

07.09

Тема урока:

Степень. Свойства степеней.





Степенью числа **a** с натуральным показателем **n** называется произведение **n** множителей, каждый из которых равен **a**.

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ множителей}}, \text{ если } n \geq 2$$

если $n=1$, то $a^1 = a$





Степенью числа **a** с целым отрицательным показателем **-n**, где **n** натуральное число называется дробь, числитель которой **1**, а знаменатель – степень с противоположным показателем.

$$a^0 = 1$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \text{ где } a \neq 0$$

0^0 — не существует





Чтобы дробь возвести в степень с отрицательным показателем, нужно обратную ей дробь возвести в степень с противоположным показателем.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$





Если **a** положительное число,
 $\frac{m}{n}$ – дробное число ($n \in \mathbb{N}, ; m \in \mathbb{Z}$), то
степень с дробным показателем
представляется арифметическим
корнем

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$5^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{5^2} = \sqrt[3]{25}$$

$$12^{1,4} = 12^{\frac{7}{5}} = \sqrt[5]{12^7}$$

$$4^{-\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{4^{-2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{16}}$$

$$a^{\frac{-m}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$$



Обратите внимание:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

НО...

$$-1 = \sqrt[3]{-1} = (-1)^{\frac{1}{3}} = (-1)^{\frac{2}{6}} = \sqrt[6]{(-1)^2} = 1$$

Поэтому степень с рациональным показателем определена для $a > 0$





Свойства степени :

1. Чтобы перемножить степени с одинаковыми основаниями, нужно основание оставить таким же, а показатели степеней сложить.

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

2. Чтобы перемножить степени с одинаковыми показателями, нужно основания перемножить, а показатель оставить таким же.

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$






3. Чтобы разделить степени с одинаковыми основаниями, нужно основание оставить таким же, а из первого показателя вычесть второй показатель.

$$a^n : a^m = a^{n-m}$$

4. Чтобы разделить степени с одинаковыми показателями, нужно основания степеней разделить, а показатель оставить таким же.

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b} \right)^n$$





5. Чтобы в степень возвести произведение нескольких множителей, нужно в эту степень возвести каждый множитель.

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

6. Чтобы в степень возвести дробь, нужно возвести в эту степень отдельно числитель и отдельно знаменатель дроби.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$



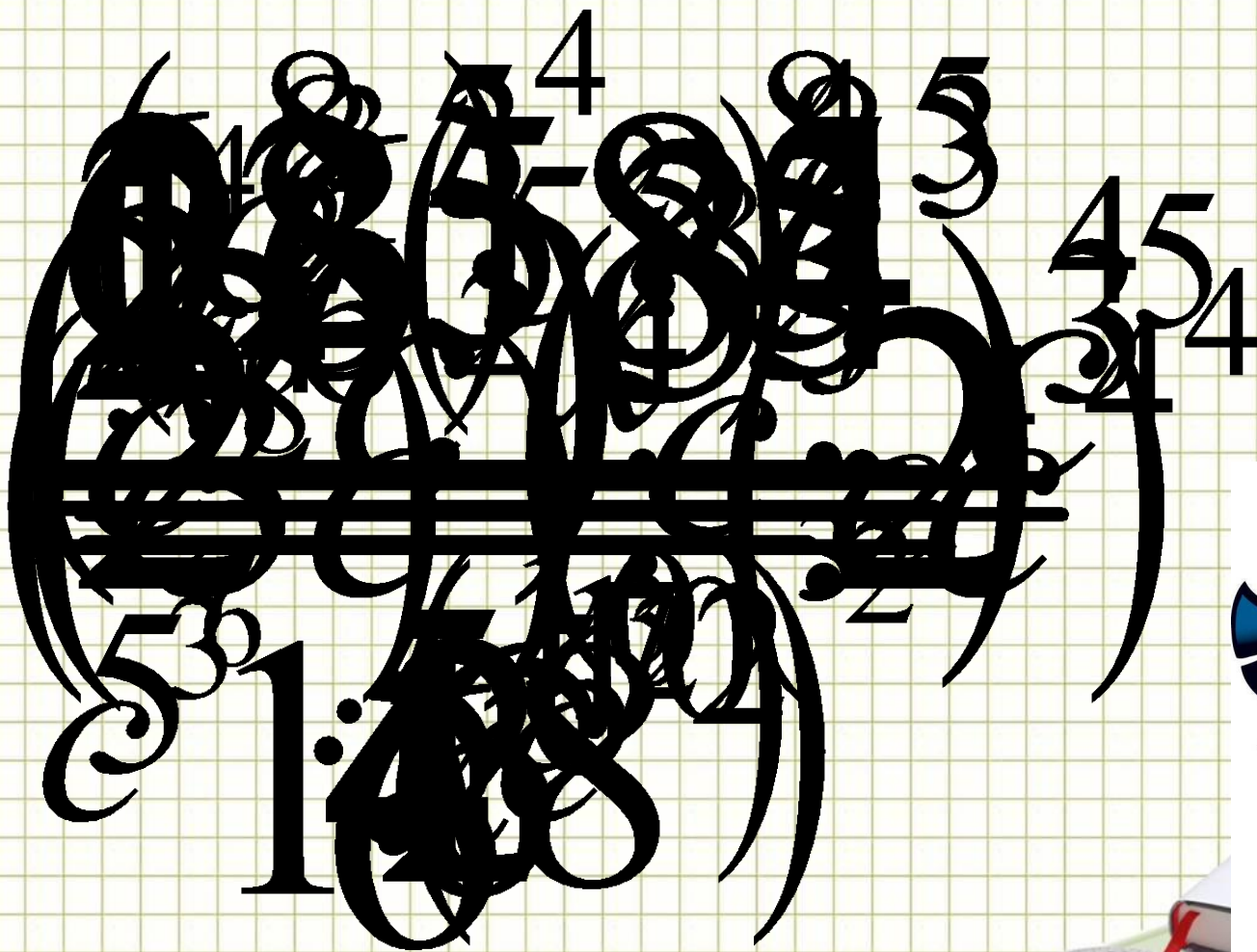


7. Чтобы возвести степень в степень, нужно основание степени оставить таким же, а показатели степеней перемножить.

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$



Вычислить если возможно...:



Домашнее задание

- Повторить материал по презентации, выписать определения и формулы, решить задания:

Вычислить:

а) $5^{\frac{2}{7}} \cdot 5^{\frac{5}{7}}$; б) $4^{\frac{1}{3}} : 4^{\frac{5}{6}}$; в) $7^{\frac{2}{3}} \cdot 49^{\frac{2}{3}}$;

г) $\left(\frac{27}{64}\right)^{\frac{2}{3}}$; д) $144^{\frac{3}{4}} : 9^{\frac{3}{4}}$; е) $150^{\frac{3}{2}} : 6^{\frac{3}{2}}$;

ж) $\frac{5^{\frac{1}{4}} \cdot 5^{\frac{-1}{4}}}{5^2}$; з) $\frac{3}{4} - \left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$; и) $27^{\frac{2}{3}} + 9^{-1}$;

Вычислить:

а) $\sqrt[3]{5^3 \cdot 7^3}$; б) $\sqrt[4]{324} \cdot \sqrt[4]{4}$; в) $\sqrt[4]{15 \frac{5}{8}} : \sqrt[4]{\frac{2}{5}}$;

г) $\frac{(0,3)^{0,3} \cdot (0,3)^{-1}}{0,3^{1,3}}$; д) $\left(\frac{64}{81}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{8}{5}\right)^{-1}$;

е) $\left(\sqrt[3]{\sqrt{27}}\right)^2$; ж) $\left(\sqrt{\sqrt[3]{16}}\right)^3$; з) $\left(\frac{1}{16} \cdot 81^{-1}\right)^{\frac{1}{4}}$;

