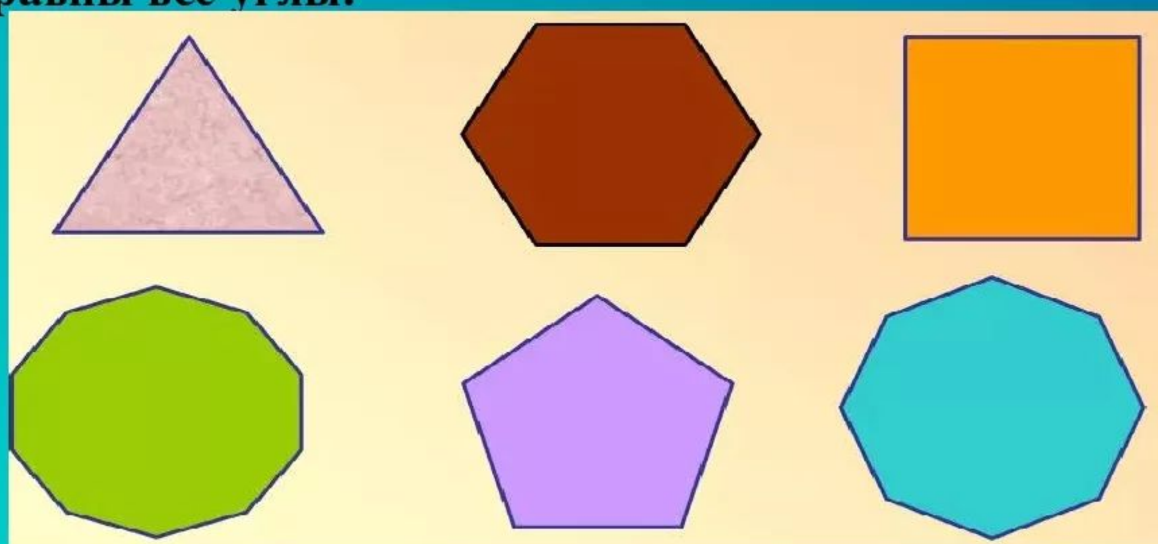
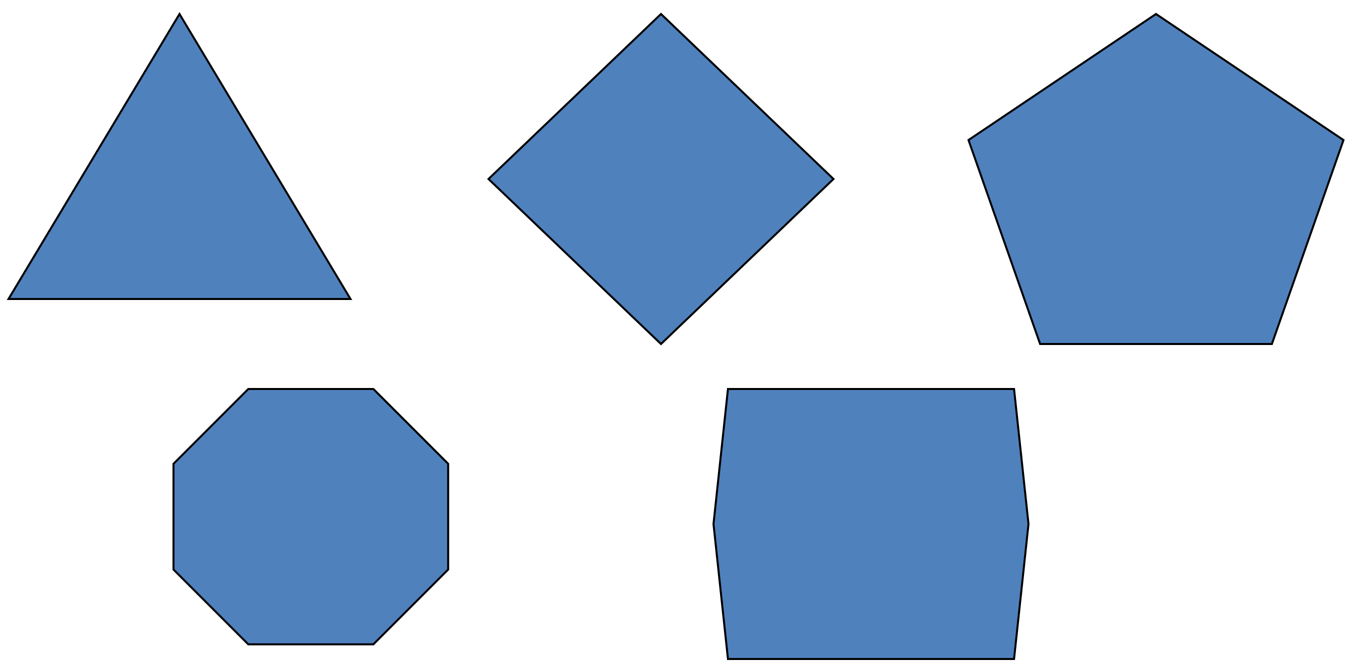
Правильные многоугольники уже в глубокой древности считались символом красоты и совершенства. Это и понятно: ведь из всех многоугольников с заданным числом сторон наиболее приятен для глаза правильный многоугольник, у которого равны все стороны и равны все углы.



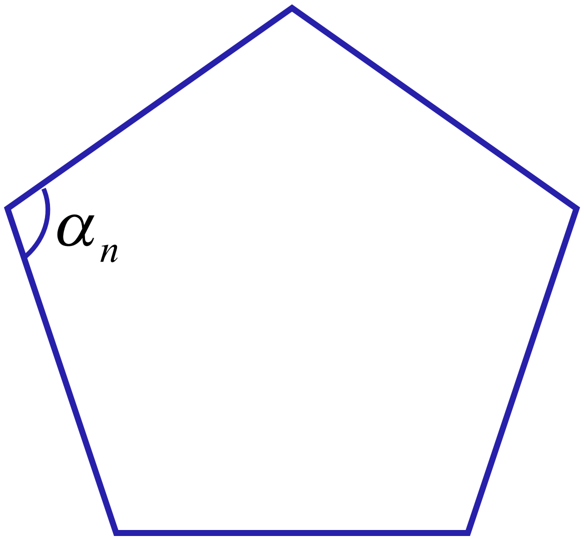
ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ

ПРАВИЛЬНЫЙ МНОГОУГОЛЬНИК

Правильным многоугольником называется выпуклый многоугольник, у которого все углы равны и все стороны равны.



Сумма углов правильного n-угольника

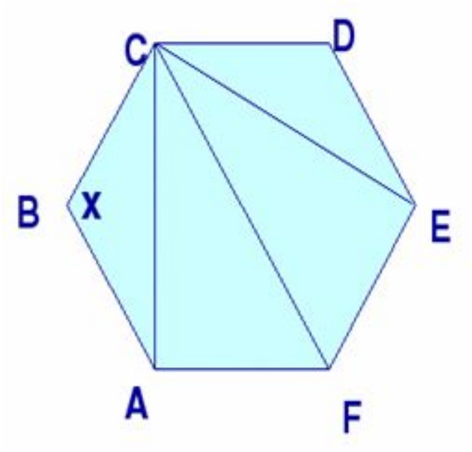


$$(n-2)\cdot 180^0$$

$$\alpha_n = \frac{(n-2)\cdot 180^0}{n}$$

Угол правильного n-угольника

Устная задача



Дано: α – угол правильного

n – угольника

n = 6;

Найти: α

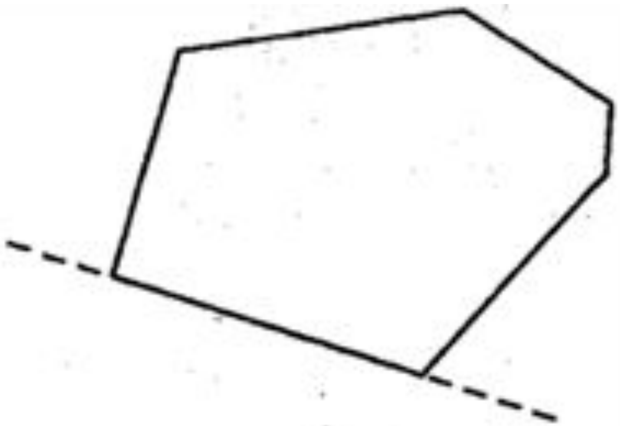
Решение:

$$\alpha = \frac{(n-2)\cdot 180^0}{n} = \frac{(6-2)\cdot 180^0}{6} = \frac{4\cdot 180^0}{6} = \frac{4\cdot 30^0}{1} = 120^0$$

Ответ: α= 120°.

Какой многоугольник называется выпуклым?

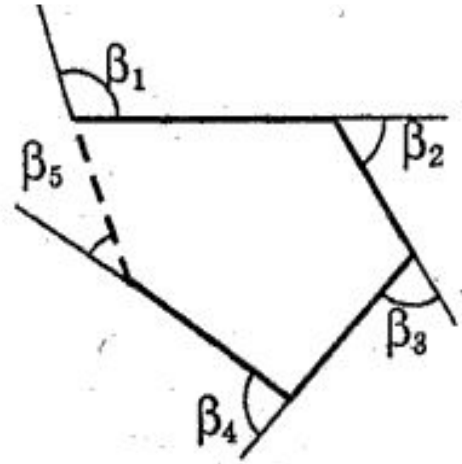
Многоугольник называется ***выпуклым***, если он лежит в одной полуплоскости относительно любой прямой, содержащей его сторону



Внешним углом многоугольника называют?

Внешним углом выпуклого многоугольника при данной вершине называется угол, смежный внутреннему углу много-угольника при данной вершине.

Сумма внешних углов любого выпуклого n–угольника равна 360°

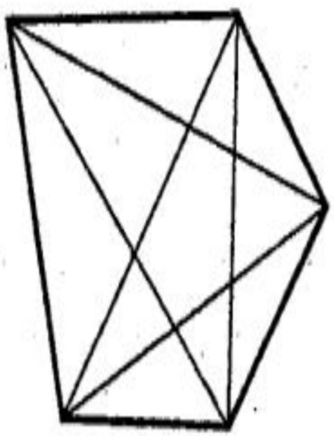


$$\beta_1 + \beta_2 + \ldots + \beta_n = 360°$$

Как найти диагонали многоугольника

Количество диагоналей выпуклого n–угольника равно

$$\frac{n(n-3)}{2}$$



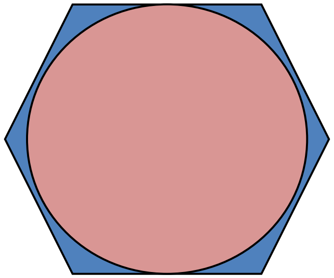
Самостоятельная работа .

1. Найдите углы: а) правильного двенадцатиугольника;
   б) правильного шестнадцатиугольника.

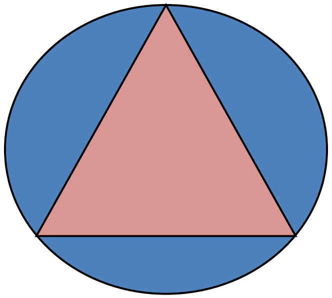
2) Найдите число сторон правильного многоугольника, если каждый угол равен: а) 144^0; б) 162^0 ?

3) Чему равен внешний угол:
   а) правильного пятнадцатиугольника;
   б) правильного восемнадцатиугольника ?

Вписанная и описанная окружность



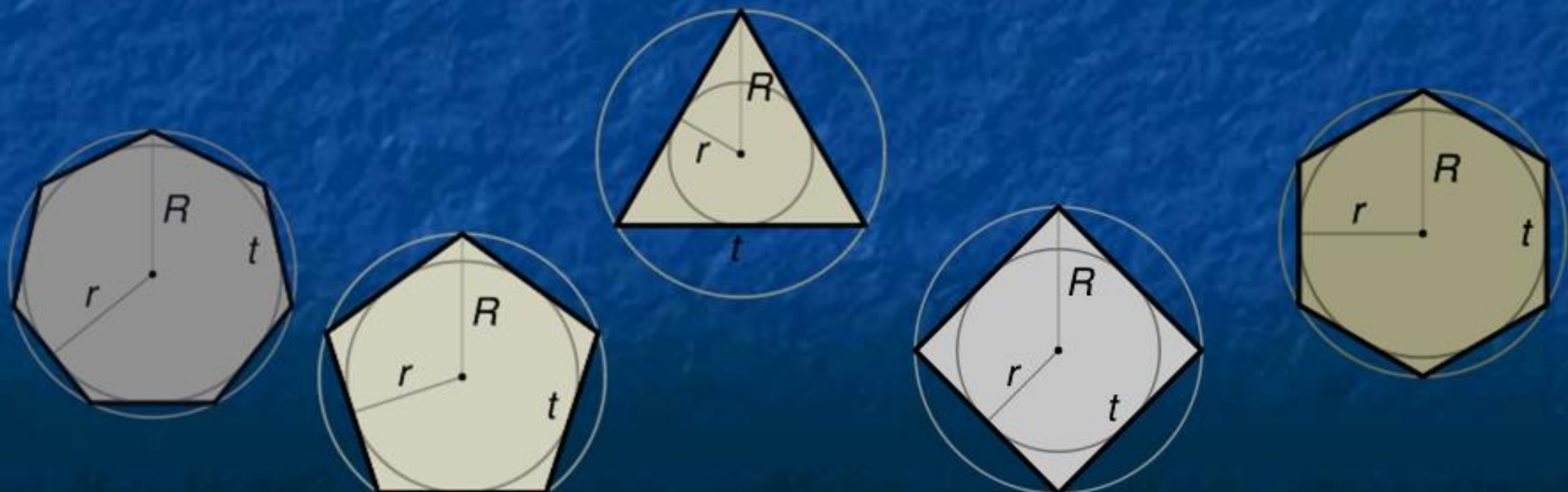
Окружность называется вписанной в многоугольник,
если все стороны многоугольника касаются этой окружности.



Окружность называется описанной около многоугольника, если все его вершины лежат на этой окружности.

ОСНОВНОЕ СВОЙСТВО ПРАВИЛЬНЫХ МНОГОУГОЛЬНИКОВ

- Правильный многоугольник является **вписанным** в окружность и **описанным** около окружности, причем центры этих окружностей **совпадают**.



ФОРМУЛЫ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ

Площадь правильного многоугольника

$$S = \frac{1}{2}\mathrm{Pr}$$

Сторона правильного многоугольника

$$a_n = 2R\sin\frac{180^0}{n}$$

Радиус вписанной окружности

$$r = R\cos\frac{180^0}{n}$$

1 ***Дано: R, $n=3$*** ***Найти: а***

2 ***Дано: R, $n=4$*** ***Найти: а***

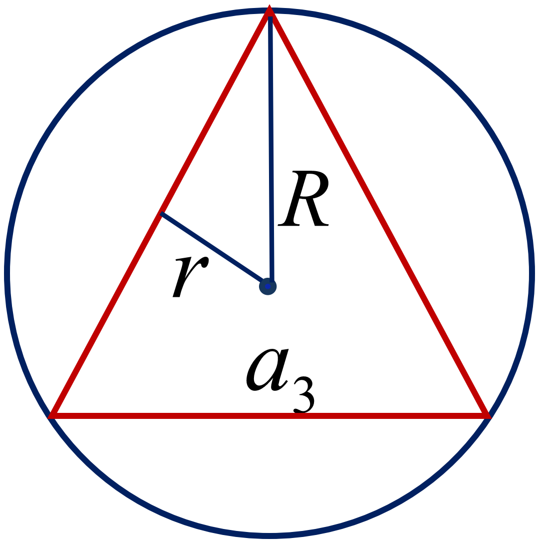
3 ***Дано: R, $n=6$*** ***Найти: а***

4 ***Дано: r, $n=3$*** ***Найти: а***

5 ***Дано: r, $n=4$*** ***Найти: а***

6 ***Дано: r, $n=6$*** ***Найти: а***

1 Дано: R, n=3 Найти: a

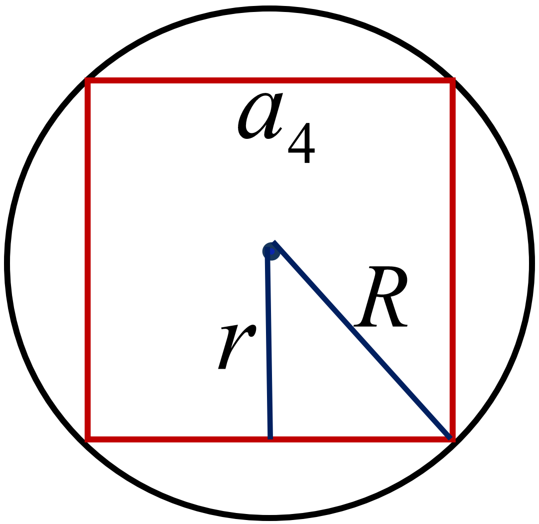


$$a_n = 2R\sin\frac{180^0}{n}$$

$$a_3 = 2R\sin\frac{180^0}{3} = 2R\sin 60^0 = 2R\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = R\sqrt{3}$$

$$\boxed{a_3 = R\sqrt{3}}$$

2 ***Дано: R, n=4*** ***Найти: a***

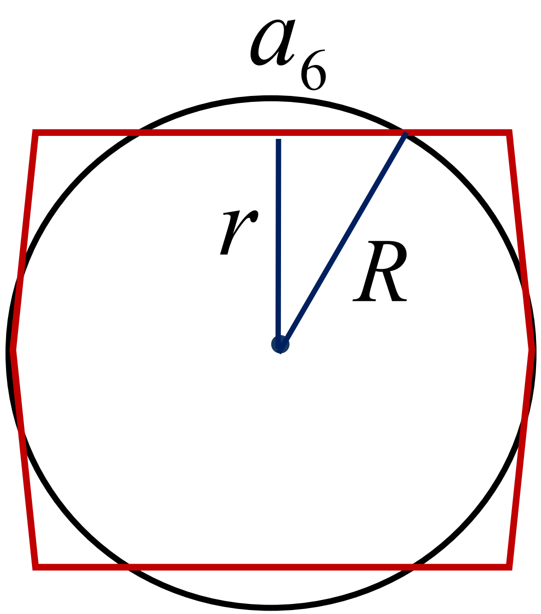


$$a_n = 2R\sin\frac{180^0}{n}$$

$$a_4 = 2R\sin\frac{180^0}{4} = 2R\sin 45^0 = 2R\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = R\sqrt{2}$$

$$\boxed{a_4 = R\sqrt{2}}$$

3 Дано: R, n=6 Найти: a

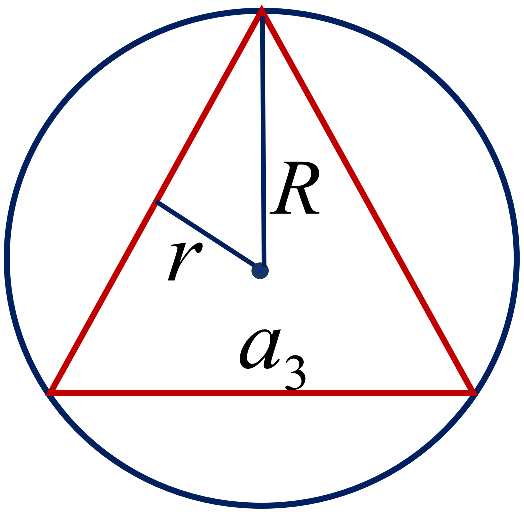


$$a_n = 2R\sin\frac{180^0}{n}$$

$$a_6 = 2R\sin\frac{180^0}{6} = 2R\sin 30^0 = 2R\cdot\frac{1}{2} = R$$

$$a_6 = R$$

4 **Дано: r, n=3** **Найти: a**



$$R=\frac{r}{\cos\frac{180^0}{n}}$$

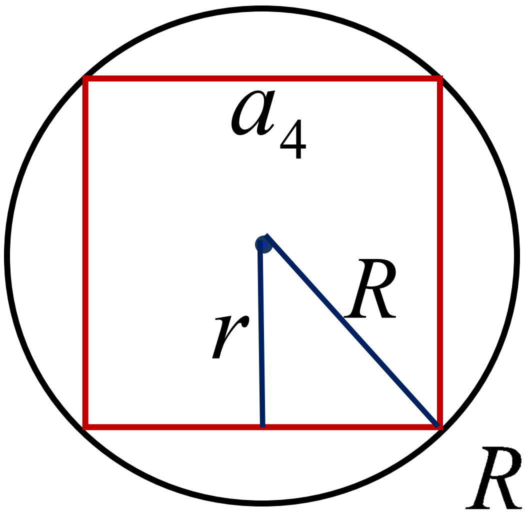
$$a_n=2R\sin\frac{180^0}{n}$$

$$R_3=\frac{r}{\cos 60^0}=\frac{r}{\frac{1}{2}}=2r$$

$$a_3=2R\sin\frac{180^0}{3}=2\cdot 2r\sin 60^0=4r\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}r$$

$$\boxed{a_3=2\sqrt{3}r}$$

5 Дано: r, n=4 Найти: a



$$R = \frac{r}{\cos\frac{180^0}{n}}$$

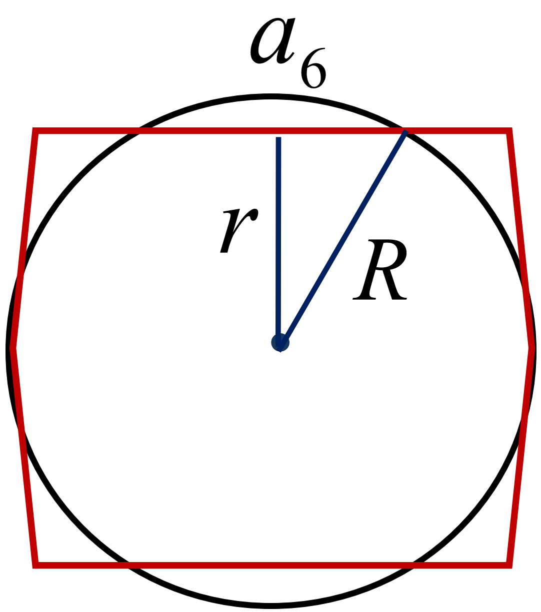
$$a_n = 2R\sin\frac{180^0}{n}$$

$$R_4 = \frac{r}{\cos 45^0} = \frac{r}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{2}r$$

$$a_4 = 2R\sin\frac{180^0}{4} = 2\cdot\sqrt{2}r\sin 45^0 = 2\sqrt{2}r\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = 2r$$

$$a_4 = 2r$$

6 ***Дано: r, n=6*** ***Найти: a***



$$R = \frac{r}{\cos\dfrac{180^0}{n}}$$

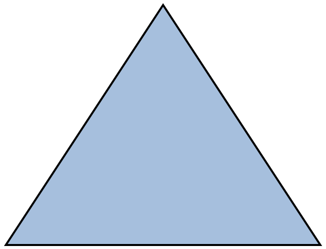
$$a_n = 2R\sin\frac{180^0}{n}$$

$$R_6 = \frac{r}{\cos 30^0} = \frac{r}{\dfrac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2r}{\sqrt{3}}$$

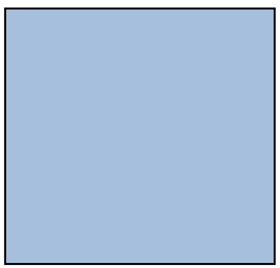
$$a_6 = 2R\sin\frac{180^0}{6} = 2\cdot\frac{2r}{\sqrt{3}}\sin 30^0 = \frac{4r}{\sqrt{3}}\cdot\frac{1}{2} = \frac{2r}{\sqrt{3}}$$

$$a_6 = \frac{2r}{\sqrt{3}}$$

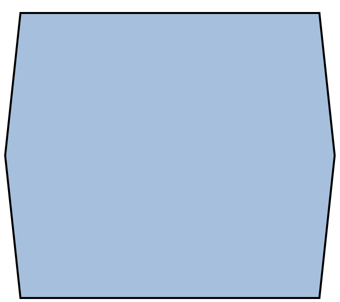
ФОРМУЛЫ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ



$$a_3 = R\sqrt{3} \qquad a_3 = 2\sqrt{3}r$$

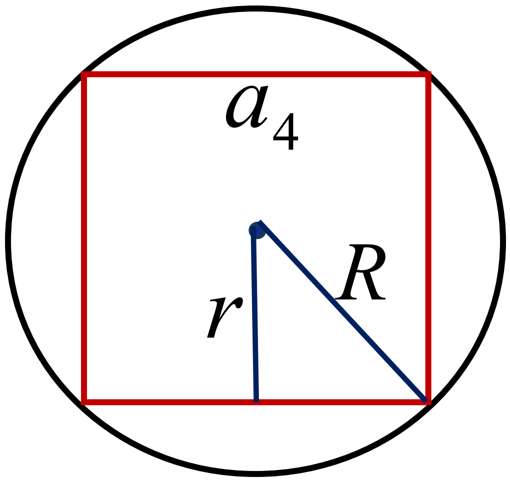


$$a_4 = R\sqrt{2} \qquad a_4 = 2r$$



$$a_6 = R \qquad a_6 = \frac{2r}{\sqrt{3}}$$

Решите задачу 1



Дано: $S=16$, $n=4$

Найти: a, r, R, P

Мы знаем формулы:

$$r = R\cos\frac{180^0}{n}$$

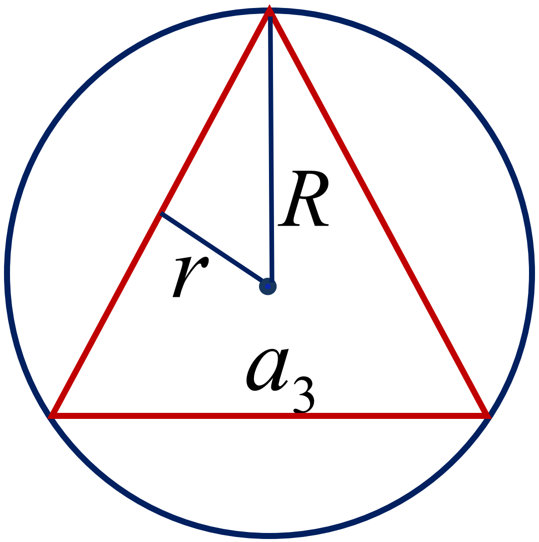
$$a_n = 2R\sin\frac{180^0}{n}$$

$$a_4 = R\sqrt{2}$$

$$S = \frac{1}{2}\mathbf{Pr}$$

$$a_4 = 2r$$

Решите задачу 2



Дано: P=6, n=3

Найти: R, a, r, S

Мы знаем формулы:

$$a_n = 2R\sin\frac{180^0}{n}$$

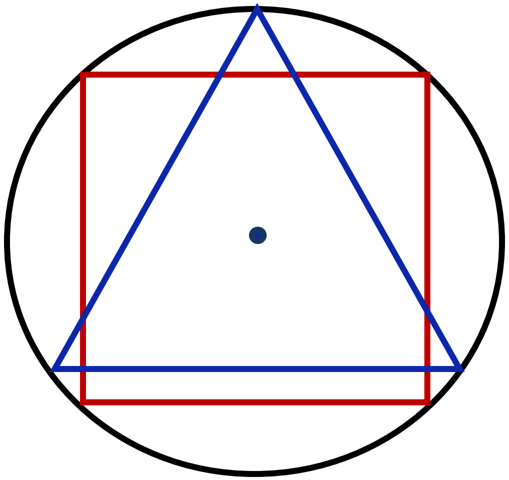
$$r = R\cos\frac{180^0}{n}$$

$$a_3 = R\sqrt{3}$$

$$S = \frac{1}{2}\mathbf{Pr}$$

$$a_3 = 2\sqrt{3}r$$

Решите задачу 3



Дано: $P_3 = 18 \quad R_3 = R_4$

Найти: a_4

«Рефлексивный экран»

Ребята по кругу высказываются одним предложением, выбирая начало фразы из рефлексивного экрана на доске:

1. было интересно…
2. было трудно…
3. я выполнял задания…
4. я понял, что…
5. теперь я могу…
6. сегодня я узнал…
7. я почувствовал, что…