15 задание

Виды

- Делимость
- Числовая последовательность
- Конъюнкция
- Множества

Делимость:

Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m». Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$(\neg ДЕЛ(x, A) \wedge ДЕЛ(x, 21)) \rightarrow \neg ДЕЛ(x, 14)$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

Числовая последовательность:

243) Для какого наибольшего целого числа A формула

$$((y \cdot y \le A) \rightarrow (y \le 15)) \wedge ((x \le 3) \rightarrow (x \cdot x < A))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных x и y)?

Конъюнкция:

153) Определите наименьшее натуральное число A, такое что выражение

$$(X \,\&\, 102 \ne 0) \rightarrow ((X \,\&\, 36 = 0) \rightarrow (X \,\&\, A \ne 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной X)?

Множества:

На числовой прямой даны два отрезка: P=[2,10] и Q=[6,14]. Какова максимальная длина отрезка A, при выборе которого формула

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.

Делимость

Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m». Для какого наибольшего натурального числа A формула

(¬ДЕЛ(x, A) ∧ ДЕЛ(x, 21)) → ¬ДЕЛ(x, 14)

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

дел(x,A) ∨ (¬ дел(x,21) ∨ ¬дел(x,14)) = 1

дел(x,21) ∧ дел(x,14) = 1

42 84 126...

$A_{max} = \boxed{42}$

План решения

1. Убрать следствия
2. Построить числовую прямую
3. Инвертировать часть без A (чтобы выражение зависело от A)
4. Найти на прямой решение инверсии
5. Найти промежуток, где должна быть A

Делимость на компе

Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m». Для какого наибольшего натурального числа A формула

ДЕЛ(120, A) $\wedge$ (¬ДЕЛ(x, A) → (ДЕЛ(x, 36) → ¬ДЕЛ(x, 15)))

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

Проходимся циклом по значениям “a” и “x”, подставляя их под условия. False, потому что нам нужно, чтобы утверждение выполнялось при всех значениях x. Поэтому выводим только когда утверждение не было ложно.

```
var x,a,k: integer;

 begin
   for a:=1 to 1000000 do begin
     k:=0;
     for x:=1 to 1000000 do
       if ((120 mod a = 0) and ((x mod a <> 0) <= ((x mod 36 = 0) <= (x mod 15 <> 0)))) = false then k:=1;
     if (k=0) then writeln(a);
   end;


 end.
```

Числовая последовательность

243) Для какого наибольшего целого числа A формула

$$((y \cdot y \le A) \to (y \le 15)) \wedge ((x \le 3) \to (x \cdot x < A))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных x и y)?

$$\overset{1}{(y^2 > A)} \vee \overset{0}{(y \le 15)} = 1$$

$$(x \overset{0}{>} 3) \vee (x^2 \overset{1}{<} A) = 1$$

$y > 15$

$A < y^2 \in [16; \infty)$

$A < 16^2$

$A < 256$

$A_{max} = 255$

$x \le 3$

$x \in [0, 3]$

$A > x^2$

$A > [0, 3]^2$

$A > 9$

$A_{min} = 10$

$A \in [10; 255]$

Числовая последовательность на компе

Для какого наибольшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(x^2 – 11x + 28 > 0) \vee (y^2 – 9y + 14 > 0) \vee (x^2 + y^2 > A)$$

тождественно истинно, т.е. принимает значение 1 при любых целых положительных x и y?

Проходимся циклом по значениям “a”, “y” и “x”, подставляя их под условия. False, потому что нам нужно, чтобы утверждение выполнялось при всех значениях x и y. Поэтому выводим только когда утверждение не было ложно.

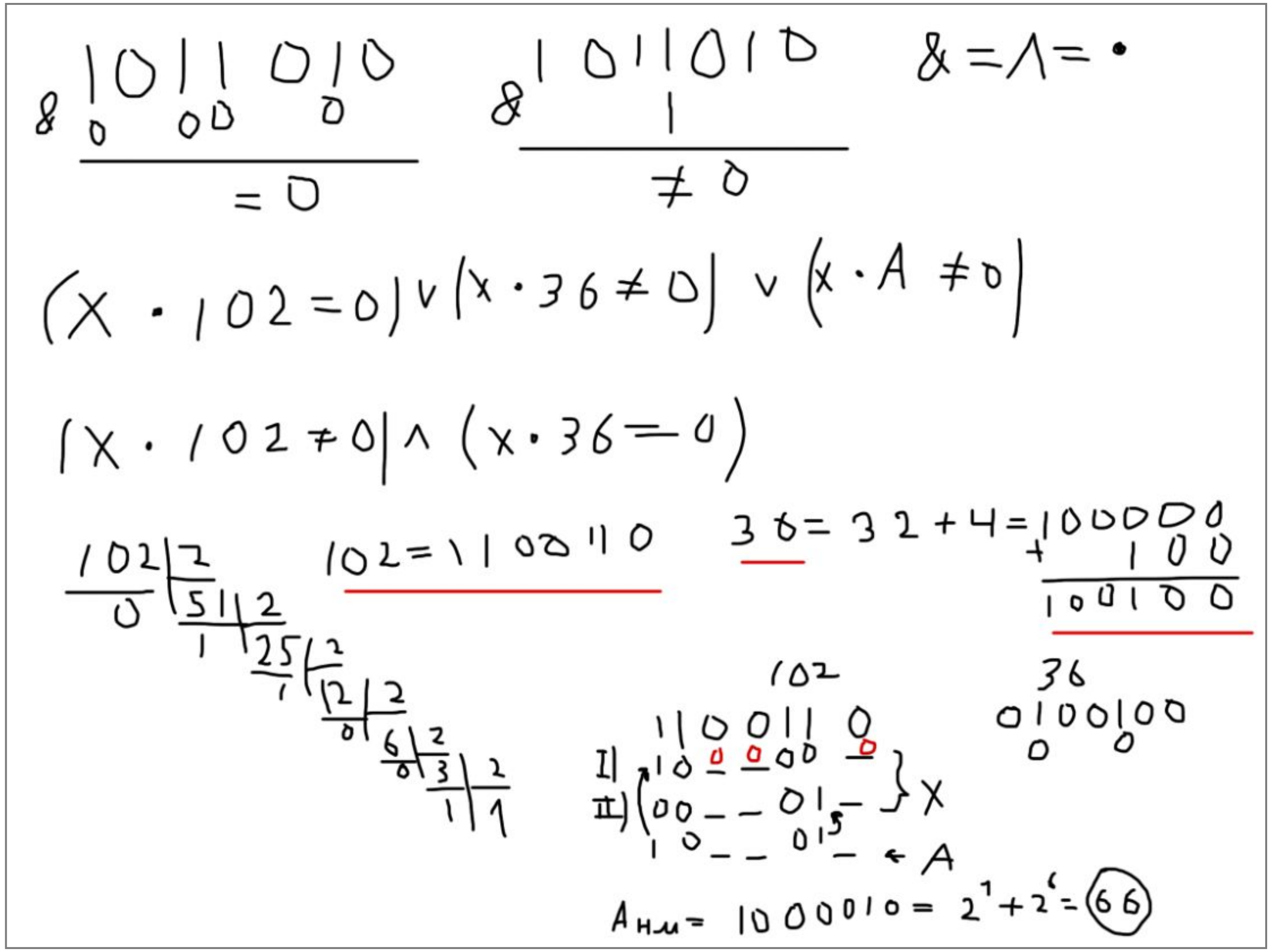
```
var x,y,a,k: integer;

begin
  for a:=1 to 10000 do begin
    k:=0;
    for x:=1 to 10000 do
      for y:=1 to 10000 do
        if (((x*x - 11*x + 28) > 0) or ((y*y -9*y + 14) > 0) or ((x*x + y*y) > A)) = false then k:=1;
    if k=0 then writeln(a);
  end;
end.
```

Конъюнкция

153) Определите наименьшее натуральное число A, такое что выражение

$$(X \,\&\, 102 \neq 0) \to ((X \,\&\, 36 = 0) \to (X \,\&\, A \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной X)?



Конъюнкция тоже самое, что и умножение, но в 2-ой системе счисления. То есть переводим все числа в 2-ую систему. И смотрим, где при умножении у на должно быть 0. Подставляем под все 1 нули. То есть получается число _ 0 _ _ 0 _ _. Далее подставляем это число под 102. Получаем:

1100110

_0__0__

При умножении не должно быть 0, получается это будет при значении:

1000000, либо при значении 0000010. Совмещаем эти случаи и получаем число 1000010. Переводим число в 10-ую с.с. и получаем 66

Конъюнкция на компе

Введём выражение M & K, обозначающее поразрядную конъюнкцию M и K (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите наименьшее натуральное число A, такое что выражение

$$((X \& 13 \neq 0) \vee (X \& A = 0)) \rightarrow (X \& 13 \neq 0)) \vee (X \& A \neq 0) \vee (X \& 39 = 0)$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной X)?

Делаем тоже самое, что и при делимости, но значок & заменяем оператором AND

```
var x,a,k: integer;

begin
  for a:=1 to 100 do begin
    k:=0;
    for x:=1 to 100 do
      if ((( (x and 13 <> 0 ) or (x and a = 0) ) <= (x and 13 <> 0)) or
          (x and A <> 0)or (x and 39 = 0)) = false then k:=1;
    if k=0 then writeln(a);
  end;

end.
```

Множества

42) На числовой прямой даны два отрезка: P = [5, 15] и Q = [12, 18]. Выберите такой отрезок A, что формула

$$((x \in A) \to (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.

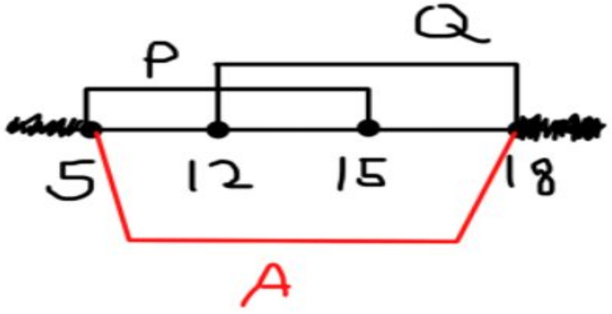
1) [3, 11] 2) [2, 21] 3) [10, 17] 4)[15, 20]

$$(x \notin A) \vee ((x \in P) \vee (x \in Q)) = 1$$

$$(x \notin P) \wedge (x \notin Q) = 1$$

$A_{max} = [5; 18]$

$L = 13$



Множеств скорее всего не будет☺