

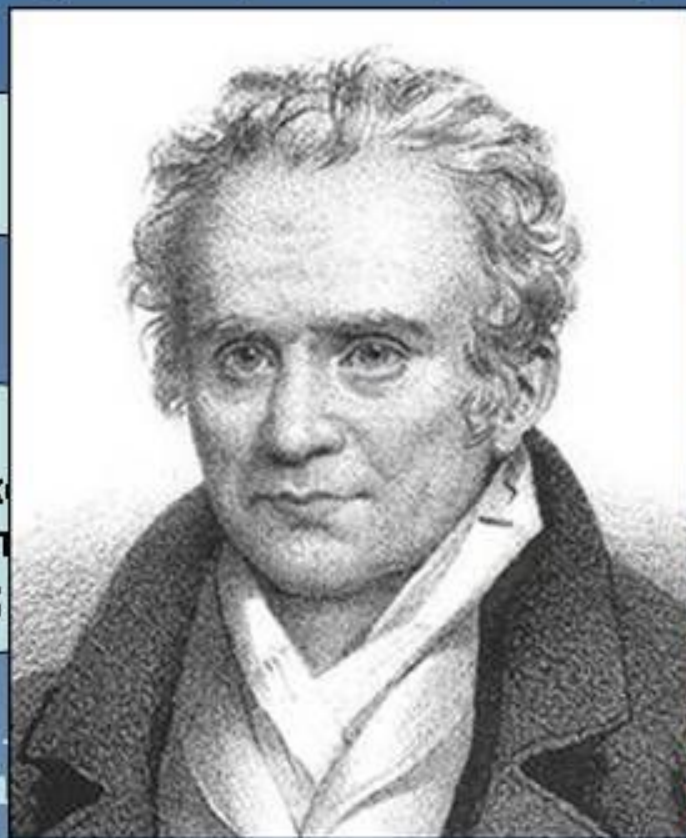
# Лекция 1

*Метод проекций. Проекции точки.*

# Предмет «Начертательная геометрия» (Н.Г.)

Н.Г. изучает законы отображения трехмерного пространства на двумерную плоскость методами проекций и сечений.

Основоположником начертательной геометрии и метода ортогонального проецирования является французский математик, геометр Гаспар Монж (1746-1818гг.).



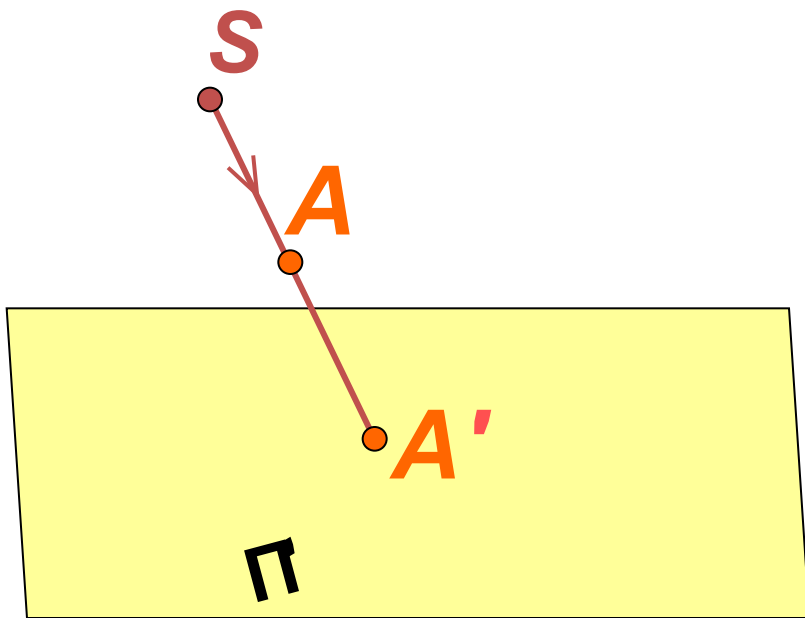
**прямая -  
построить изображение  
пространственного предмета  
на чертеже;**

Построение  
помощью

**обратная –  
конструкция  
пространственного предмета  
по чертежу.**

связана с  
**прямой.**

# Метод проекций



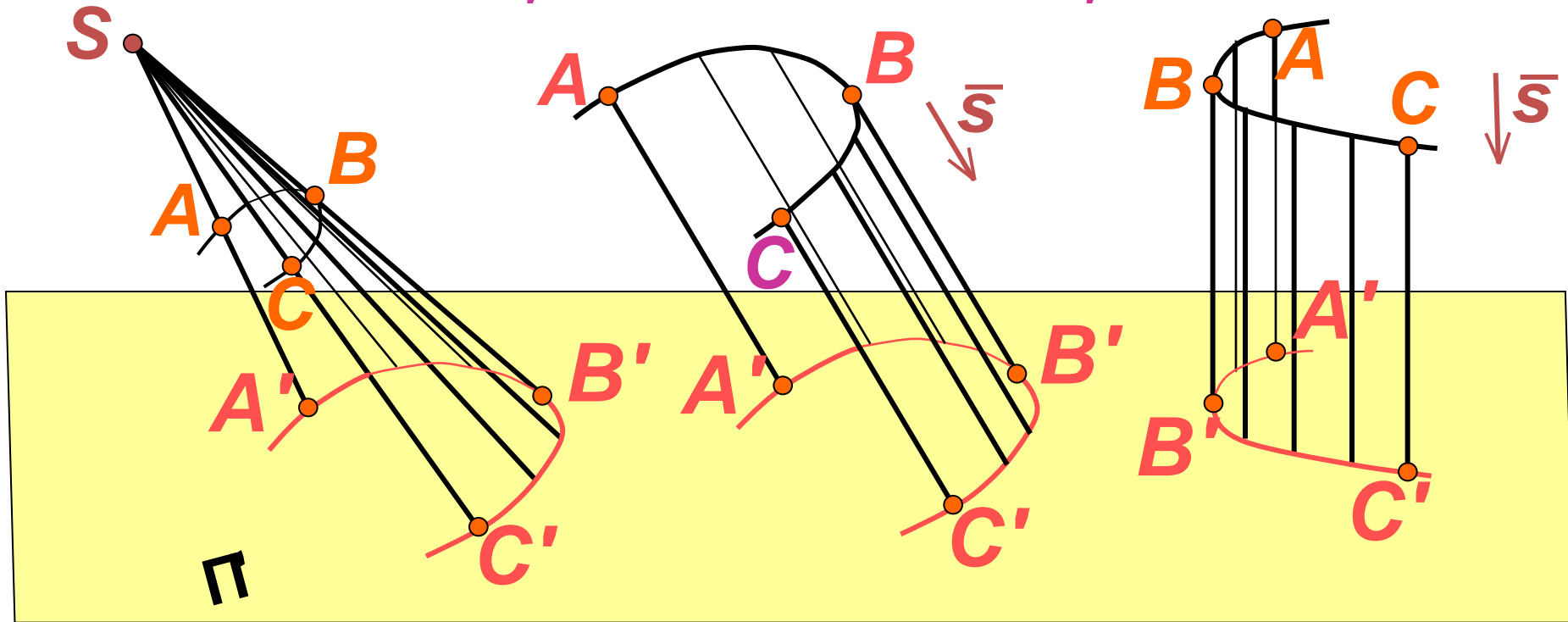
$P'$  – плоскость проекций;  
 $A$  – произвольная точка пространства;  
 $S$  – центр проецирующий;  
луч;  
 $A'$  – проекция точки  $A$  на плоскость проекций  $P'$ .

При проецировании проецирующие лучи проходят через центр проекций – точку  $S$ . Проекция  $A'$  точки  $A$  есть пересечение проецирующего луча  $SA$  с плоскостью проекций  $P'$ .

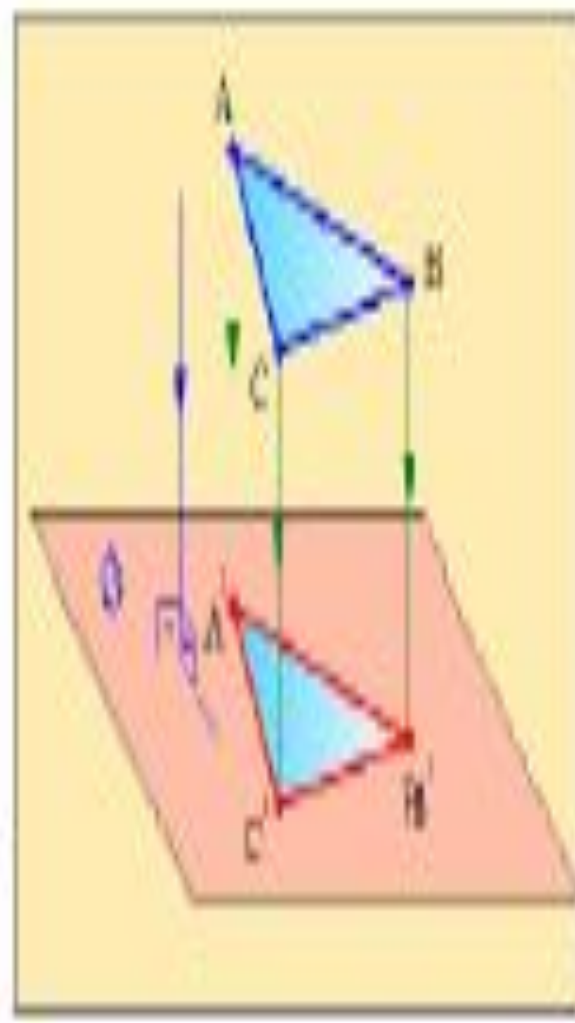
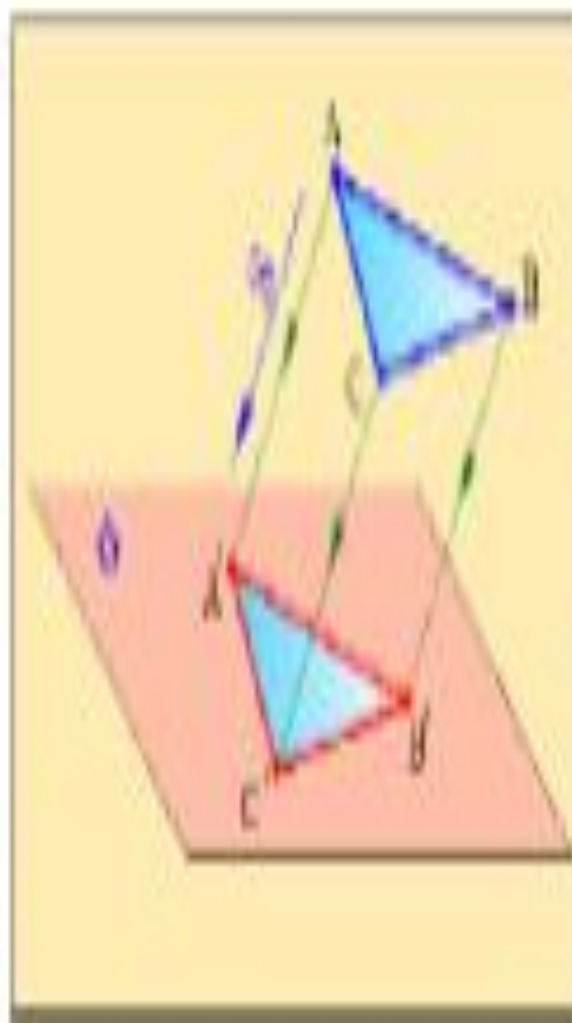
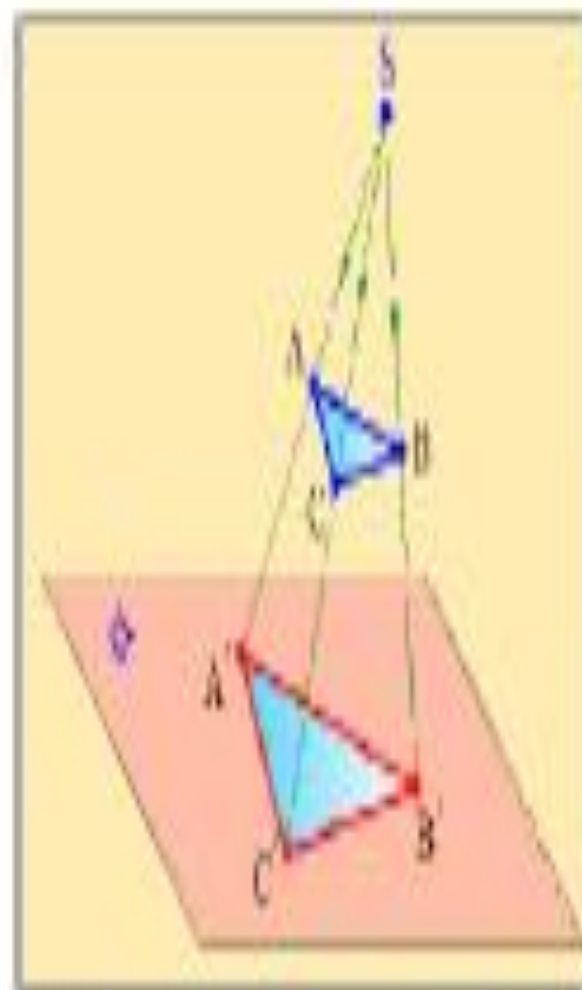
# Классификация проекций

Центральные  
(конические)

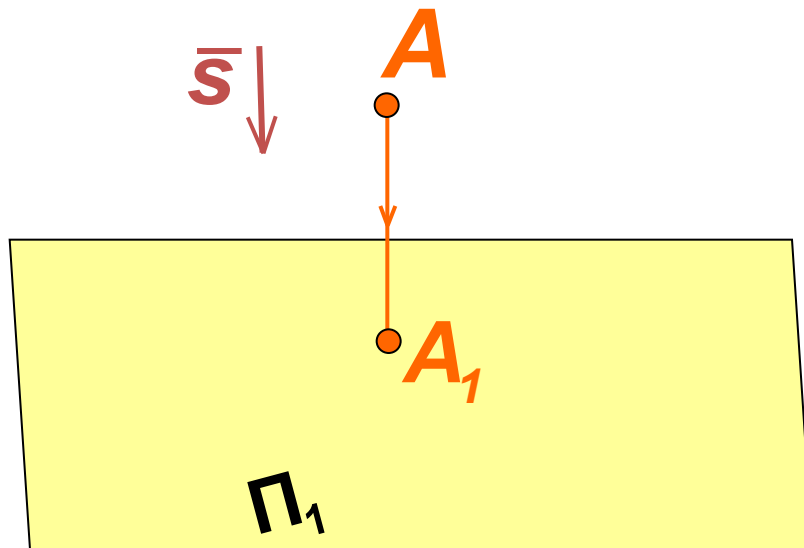
Параллельные (цилиндрические)  
косоугольные,  $\bar{s} \nsubseteq \Pi$       ортогональные,  $\bar{s} \perp \Pi$



При центральном проецировании совокупность проецирующих лучей образует коническую поверхность. При параллельном проецировании совокупность проецирующих лучей образует цилиндрическую поверхность.



# Ортогональное проецирование



При ортогональном проецировании проецирующие лучи  $\bar{s}$  перпендикулярны плоскости проекций  $\Pi_1$  и параллельны между собой

Прямая задача – изобразить на чертеже положение точки. Произвольной точке пространства  $A$  на плоскости проекций соответствует ее единственное изображение – проекция  $A_1$ . Проецирование на одну плоскость проекций дает решение прямой задачи

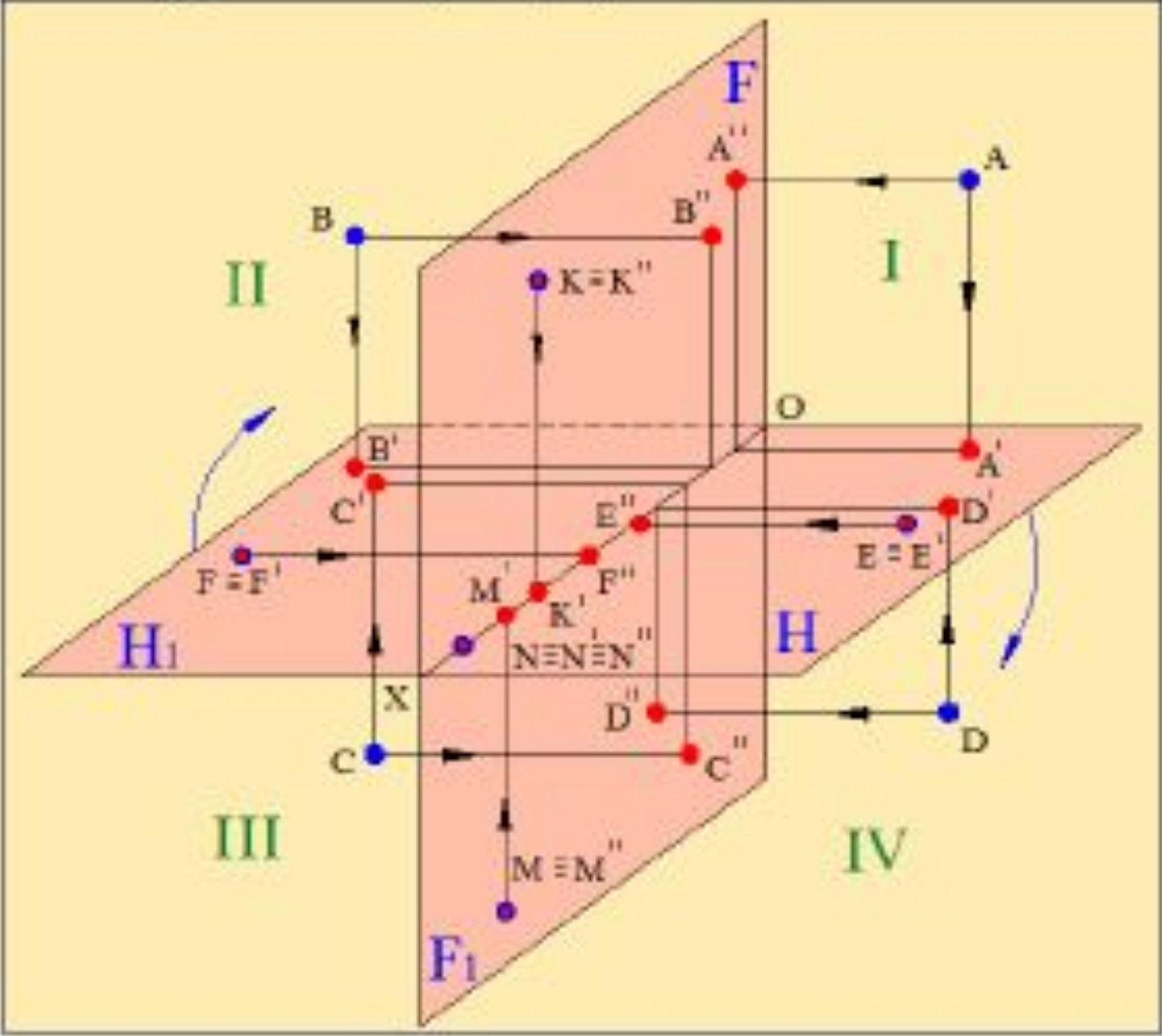
# Метод Монжа

**Метод ортогонального проецирования:**

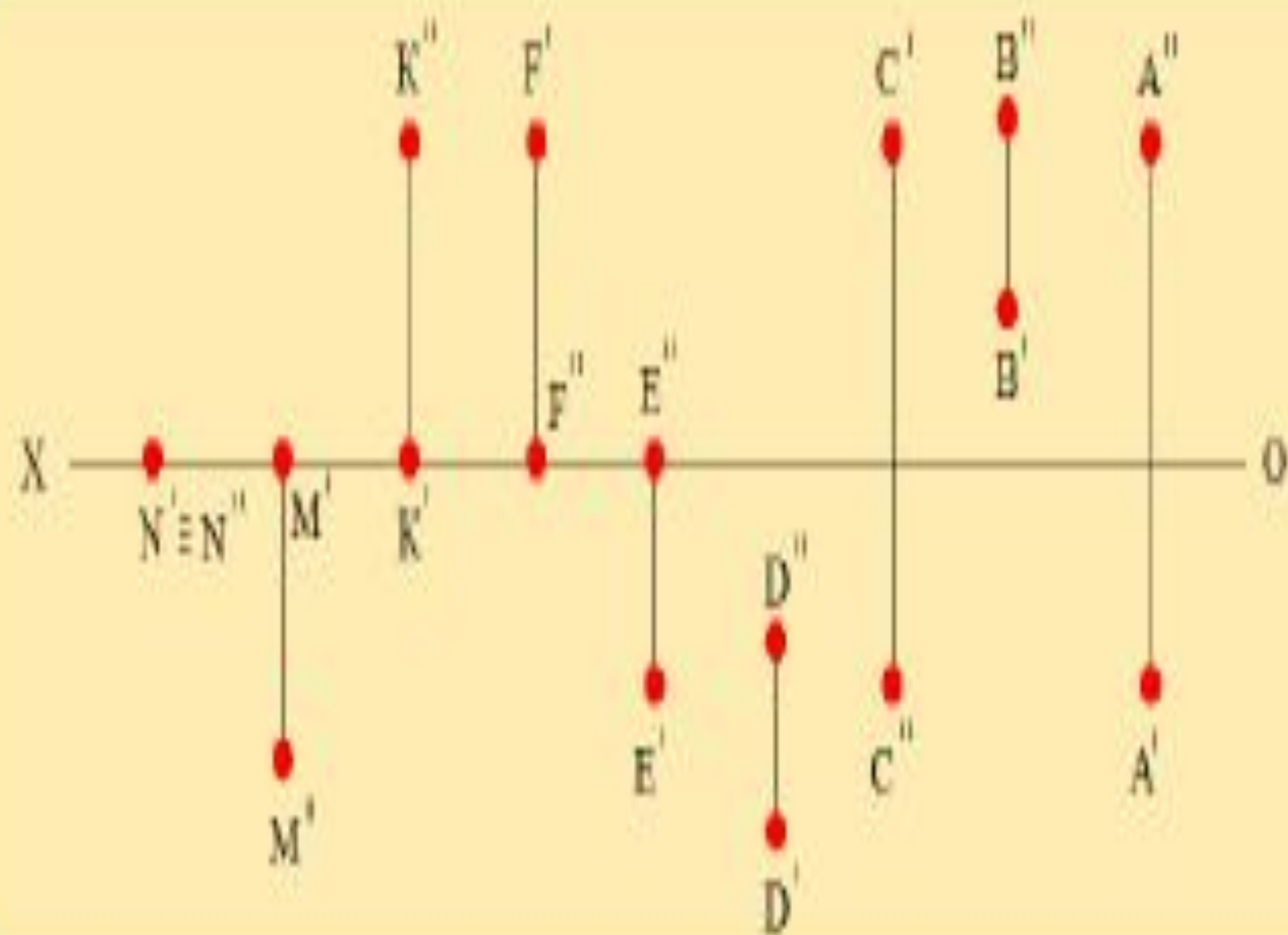
- **плоскости проекций перпендикулярны между собой;**
- **проецирующие лучи перпендикулярны плоскости проекций.**

**Для однозначного определения положения точки в пространстве необходимо задать на чертеже минимум две ее ортогональные проекции**

**Комплексный чертеж – это изображение геометрического образа, полученное при совмещенных плоскостях проекций**







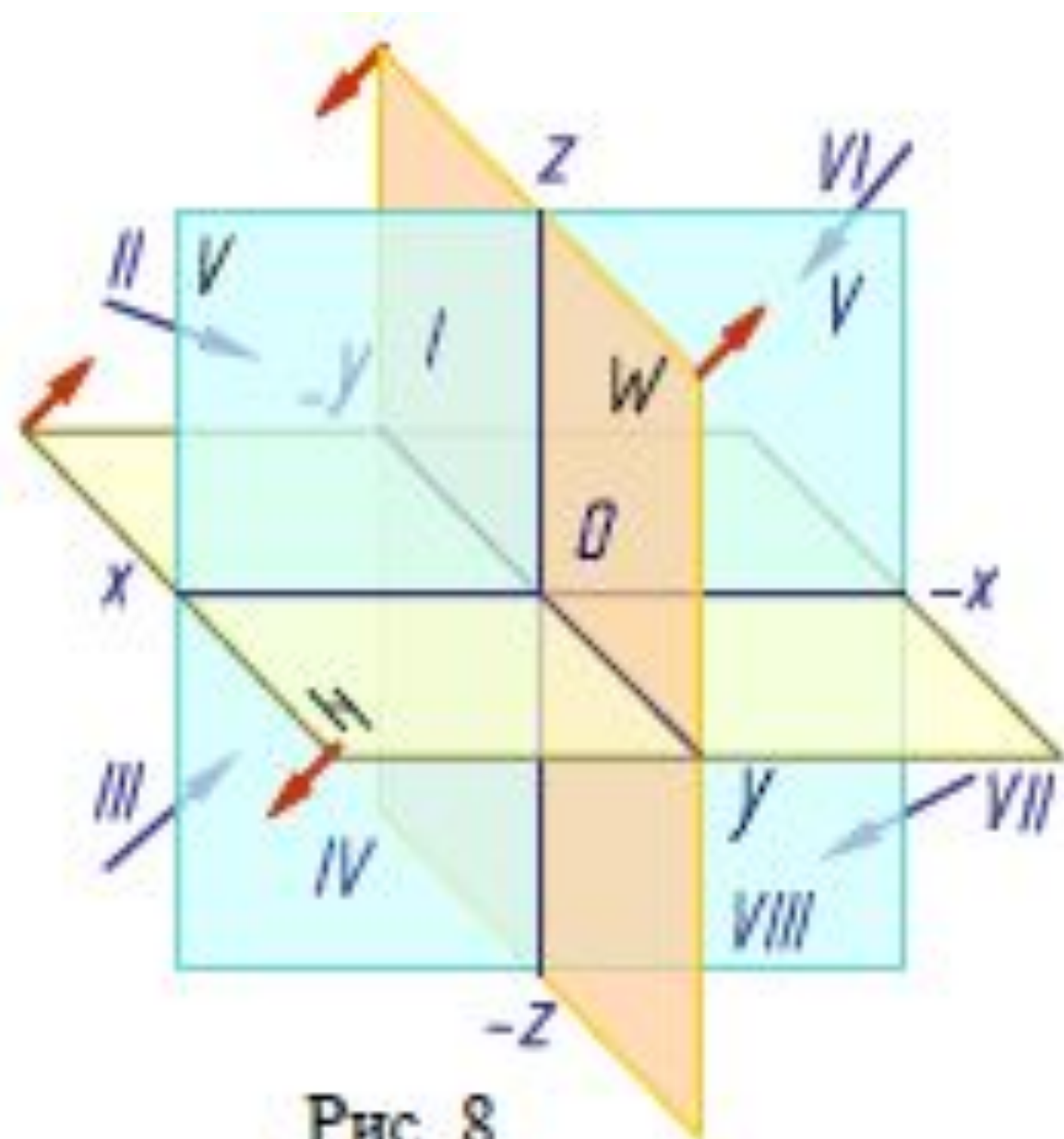
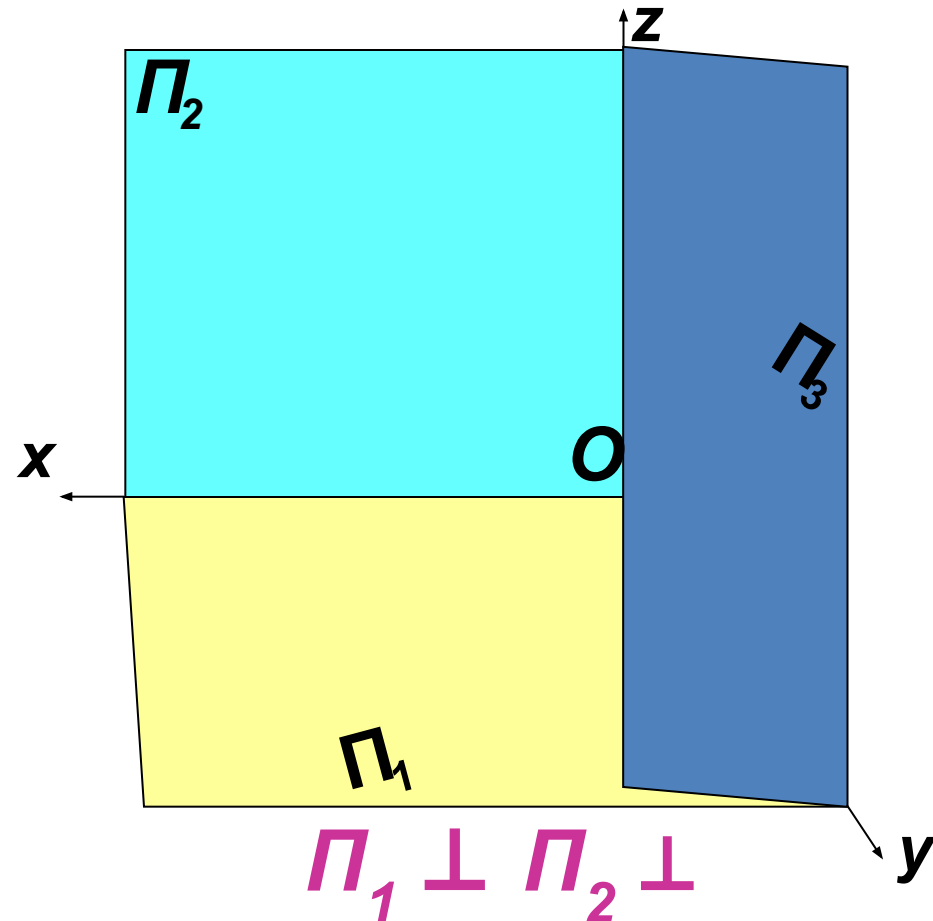


Рис. 8

# Точка в системе трех плоскостей проекций

## Пространственная картина

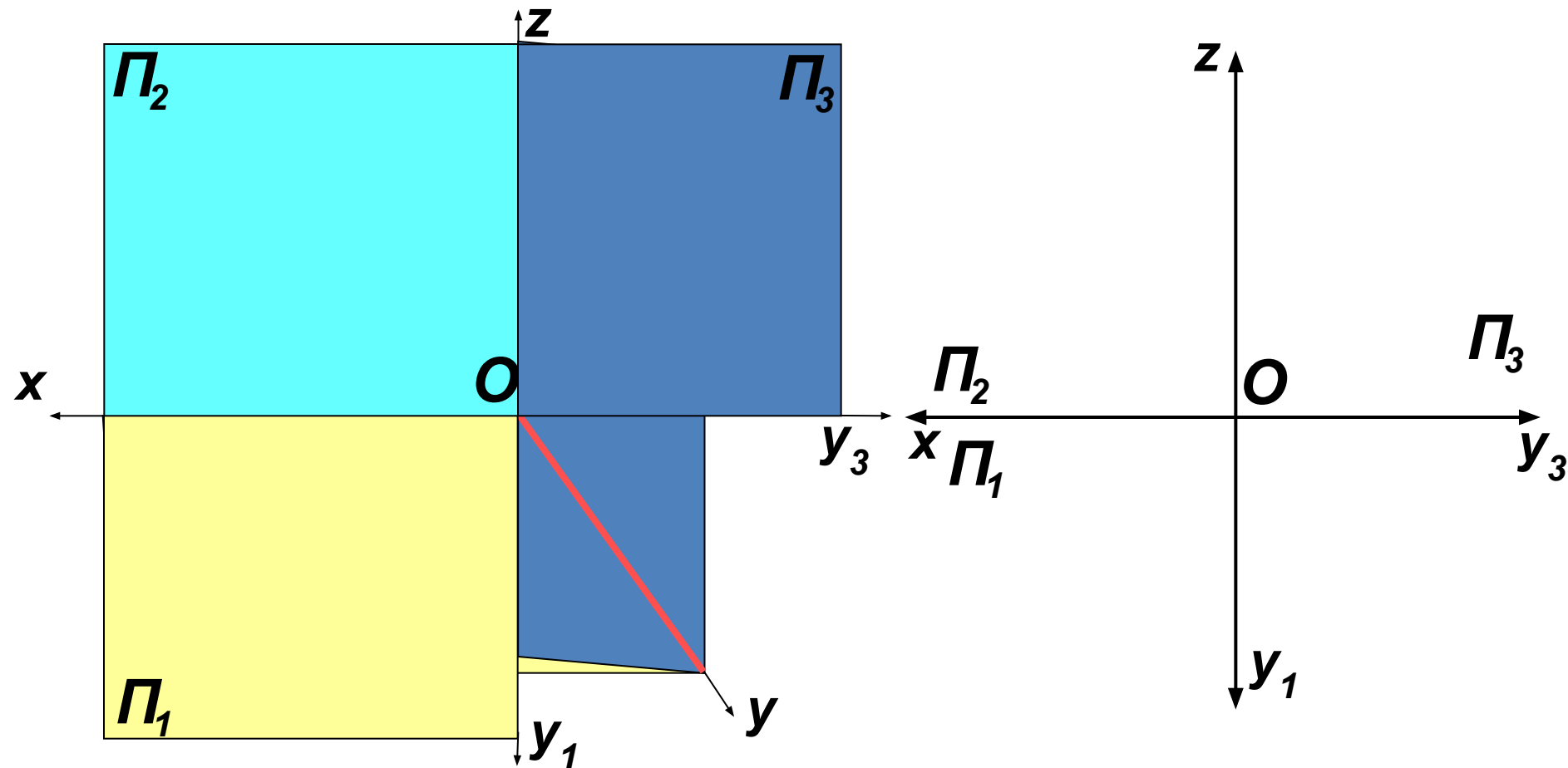


Используются три основные взаимно перпендикулярные плоскости проекций:  $\Pi_1$  - горизонтальная;  $\Pi_2$  - фронтальная;  $\Pi_3$  - профильная. Плоскостей проекций пересекаются по осям  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  декартовой системы координат

# Точка в системе трех плоскостей проекций

Пространственная картина

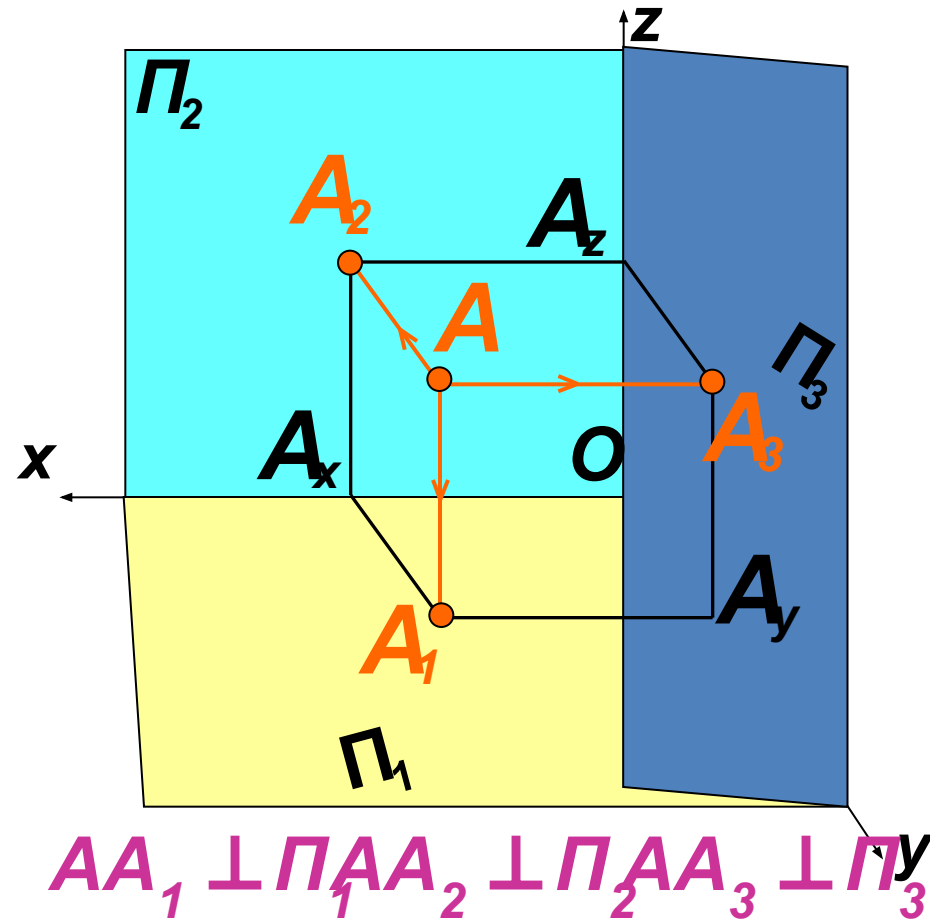
Комплексный чертеж



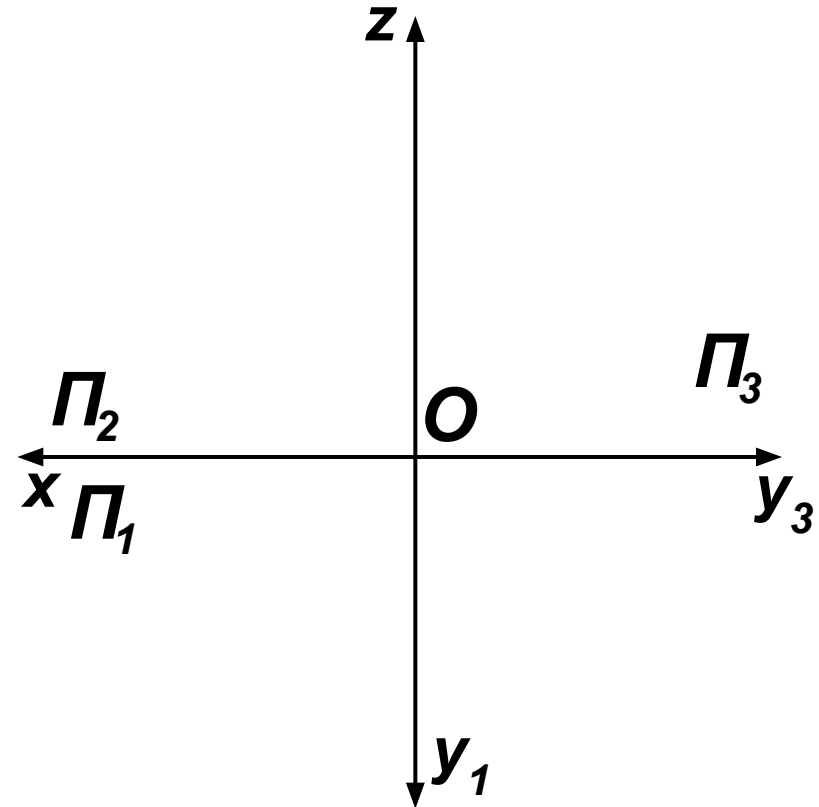
Для перехода к комплексному чертежу пространственную модель разрезают по оси  $Oy$  и совмещают все три плоскости проекций в одну:  $\Pi_1$  поворачивают вокруг оси  $Ox$ ,  $\Pi_3$  поворачивают вокруг оси  $Oz$  до их совпадения с  $\Pi_2$ . Ось  $Oy$  распадается на две оси  $y_1$  и  $y_3$

# Точка в системе трех плоскостей проекций

## Пространственная картина



## Комплексный чертеж

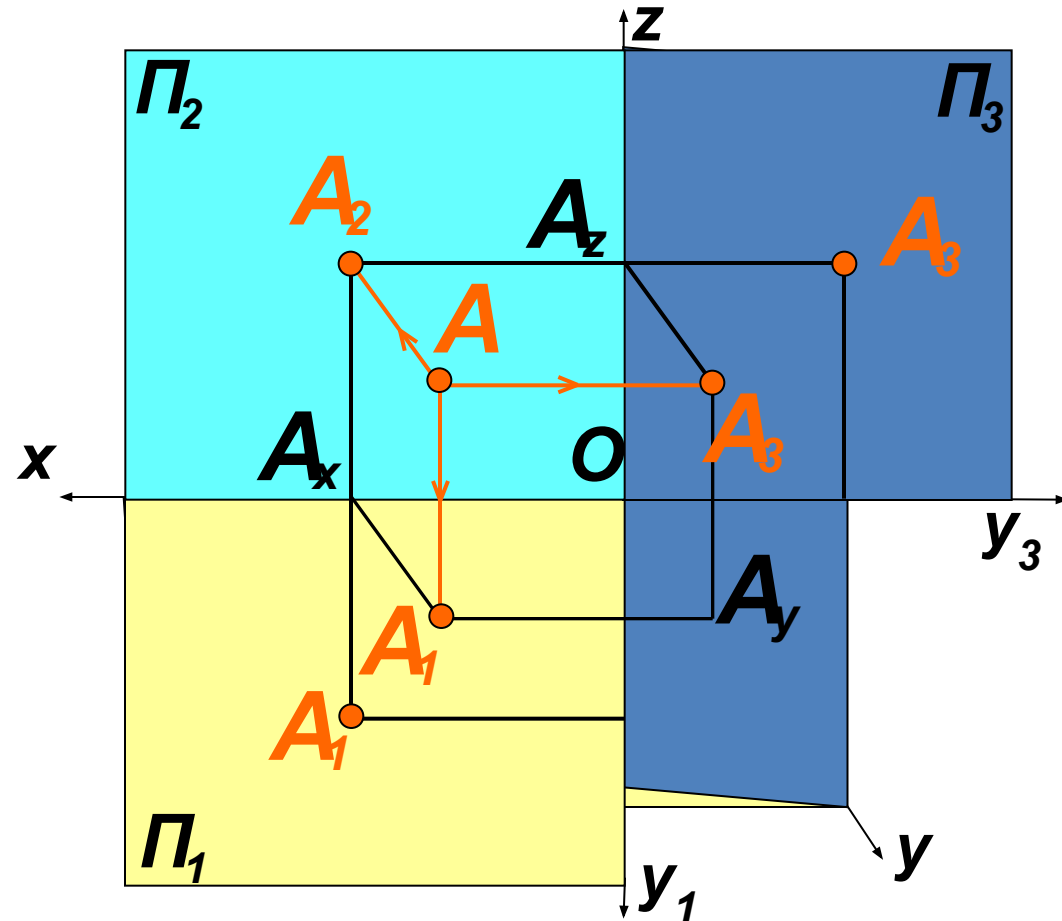


$AA_1 \perp \Pi_1$ ,  $AA_2 \perp \Pi_2$ ,  $AA_3 \perp \Pi_3$

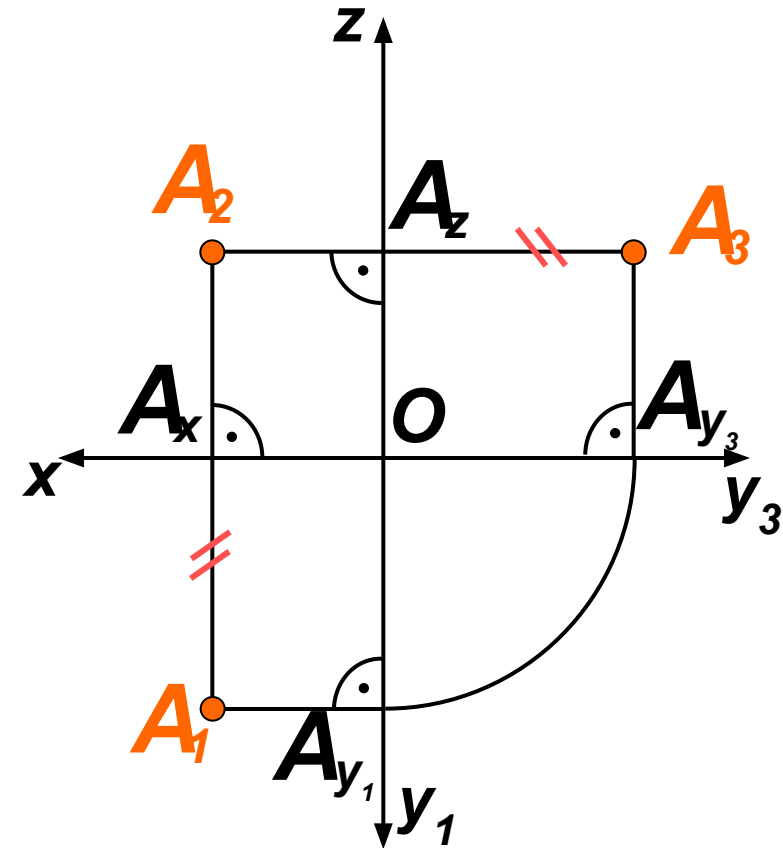
Проецирующие лучи  $AA_1$ ,  $AA_2$ ,  $AA_3$  проводят перпендикулярно соответствующим плоскостям проекций и получают проекции точки  $A$ : горизонтальную  $A_1$ , фронтальную  $A_2$ , профильную  $A_3$ . Точки пересечения проецирующих плоскостей с соответствующими осями

# Точка в системе трех плоскостей проекций

## Пространственная картина



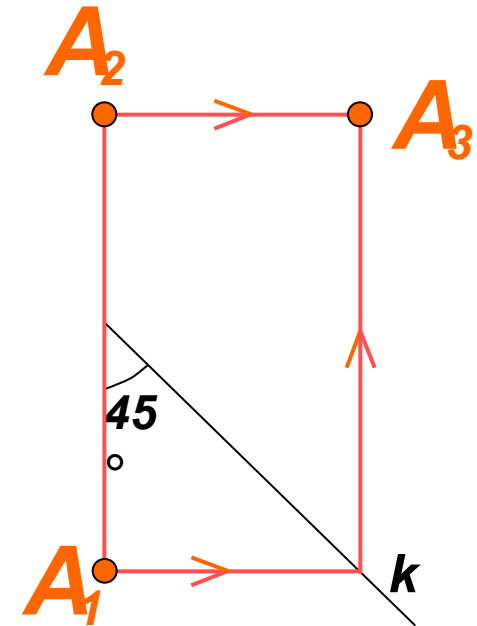
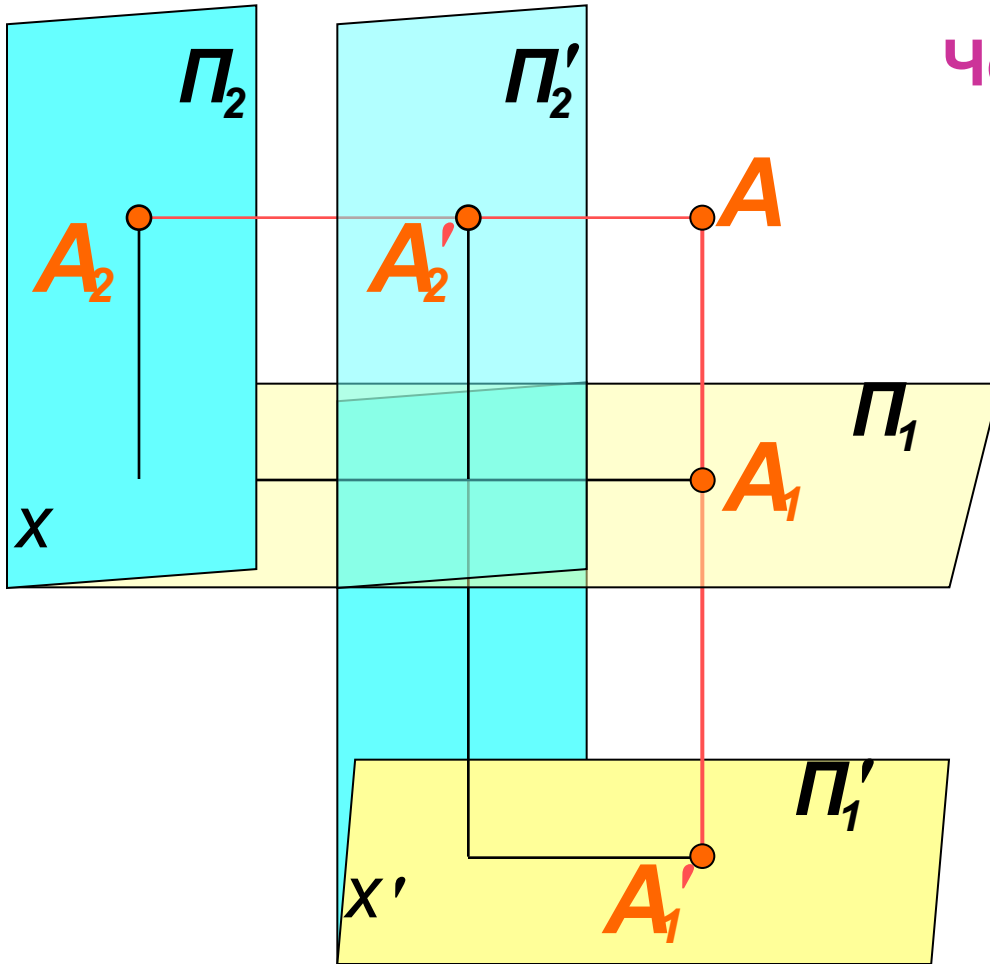
## Комплексный чертеж



На комплексном чертеже линии проекционной связи перпендикулярны осям координат. Линия  $A_1A_2 \perp O_x$  расположена вертикально, а  $A_2A_3 \perp O_z$  - горизонтально. При построении линии связи от  $A_1$  к  $A_3$  необходимо соблюсти равенство координатных отрезков по оси  $O_y$ :  $A_xA_1 = A_zA_3$

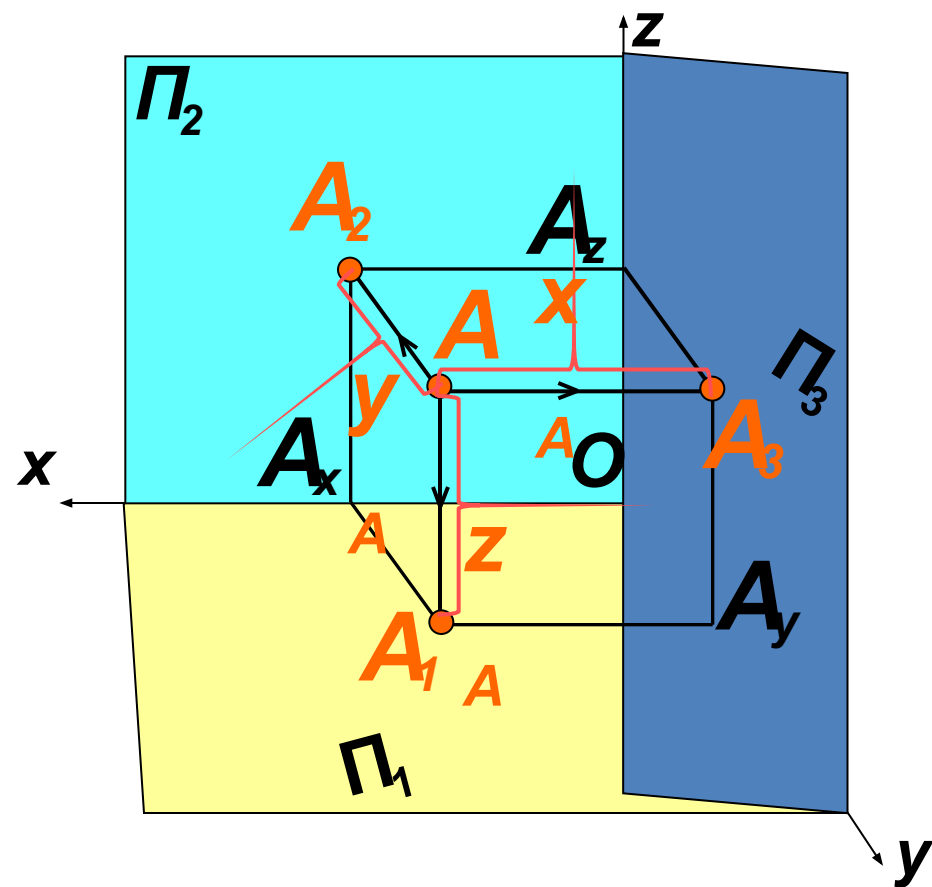
# Безосный чертеж

Чертеж без указания осей называется безосным



Плоскости проекций принимаются неопределенными и могут перемещаться параллельно самим себе. На комплексном чертеже положение осей не указывается. Профильная проекция  $A_3$  точки  $A$  строится с помощью постоянной чертежа  $k$

# Прямоугольные координаты точки



$$A(x_A, y_A, z_A)$$

$$x_A = |AA_3|$$

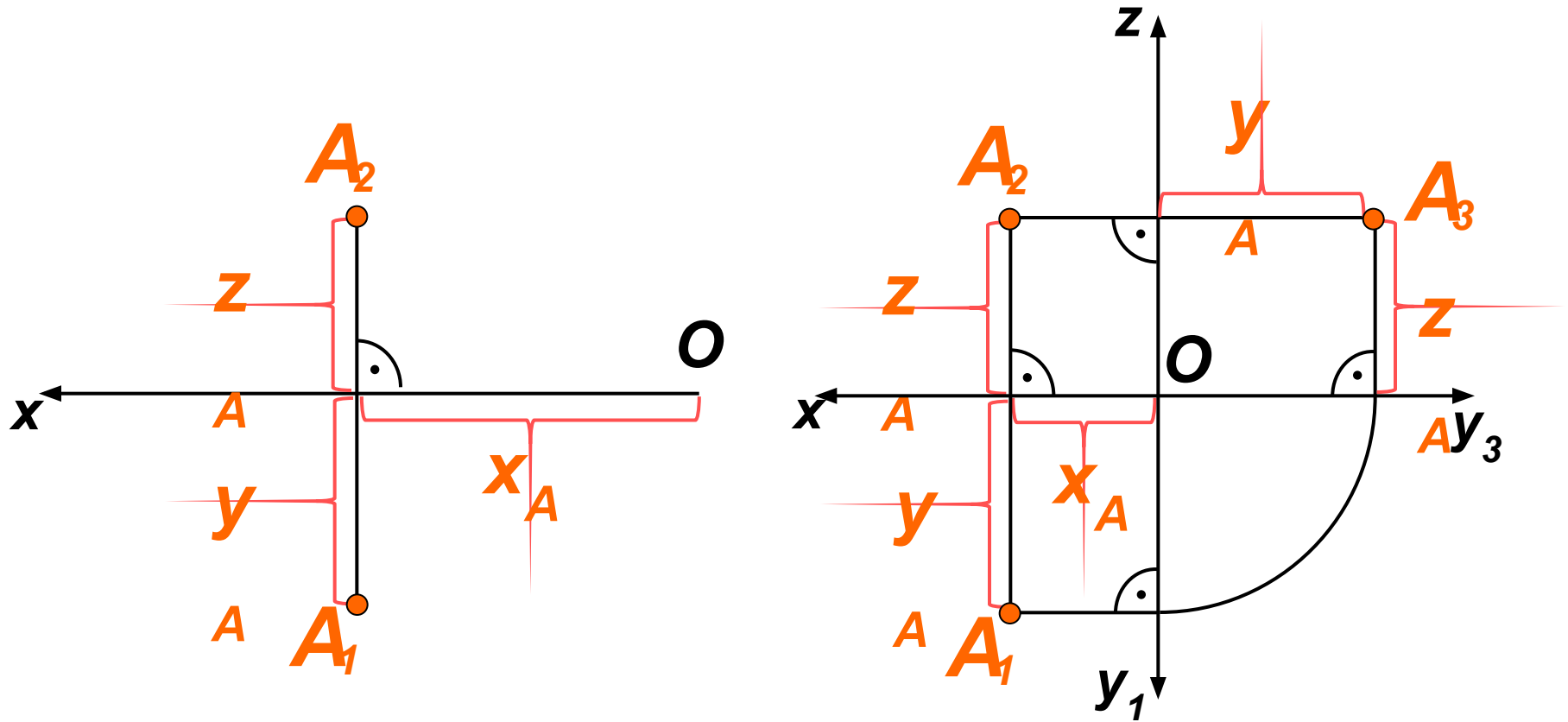
$$y_A = |AA_2|$$

$$z_A = |AA_1|$$

Система трех взаимно перпендикулярных плоскостей проекций - аналог декартовой системы координатных плоскостей. Координата точки есть число, выражающее ее расстояние до плоскости проекций. Точка  $A$  в пространстве имеет координаты: абсциссу  $X_A$ , ординату  $Y_A$ , аппликату  $Z_A$ .



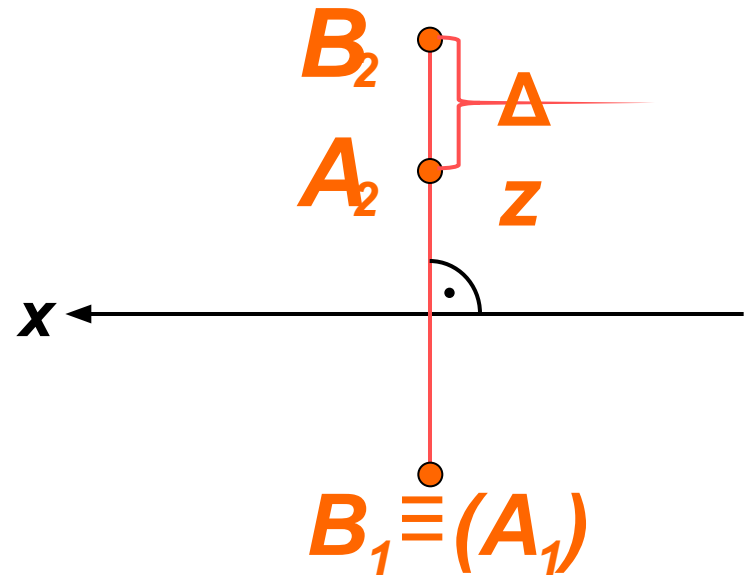
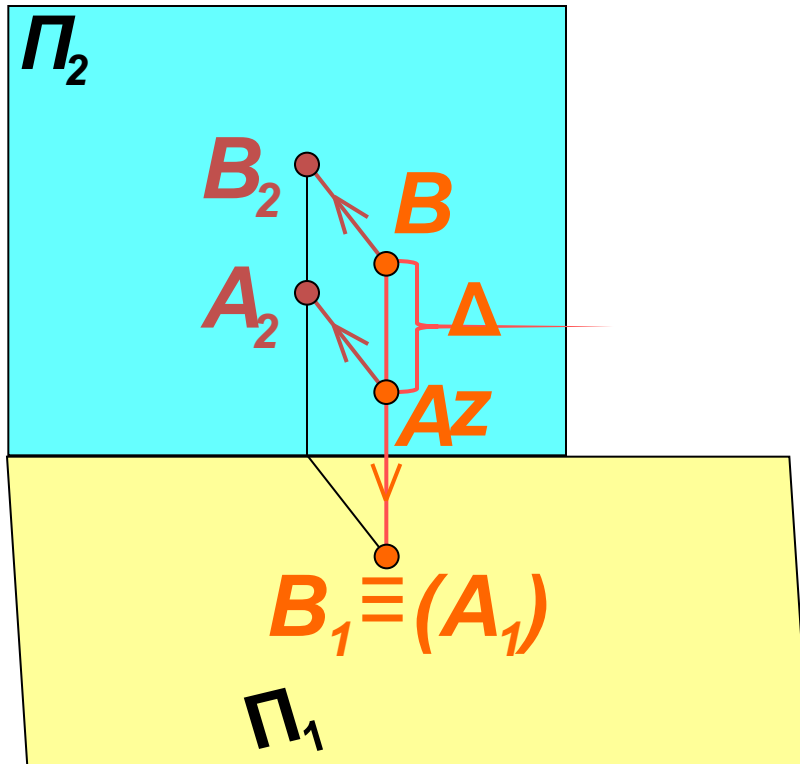
# Прямоугольные координаты точки



На комплексном чертеже численные значения координат откладываются вдоль соответствующих координатных осей. Каждая проекция точки определяется двумя координатами: горизонтальная –  $X_A$  и  $Y_A$ , фронтальная –  $X_A$  и  $Z_A$ , профильная –  $Y_A$  и  $Z_A$ .

# Конкурирующие точки

Конкурирующими называются точки, лежащие на одном проецирующем луче.

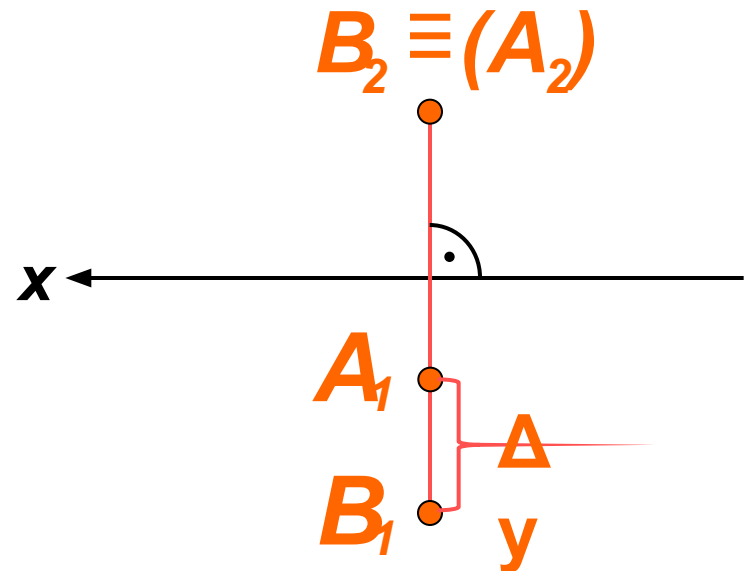
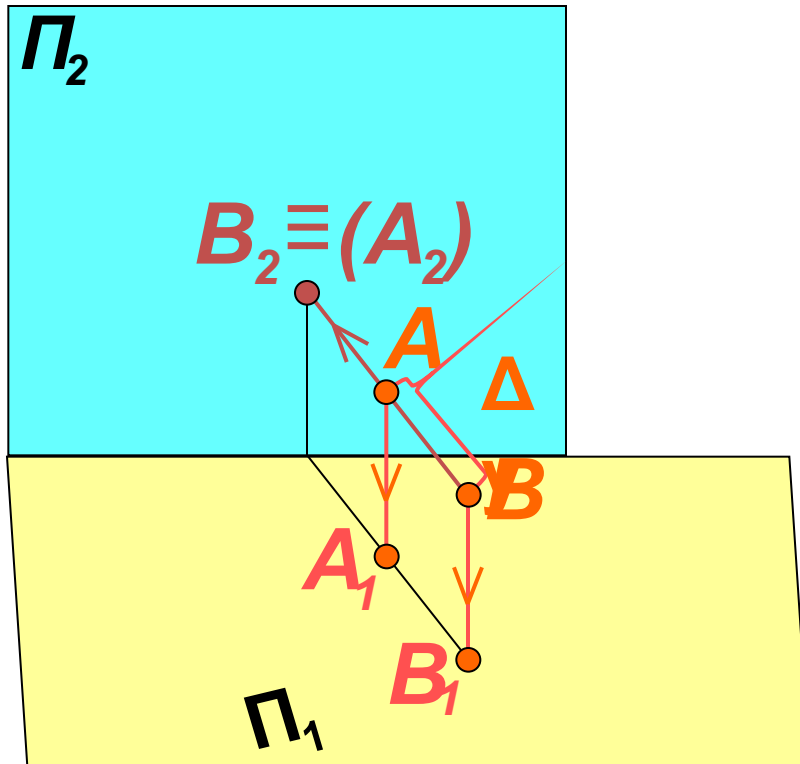


$$z_B > z_A$$

Горизонтально конкурирующие точки  $A$  и  $B$  лежат на общем горизонтально-проецирующем луче, поэтому их горизонтальные проекции совпадают. Точка  $B$  выше точки  $A$  и расположена ближе к наблюдателю, ее горизонтальная проекция  $B_1$  будет видимой

# Конкурирующие точки

Видима та точка, у которой больше координата

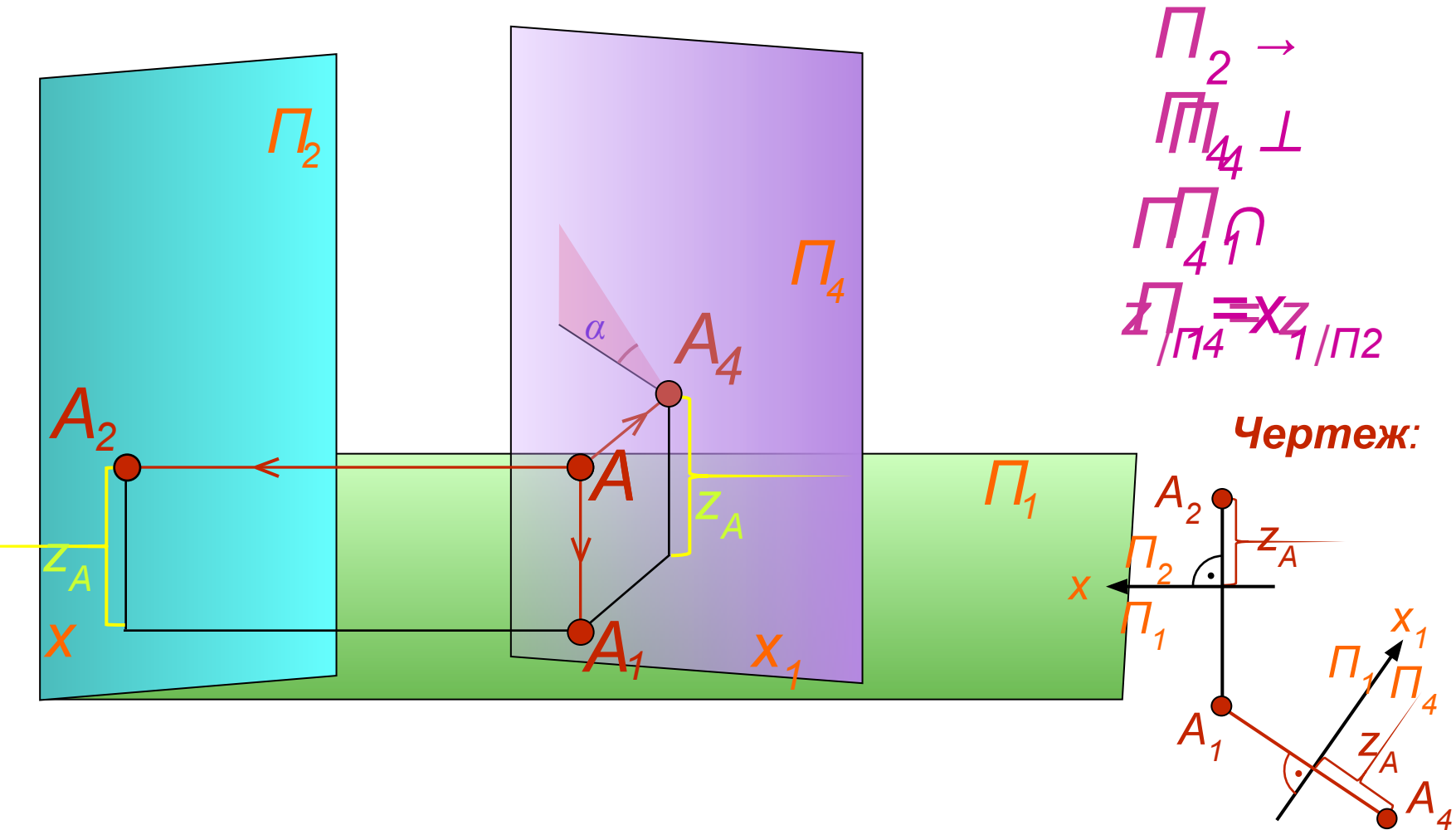


$$y_B >$$

Фронтально конкурирующие точки  $A$  и  $B$  отличаются только координатой  $y$ , лежат на одном фронтально-проецирующем луче, поэтому их фронтальные проекции совпадают. Ближе к наблюдателю расположена точка  $B$ , ее фронтальная проекция  $B_2$  будет видимой

# Преобразование чертежа Монжа

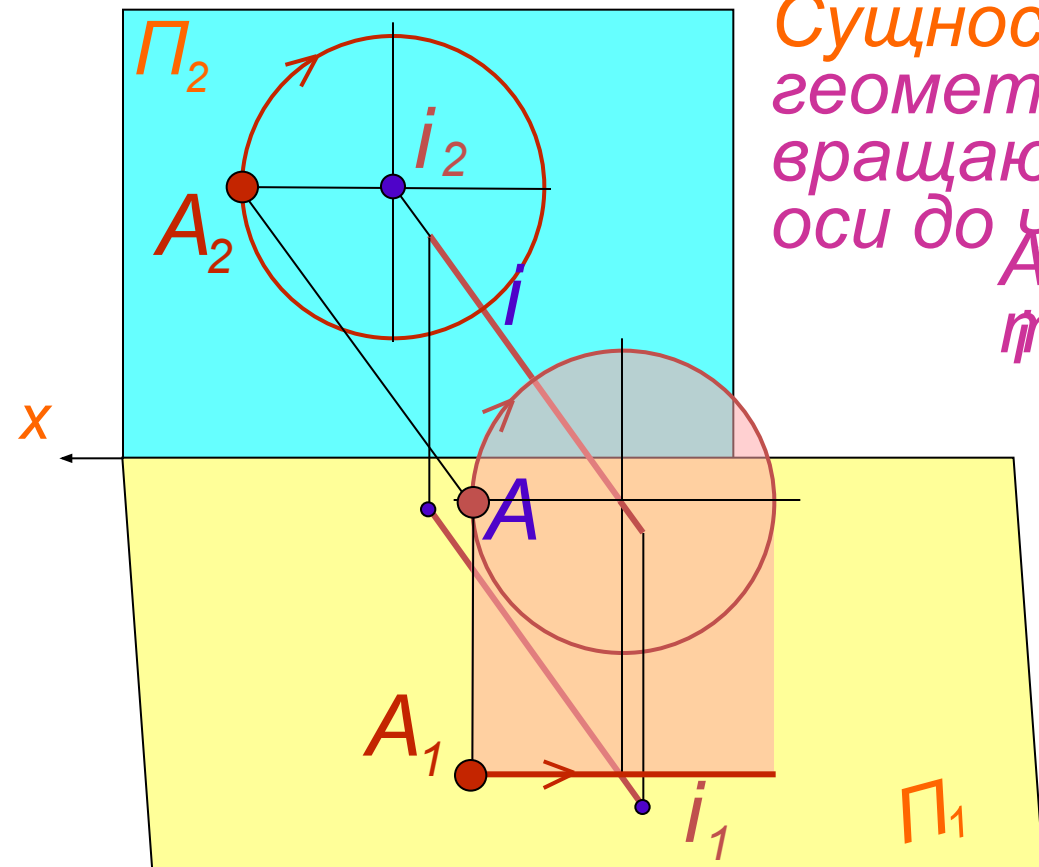
# Способ перемены плоскостей проекций



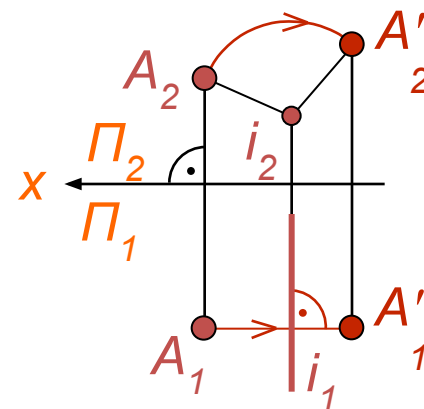
Заменим исходную фронтальную плоскость проекций  $\Pi_2$  на новую плоскость проекций  $\Pi_4$ . При этом преобразовании расстояние точек от плоскости  $\Pi_1$  (координата  $z$ ) остается неизменным

# Способ вращения вокруг проецирующей прямой

Сущность способа:  
геометрический образ  
вращают вокруг проецирующей  
оси до частного положения  
 $A$  – произвольная  
точка; ось вращения;  $i \perp \Pi_2$

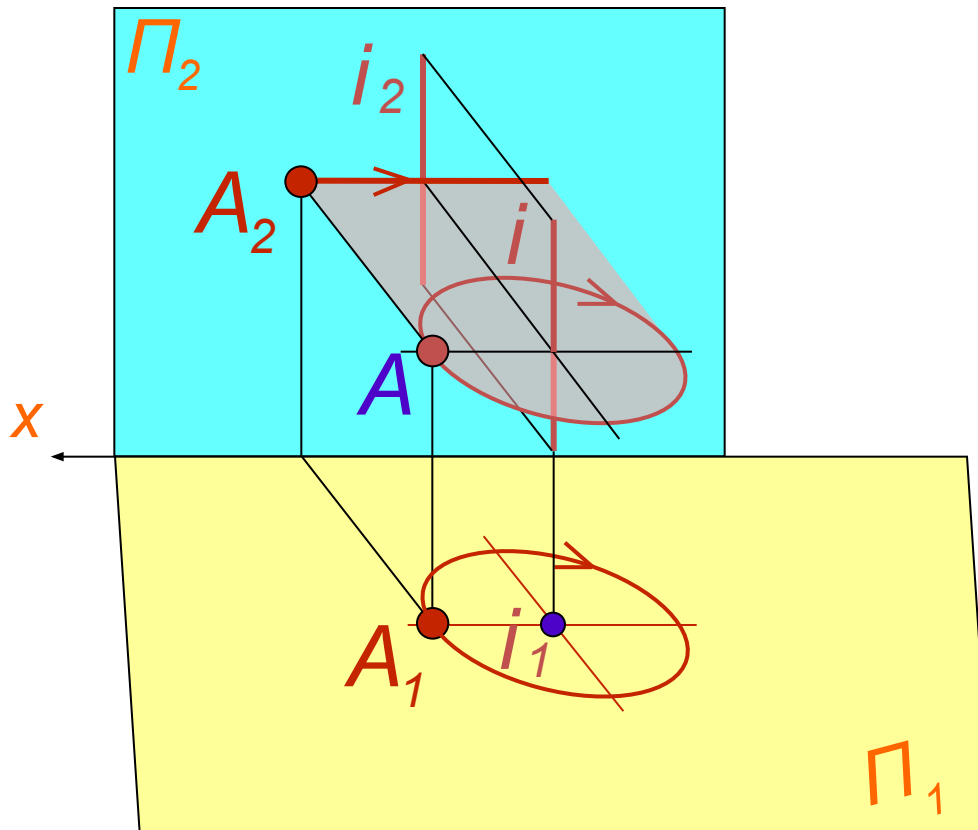


Чертеж:



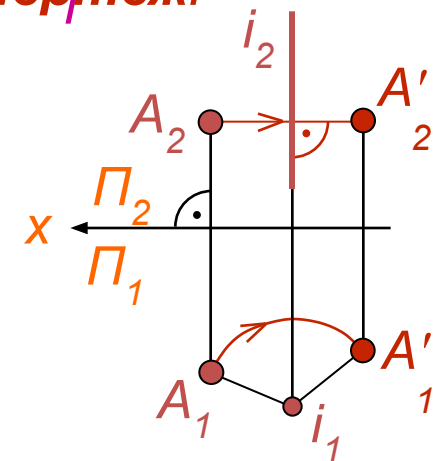
При вращении точка описывает окружность, расположенную в плоскости уровня. Если ось вращения  $i \perp \Pi_2$ , то на  $\Pi_2$  траектория движения точки проецируется в натуральную величину (окружность с центром в точке  $i_2$ )  
На  $\Pi_1$  она проецируется в виде прямой,  $\perp$  проекции оси вращения  $i_1$

# Способ вращения вокруг проецирующей прямой



$A$  – произвольная точка;  
 $i$  – ось вращения;  
 $i \perp$

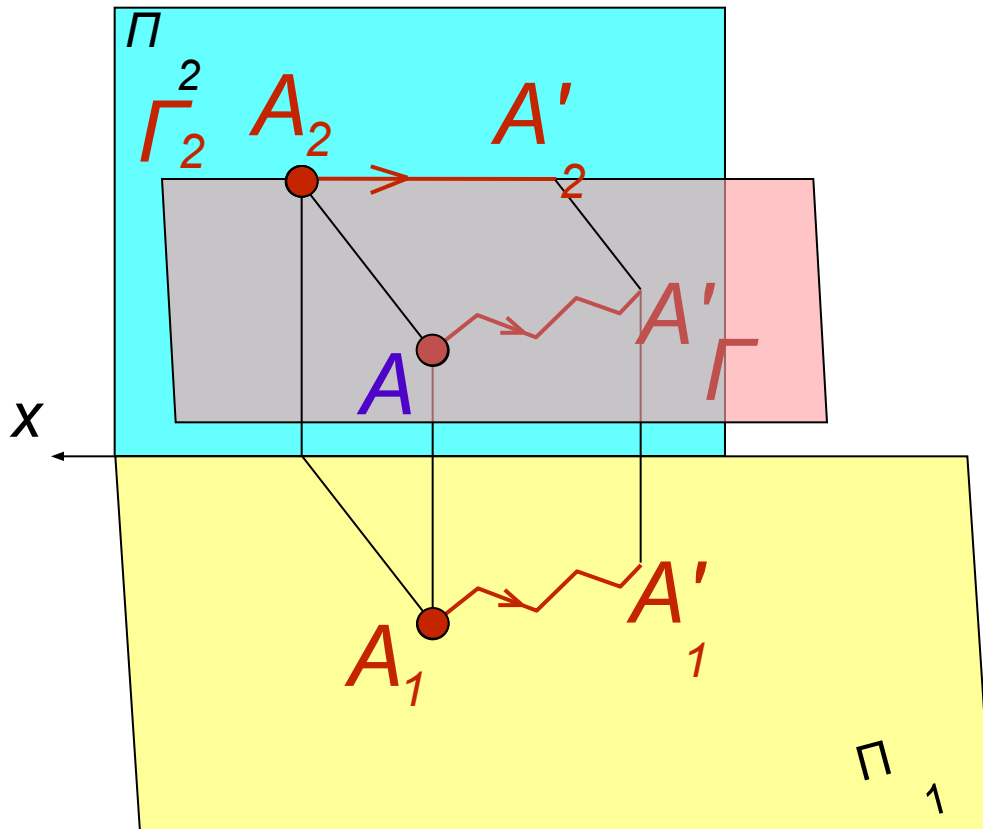
Чертеж:



При горизонтально проецирующем положении оси вращения траектория движения точки на  $\Pi_1$  проецируется в натуральную величину, т.е. в виде окружности с центром в точке  $i_1$ . На  $\Pi_2$  она будет проецироваться в виде прямой линии, перпендикулярной проекции оси вращения  $i_2$

# Способ плоскопараллельного перемещения

Сущность способа: геометрический образ переводится в частное положение плоскопараллельным движением его точек по плоскостям уровня

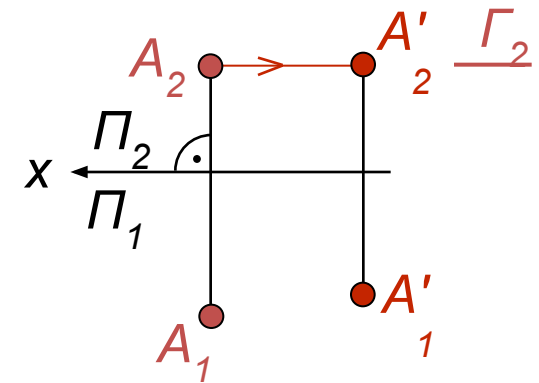


$A$  – произвольная точка;

$\Gamma$  – плоскость перемещения;

$$\Gamma \parallel \Pi_1; \Gamma \perp \Pi_2$$

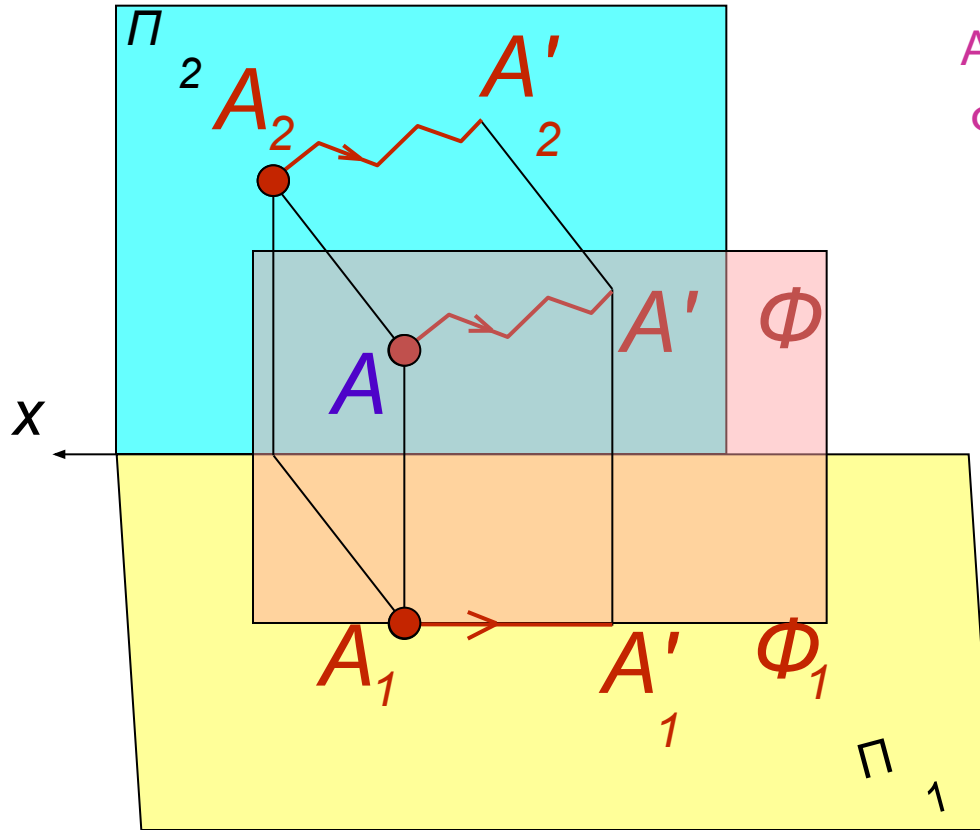
Схема:



При плоскопараллельном перемещении траектория движения горизонтальной проекции точки повторяет ее перемещение в плоскости  $\Gamma$ . На  $\Pi_2$  фронтальная проекция точки перемещается по следу плоскости  $\Gamma_2$ , который параллелен оси  $X$



# Способ плоскопараллельного перемещения

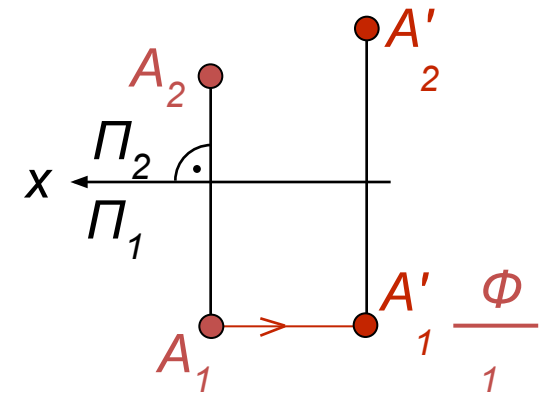


$A$  – произвольная точка;

$\Phi$  – плоскость  
перемещения;

$$\Phi \parallel \Pi_2; \quad \Phi \perp \Pi_1$$

Схема:



На  $\Pi_2$  траектория движения фронтальной проекции точки повторяет ее перемещение в плоскости  $\Phi$ , поэтому расположение проекции может быть произвольным. На  $\Pi_1$  горизонтальная проекция точки перемещается по следу плоскости  $\Phi_1$ , который параллелен оси  $x$