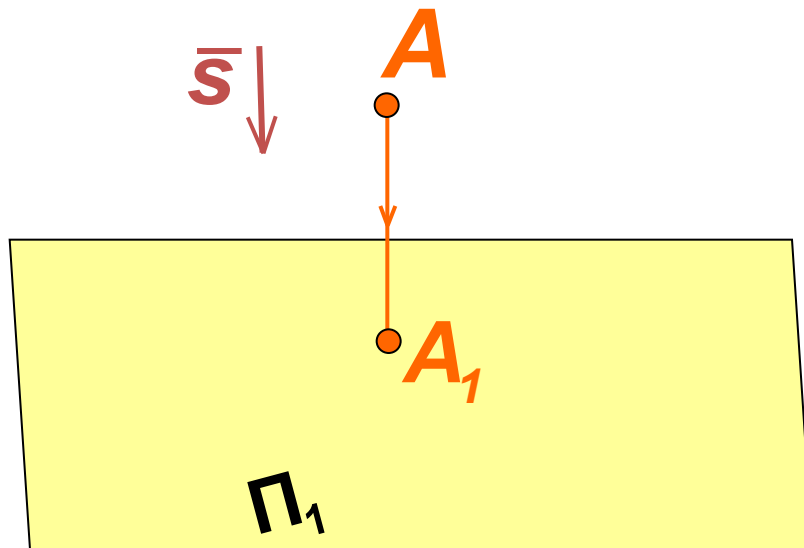
Параллельные (цилиндрические)
косоугольные, $\bar{s} \nsubseteq \Pi$ ортогональные, $\bar{s} \perp \Pi$



При центральном проецировании совокупность проецирующих лучей образует коническую поверхность. При параллельном проецировании совокупность проецирующих лучей образует цилиндрическую поверхность.



Ортогональное проектирование



При ортогональном проектировании проектирующие лучи \bar{s} перпендикулярны плоскости проекций Π_1 и параллельны между собой

Прямая задача – изобразить на чертеже положение точки. Произвольной точке пространства A на плоскости проекций соответствует ее единственное изображение – проекция A_1 . Проецирование на одну плоскость проекций дает решение прямой задачи

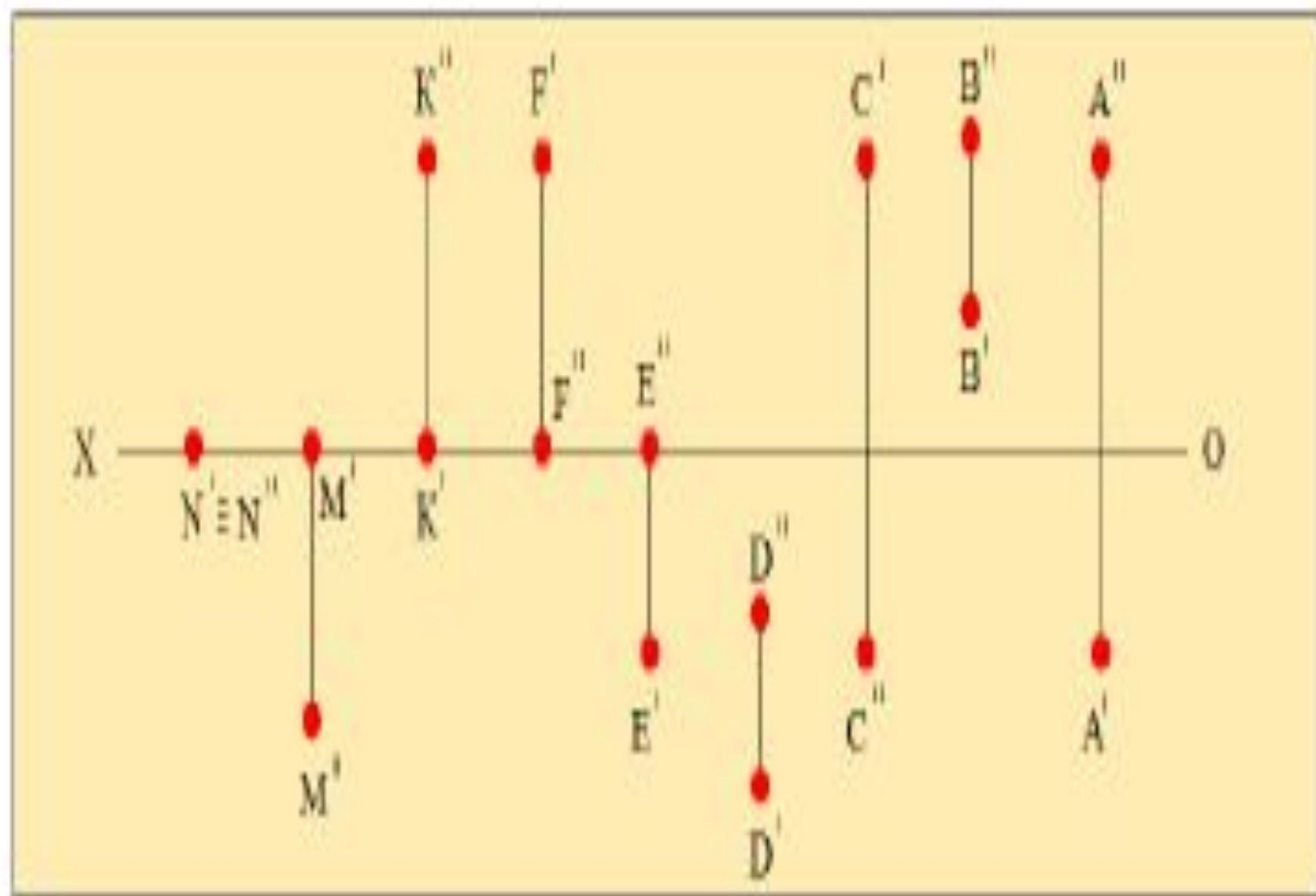
Метод Монжа

Метод ортогонального проецирования:

- **плоскости проекций перпендикулярны между собой;**
- **проецирующие лучи перпендикулярны плоскости проекций.**

Для однозначного определения положения точки в пространстве необходимо задать на чертеже минимум две ее ортогональные проекции

Комплексный чертеж – это изображение геометрического образа, полученное при совмещенных плоскостях проекций



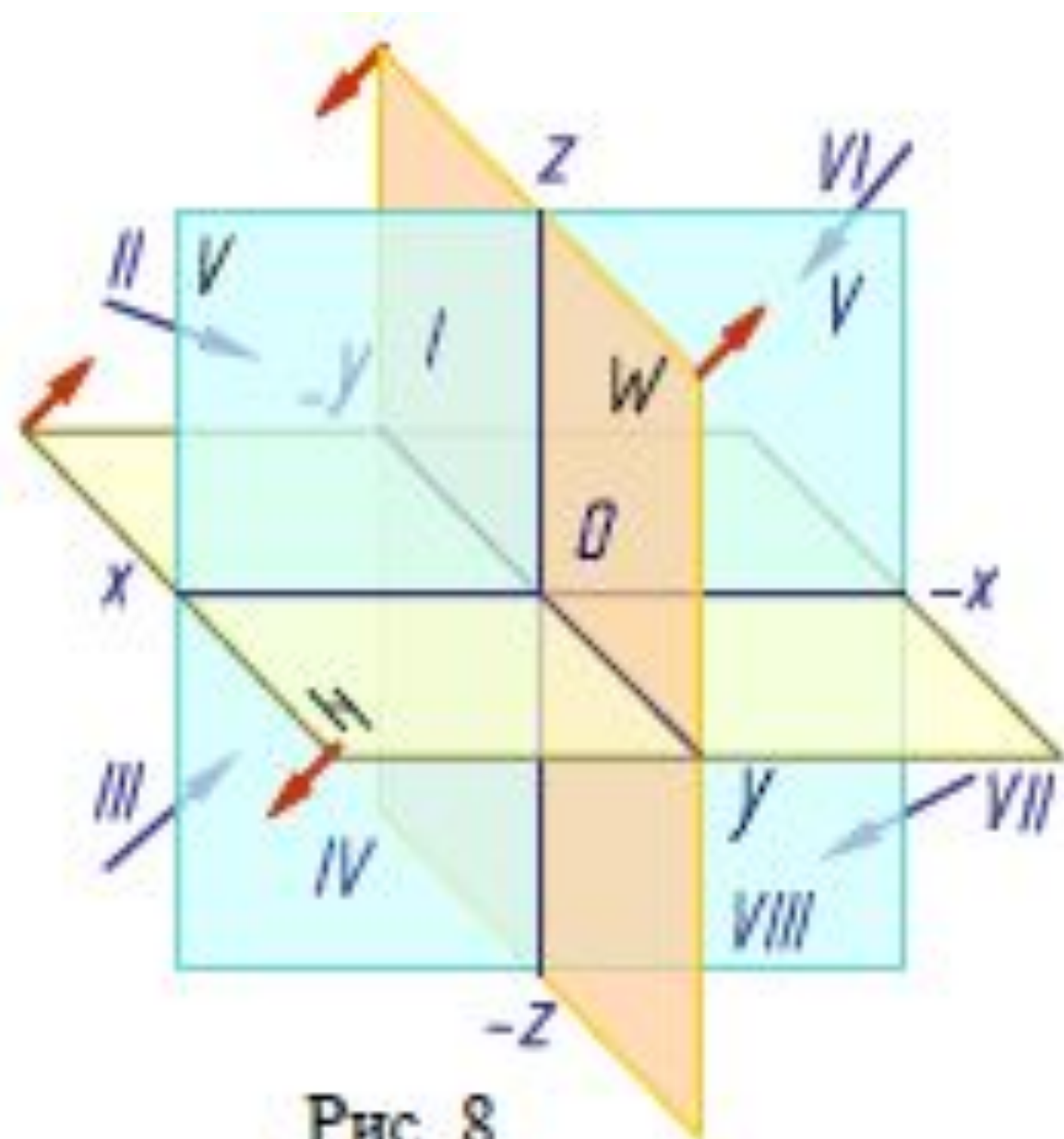
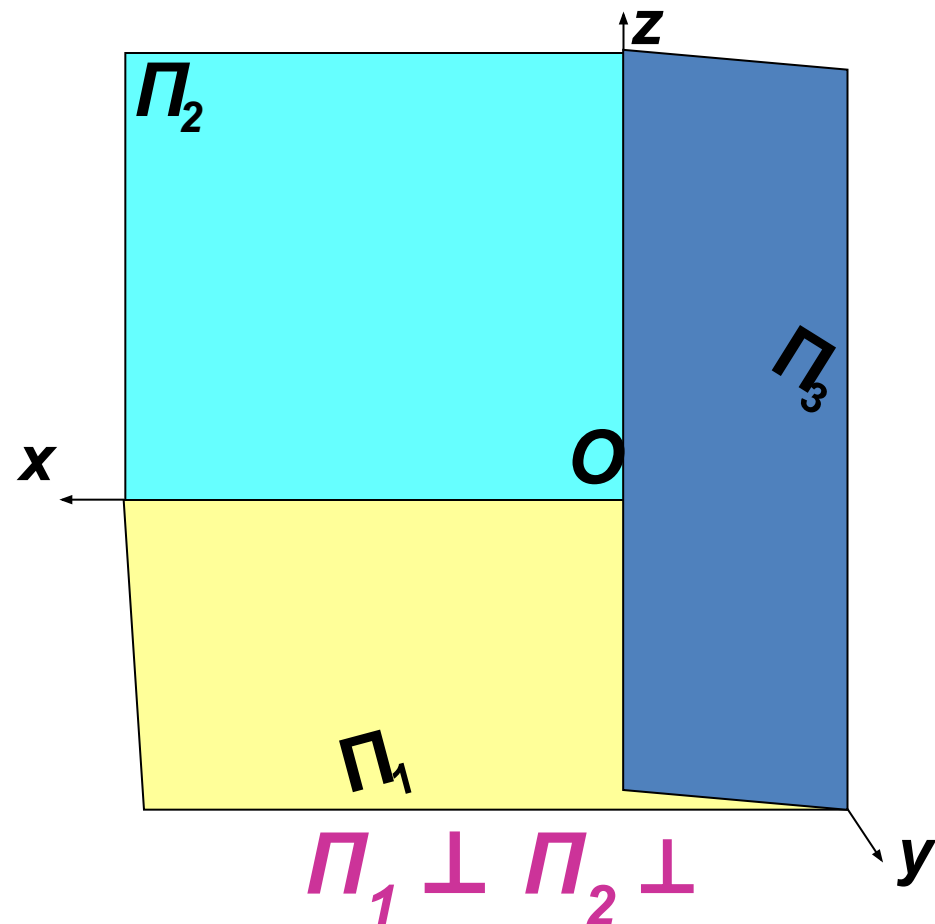


Рис. 8

Точка в системе трех плоскостей проекций

Пространственная картина

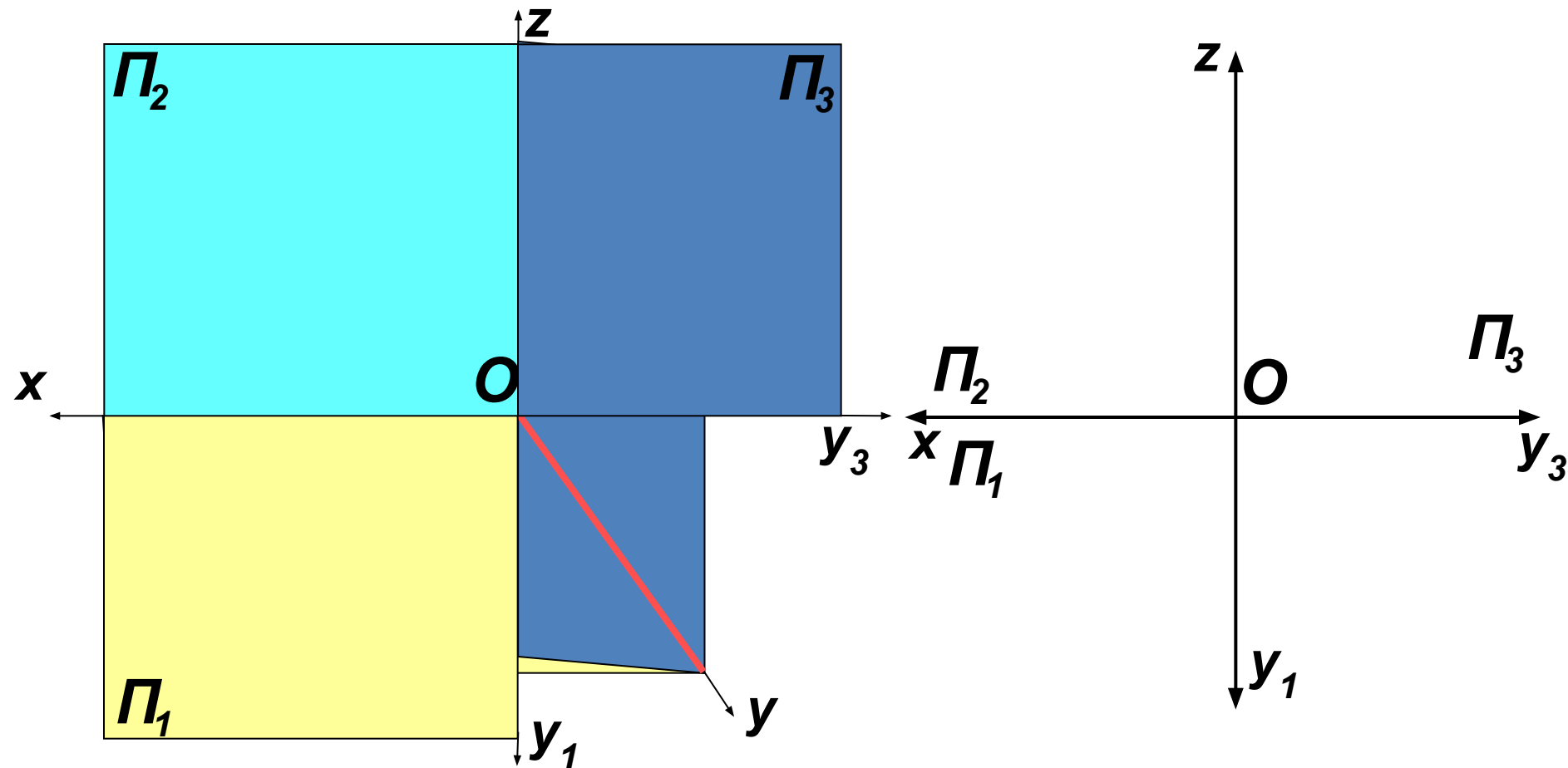


Используются три основные взаимно перпендикулярные плоскости проекций: Π_1 - горизонтальная; Π_2 - фронтальная; Π_3 - профильная. Плоскостей проекций пересекаются по осям Ox , Oy , Oz декартовой системы координат

Точка в системе трех плоскостей проекций

Пространственная картина

Комплексный чертеж

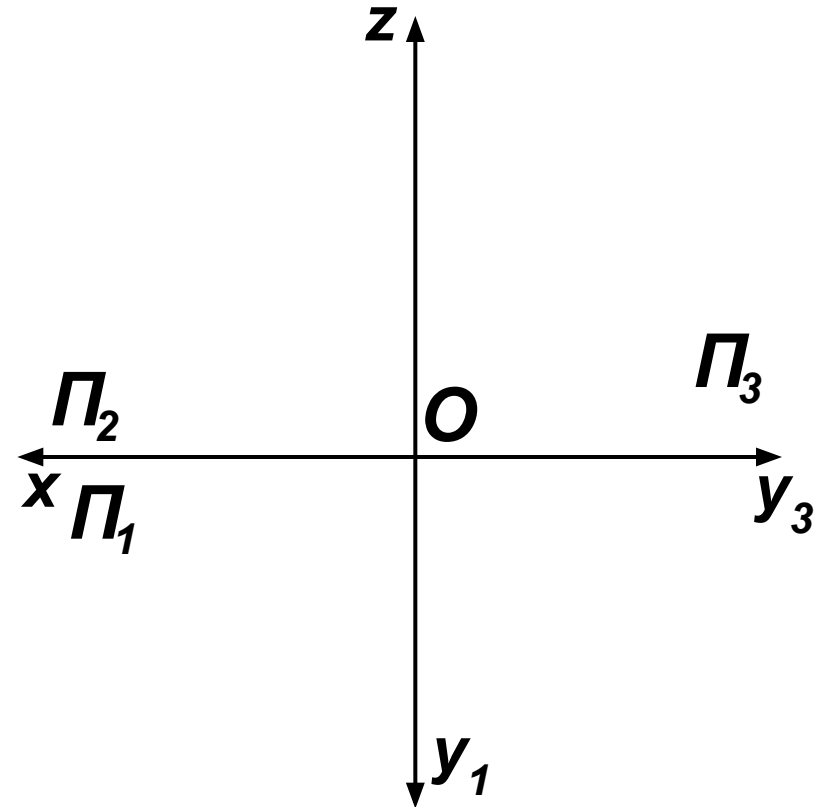
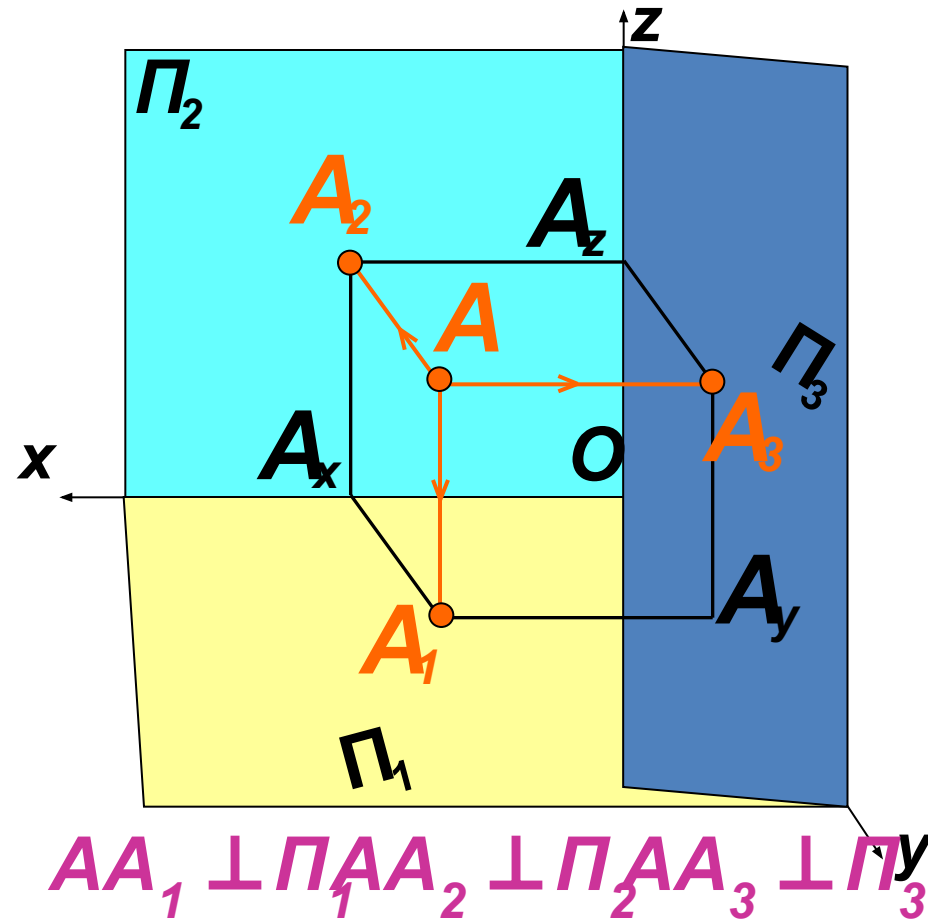


Для перехода к комплексному чертежу пространственную модель разрезают по оси Oy и совмещают все три плоскости проекций в одну: Π_1 поворачивают вокруг оси Ox , Π_3 поворачивают вокруг оси Oz до их совпадения с Π_2 . Ось Oy распадается на две оси y_1 и y_3

Точка в системе трех плоскостей проекций

Пространственная картина

Комплексный чертеж

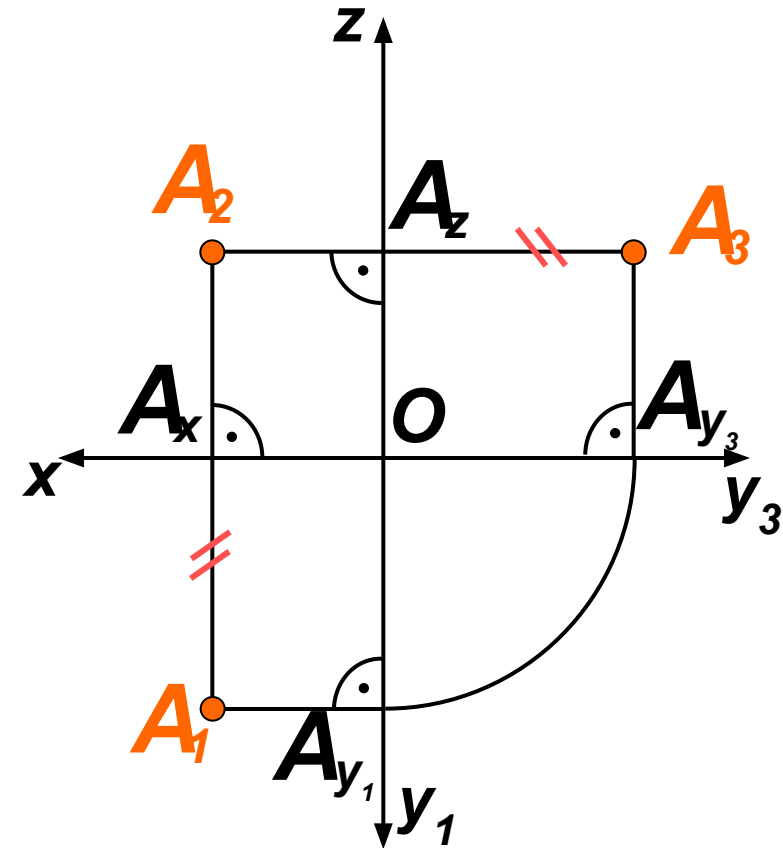
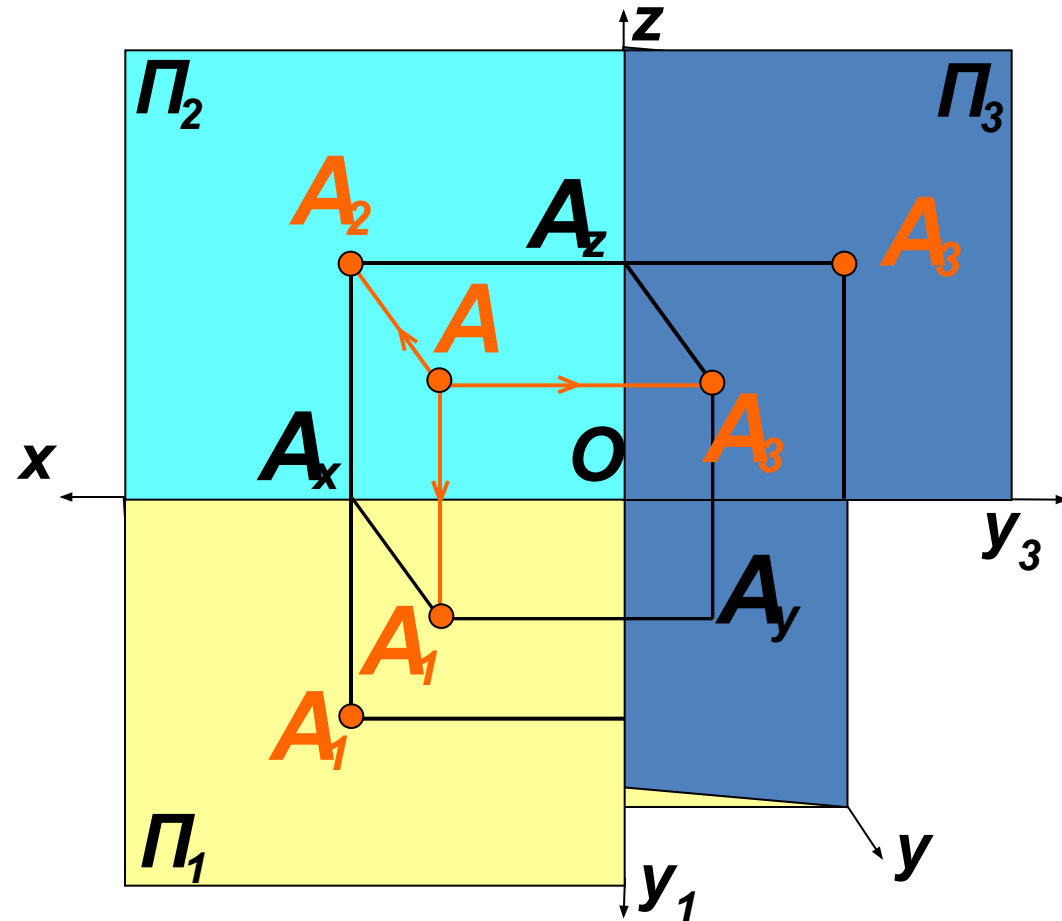


; Проецирующие лучи AA_1 , AA_2 , AA_3 проводят перпендикулярно соответствующим плоскостям проекций и получают проекции точки A : горизонтальную A_1 , фронтальную A_2 , профильную A_3 . Точки пересечения проецирующих плоскостей с соответствующими осями

Точка в системе трех плоскостей проекций

Пространственная картина

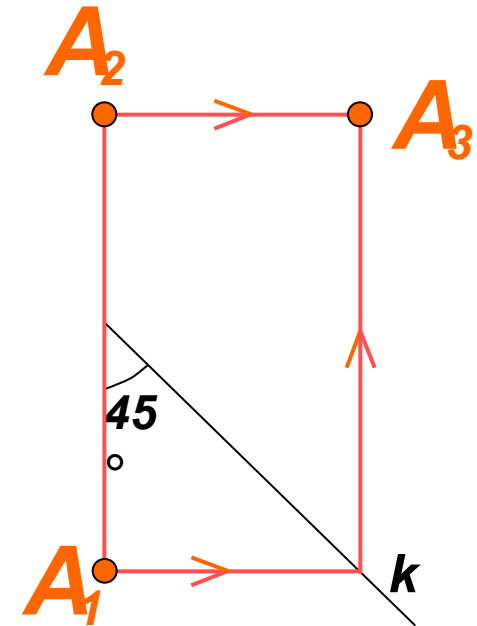
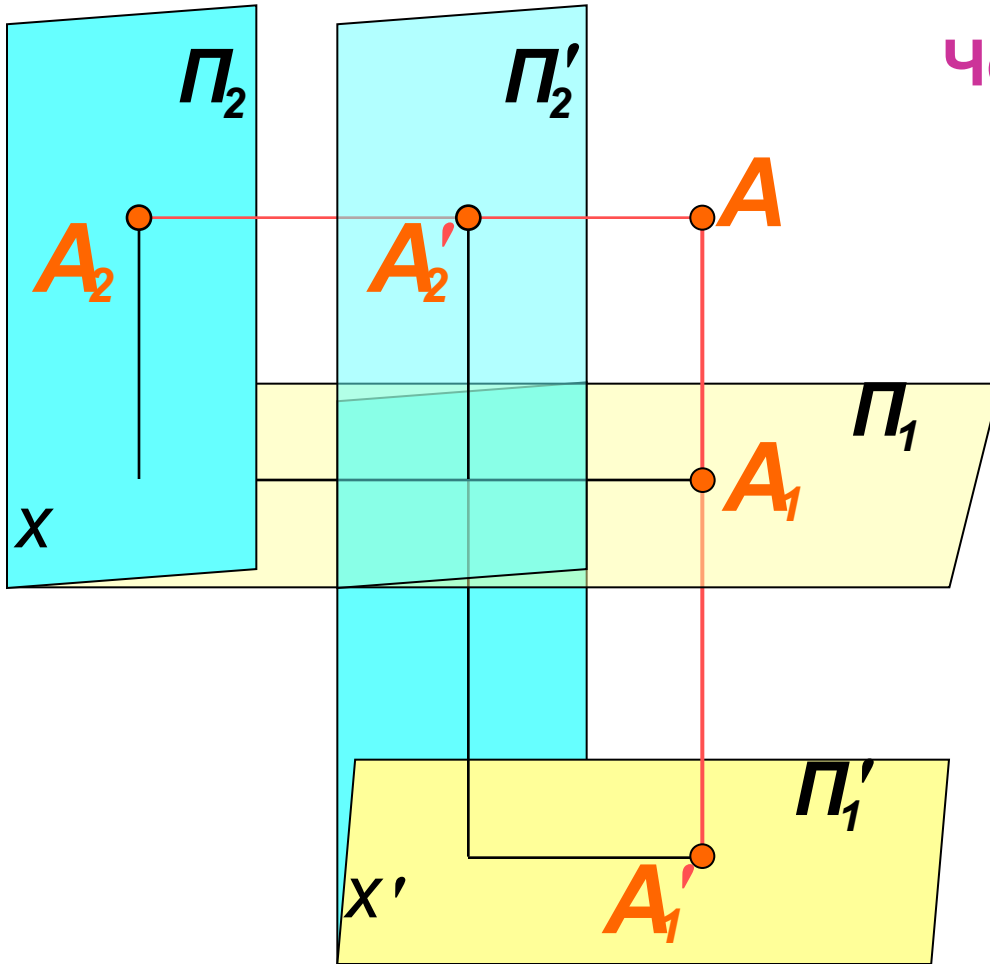
Комплексный чертеж



На комплексном чертеже линии проекционной связи перпендикулярны осям координат. Линия $A_1A_2 \perp Ox$ расположена вертикально, а $A_2A_3 \perp Oz$ - горизонтально. При построении линии связи от A_1 к A_3 необходимо соблюсти равенство координатных отрезков по оси Oy : $A_xA_1 = A_zA_3$

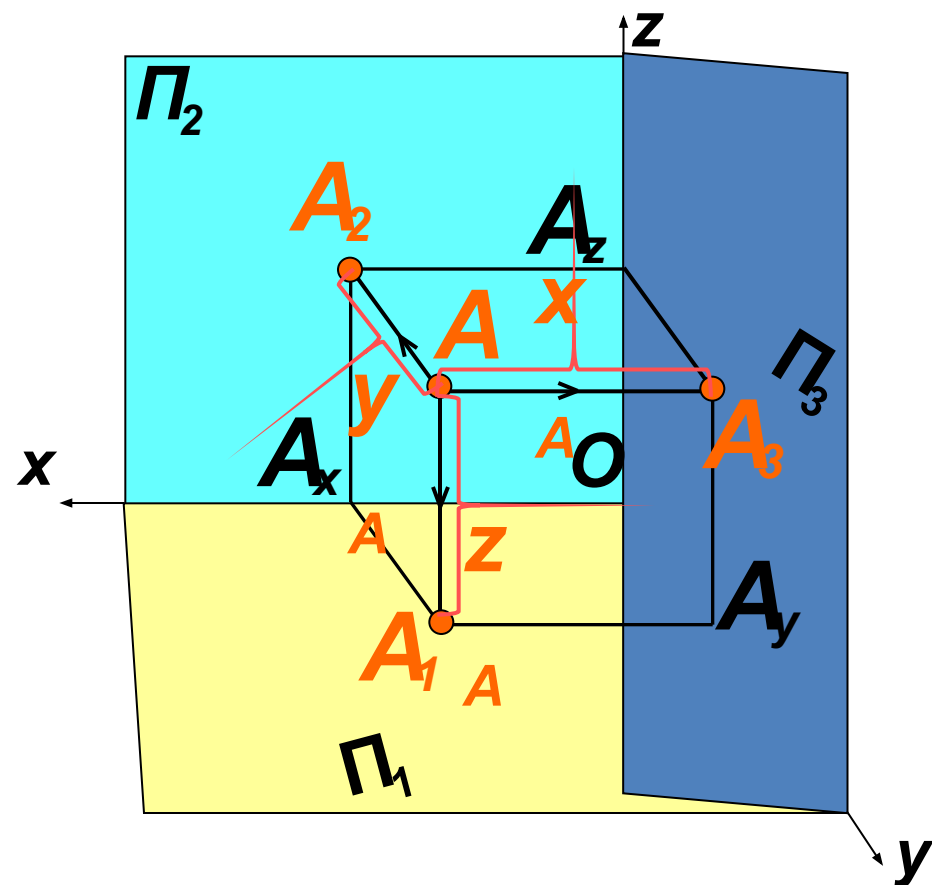
Безосный чертеж

Чертеж без указания осей называется безосным



Плоскости проекций принимаются неопределенными и могут перемещаться параллельно самим себе. На комплексном чертеже положение осей не указывается. Профильная проекция A_3 точки A строится с помощью постоянной чертежа k

Прямоугольные координаты точки



$$A(x_A, y_A, z_A)$$

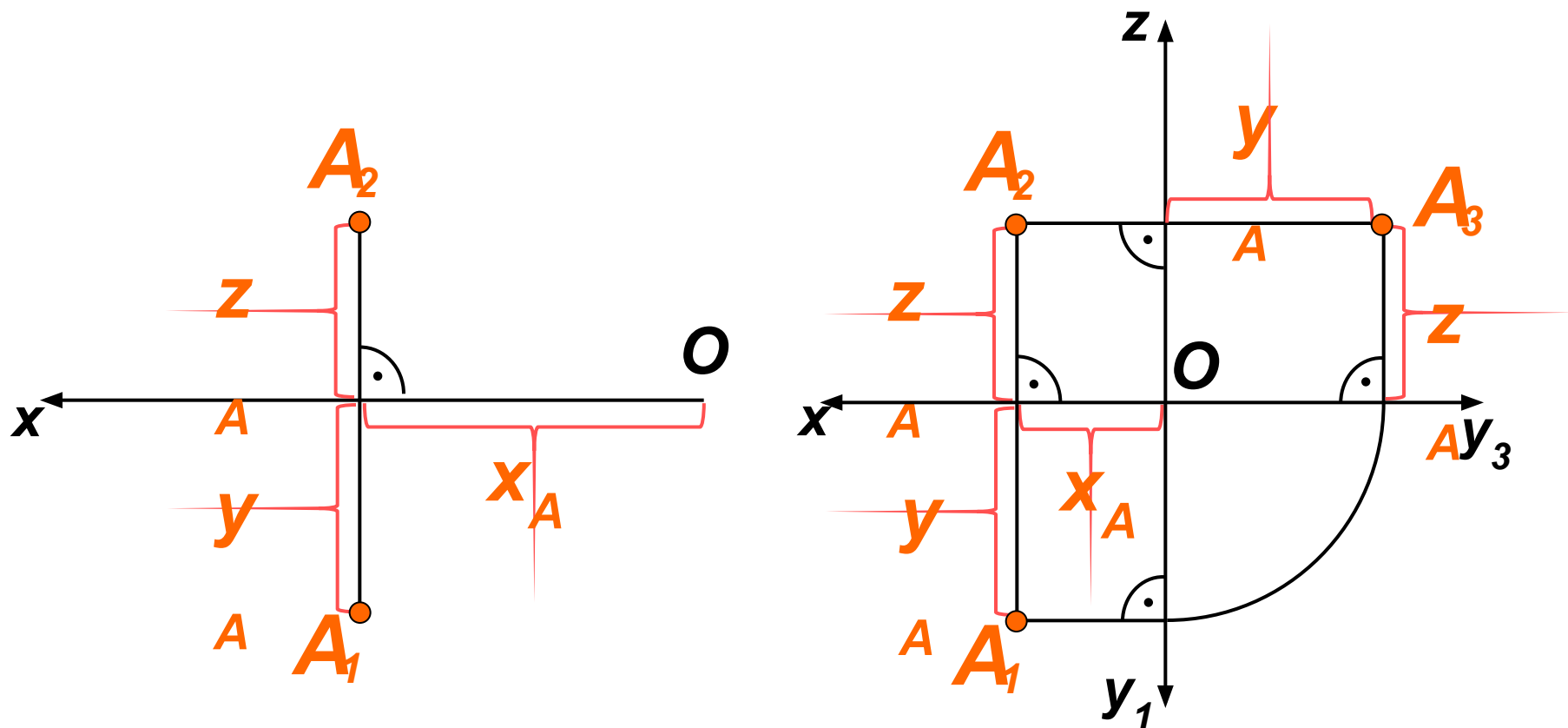
$$x_A = |AA_3|$$

$$y_A = |AA_2|$$

$$z_A = |AA_1|$$

Система трех взаимно перпендикулярных плоскостей проекций - аналог декартовой системы координатных плоскостей. Координата точки есть число, выражающее ее расстояние до плоскости проекций. Точка A в пространстве имеет координаты: абсциссу x_A , ординату y_A , аппликату z_A .

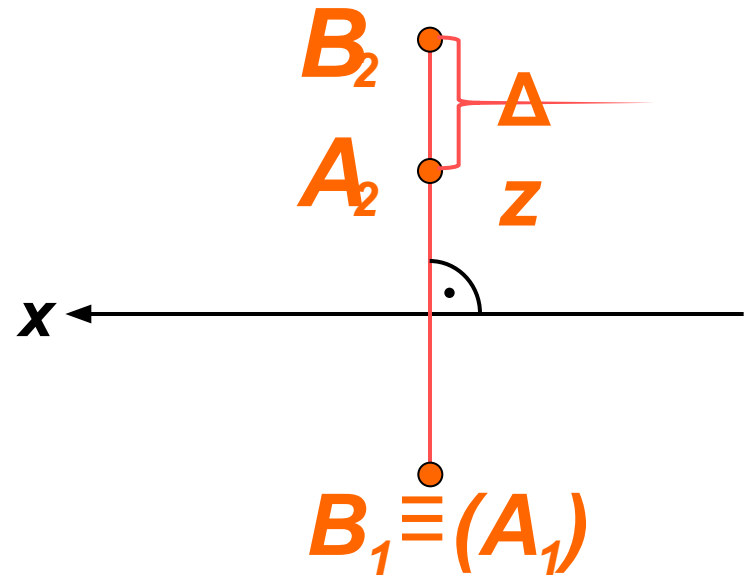
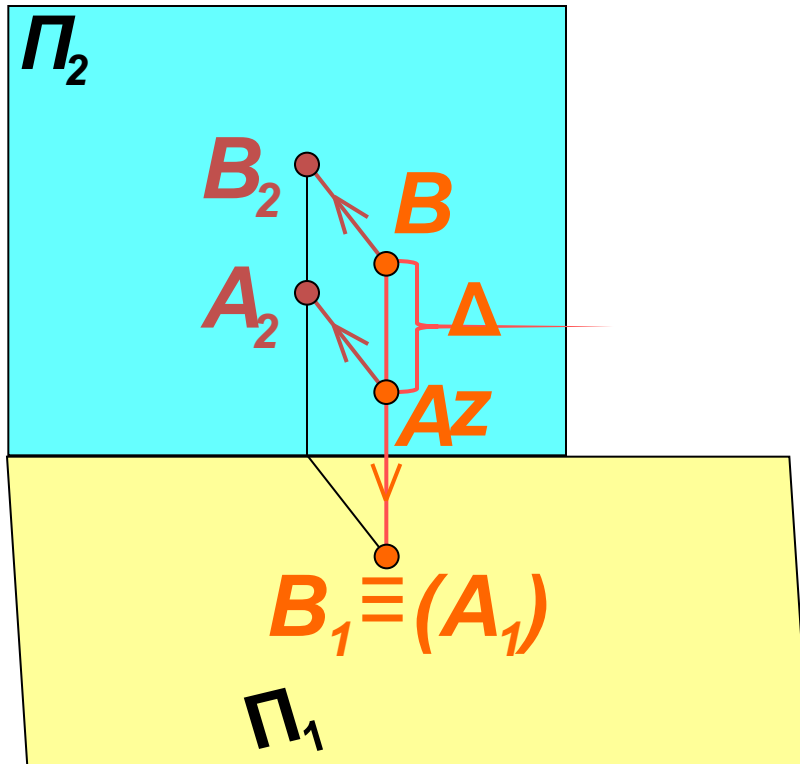
Прямоугольные координаты точки



На комплексном чертеже численные значения координат откладываются вдоль соответствующих координатных осей. Каждая проекция точки определяется двумя координатами: горизонтальная – X_A и Y_A , фронтальная – X_A и Z_A , профильная – Y_A и Z_A .

Конкурирующие точки

Конкурирующими называются точки, лежащие на одном проецирующем луче.

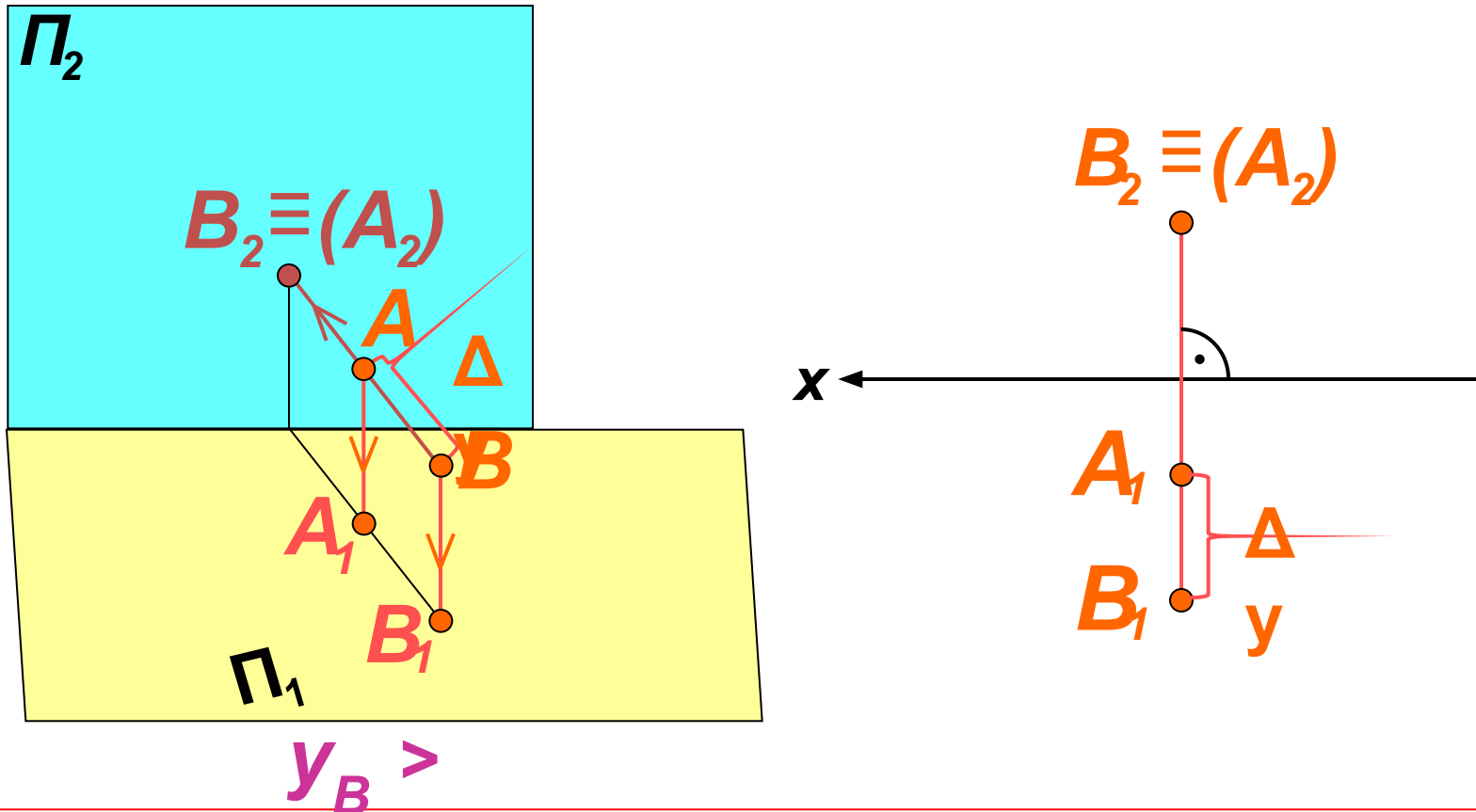


$$z_B > z_A$$

Горизонтально конкурирующие точки A и B лежат на общем горизонтально-проецирующем луче, поэтому их горизонтальные проекции совпадают. Точка B выше точки A и расположена ближе к наблюдателю, ее горизонтальная проекция B_1 будет видимой

Конкурирующие точки

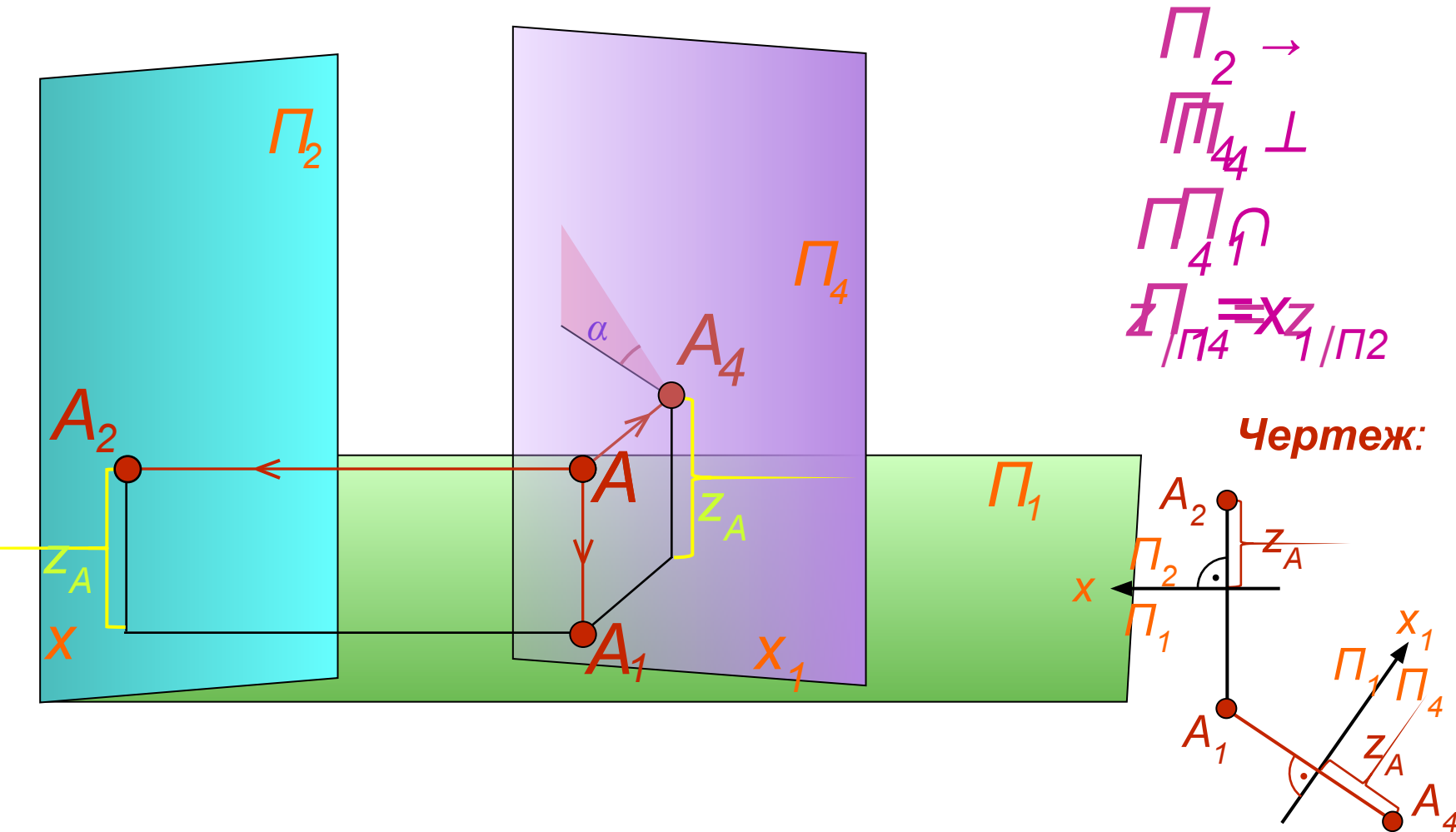
Видима та точка, у которой больше координата



Фронтально конкурирующие точки A и B отличаются только координатой y , лежат на одном фронтально-проецирующем луче, поэтому их фронтальные проекции совпадают. Ближе к наблюдателю расположена точка B , ее фронтальная проекция B_2 будет видимой

Преобразование чертежа Монжа

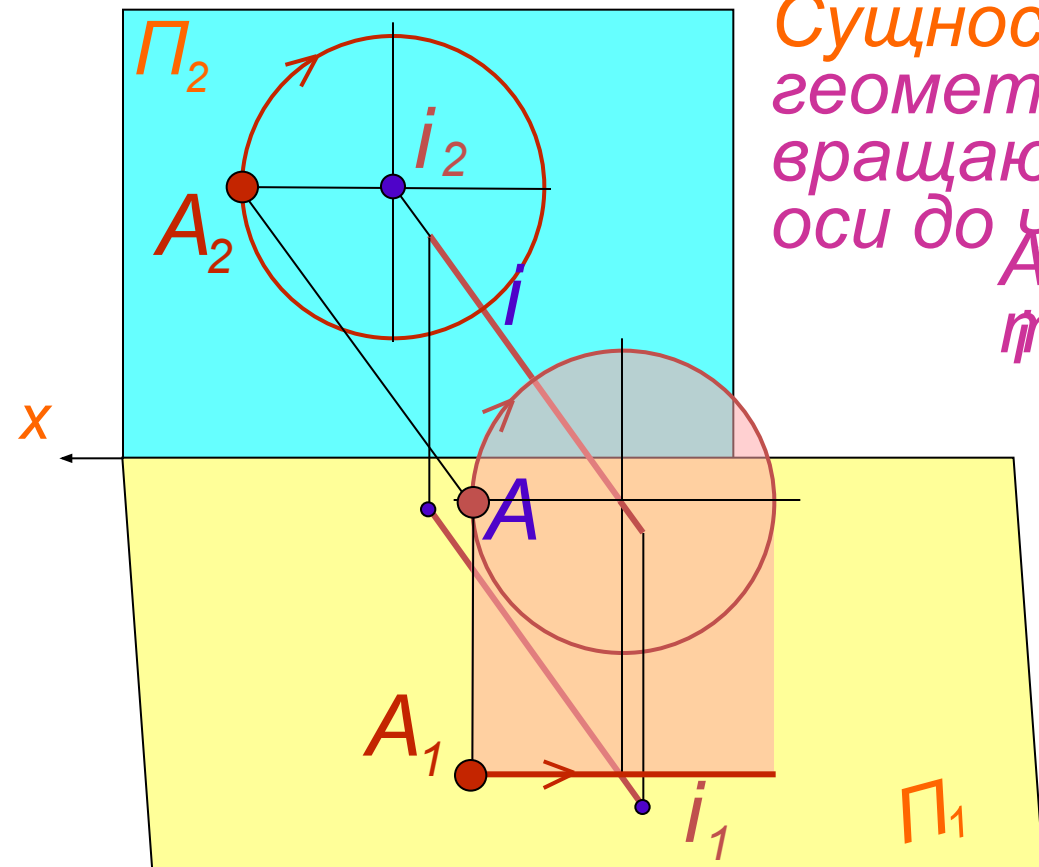
Способ перемены плоскостей проекций



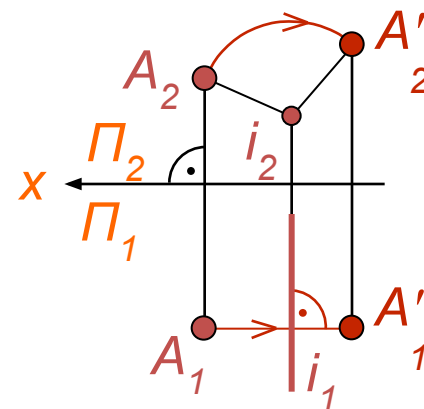
Заменяем исходную фронтальную плоскость проекций Π_2 на новую плоскость проекций Π_4 . При этом преобразовании расстояние точек от плоскости Π_1 (координата z) остается неизменным

Способ вращения вокруг проецирующей прямой

Сущность способа:
геометрический образ
вращают вокруг проецирующей
оси до частного положения
 A – произвольная
точка; вращения; $i \perp \Pi_2$

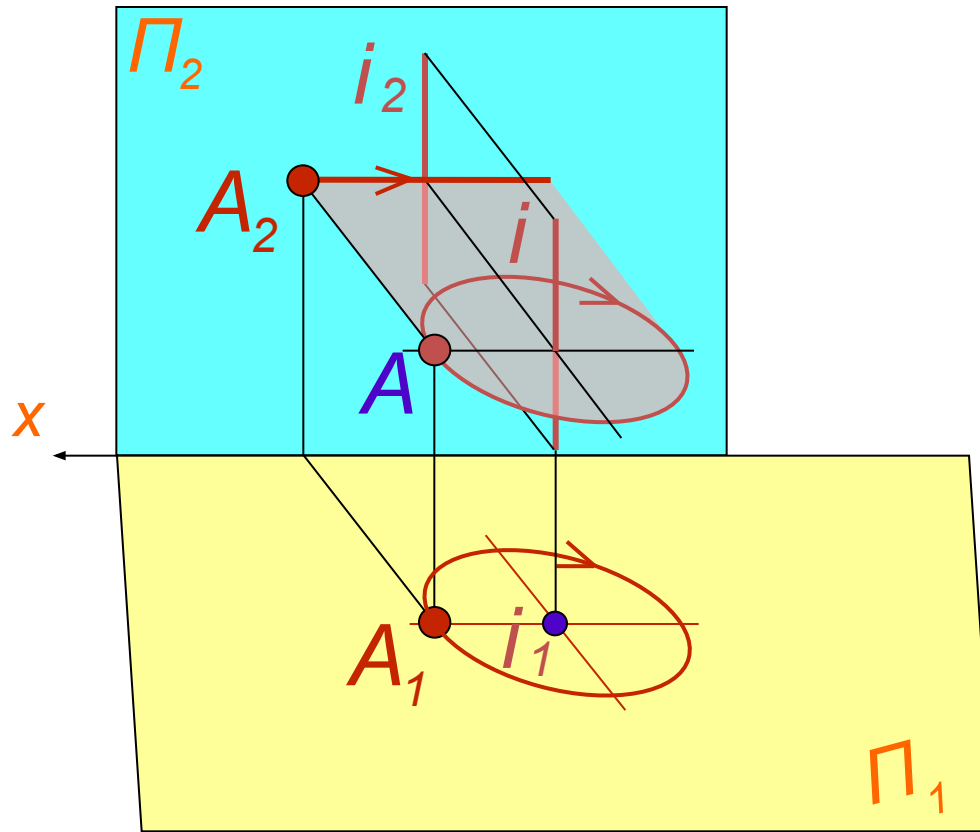


Чертеж:



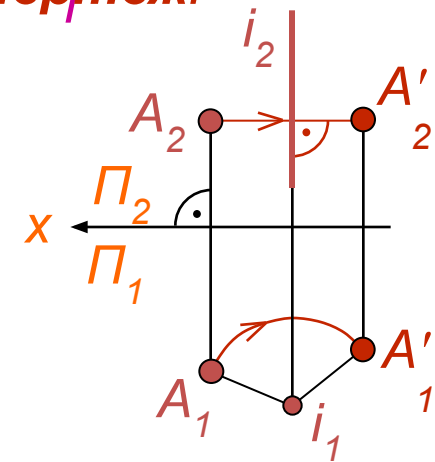
При вращении точка описывает окружность, расположенную в плоскости уровня. Если ось вращения $i \perp \Pi_2$, то на Π_2 траектория движения точки проецируется в натуральную величину (окружность с центром в точке i_2)
На Π_1 она проецируется в виде прямой, \perp проекции оси вращения i_1

Способ вращения вокруг проецирующей прямой



A – произвольная точка;
 l – ось вращения;
 $i \perp l$

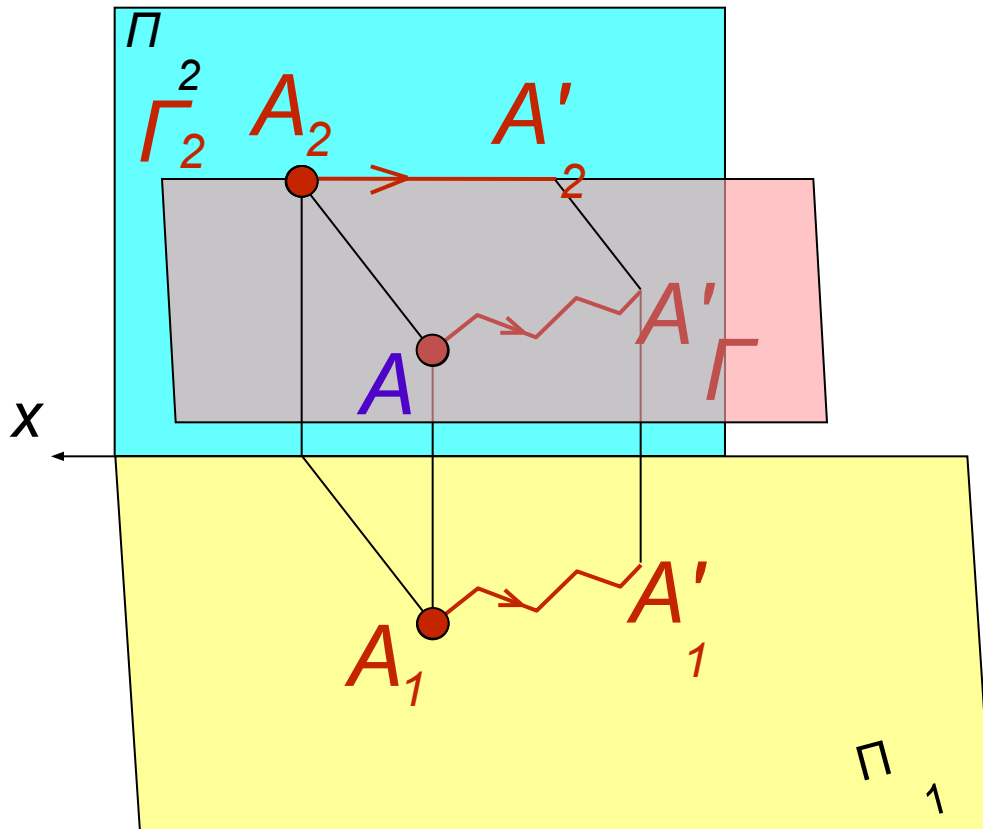
Чертеж:



При горизонтально проецирующем положении оси вращения траектория движения точки на Π_1 проецируется в натуральную величину, т.е. в виде окружности с центром в точке i_1 . На Π_2 она будет проецироваться в виде прямой линии, перпендикулярной проекции оси вращения i_2

Способ плоскопараллельного перемещения

Сущность способа: геометрический образ переводится в частное положение плоскопараллельным движением его точек по плоскостям уровня

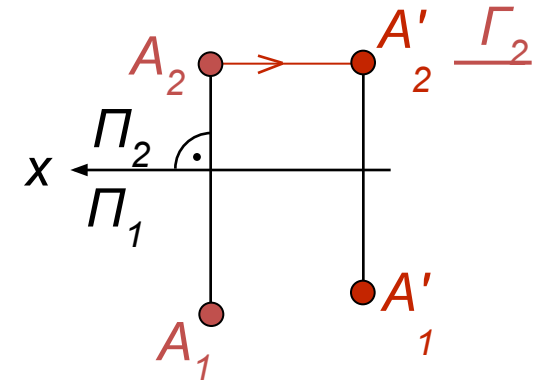


A – произвольная точка;

Γ – плоскость перемещения;

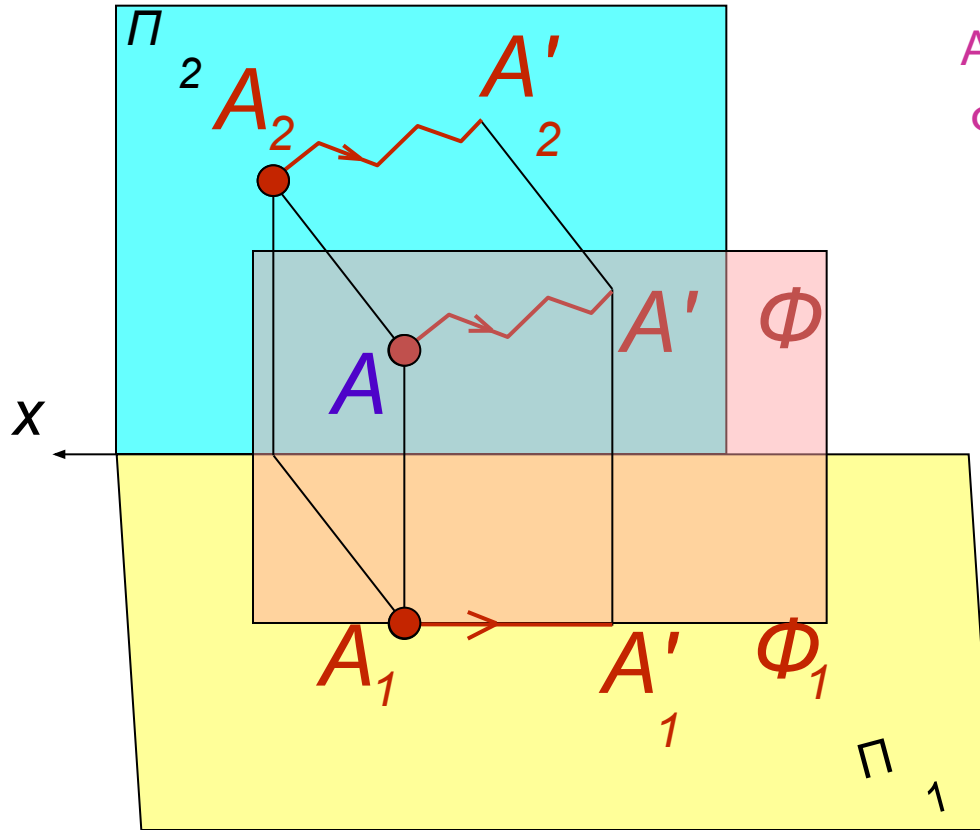
$$\Gamma \parallel \Pi_1; \Gamma \perp \Pi_2$$

Схема:



При плоскопараллельном перемещении траектория движения горизонтальной проекции точки повторяет ее перемещение в плоскости Γ . На Π_2 фронтальная проекция точки перемещается по следу плоскости Γ_2 , который параллелен оси X

Способ плоскопараллельного перемещения

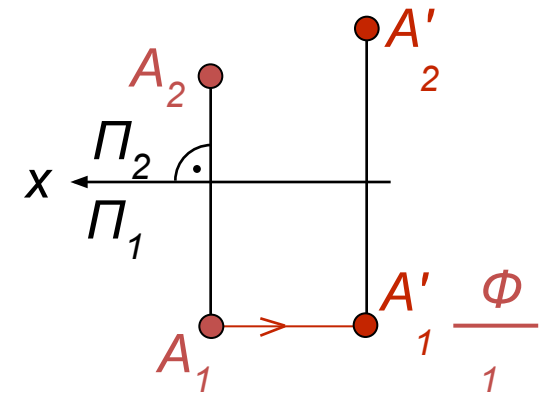


A – произвольная точка;

Φ – плоскость
перемещения;

$$\Phi \parallel \Pi_2; \quad \Phi \perp \Pi_1$$

Схема:



На Π_2 траектория движения фронтальной проекции точки повторяет ее перемещение в плоскости Φ , поэтому расположение проекции может быть произвольным. На Π_1 горизонтальная проекция точки перемещается по следу плоскости Φ_1 , который параллелен оси x