



МНОЖЕСТВА

Вводный курс математики



Множества

Г. Кантор

Множество – совокупность некоторых объектов, рассматриваемая как единое целое

$a \in A$ $a \notin A$ N, Z, Q, R $|A|$ - **МОЩНОСТЬ**

A – **подмножество** B , если множество A состоит из элементов, принадлежащих B

$A \subseteq B$ $N \subseteq Z \subseteq Q \subseteq R$ $\emptyset \subseteq A$

Свойства: 1) $A \subseteq A$

2) Если $A \subseteq B$ и $B \subseteq A$, то $A = B$

3) Если $A \subseteq B$ и $B \subseteq C$, то $A \subseteq C$



Множества

Булеан множества $P(A)$ – множество всех подмножеств множества A

$$A = \{a, b, c\}$$

$$P(A) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, A\}$$

Если $|A|=n$, то $|P(A)|=2^n$

Множества A и B **равны**, если A и B состоят из одних и тех же элементов **$A = B$**

Свойства: 1) $A = A$

2) Если $A = B$, то $B = A$

3) Если $A = B$ и $B = C$, то $A = C$



Способы задания множества

1) Перечисление элементов:

$$A = \{a, b, c, 2, 3\}$$

2) Обобщение 1 способа (закономерность):

$$K = \{2^0, 2^1, 2^2, 2^3, \dots\}$$

3) Характеристическим свойством:

$$A = \{x \mid P(x)\} \quad A = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$$

4) С помощью операций над множествами
(см. позже)

5) Стандартные обозначения: \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , \mathbb{R}



Способы задания множества

6) Стандартные обозначения подмножеств множества \mathbb{R} :

$$\text{Сегмент } [a,b] = \{ x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b \}$$

$$\text{Интервал } (a,b) = \{ x \in \mathbb{R} \mid a < x < b \}$$

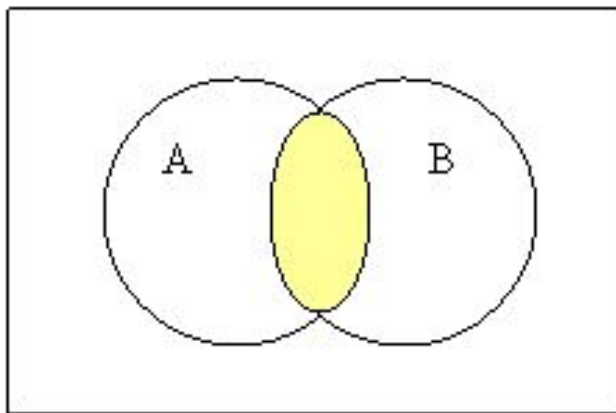
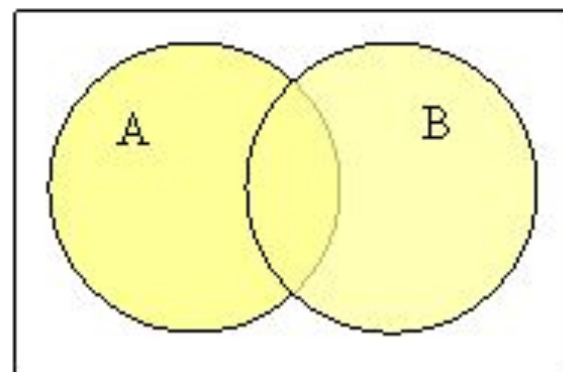
$$\text{Полусегмент } [a,b) = \{ x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b \}$$

$$\text{Полуинтервал } (a,b] = \{ x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b \}$$

Операции над множествами

Объединение A и B -

$$A \cup B = \{ x \mid x \in A \text{ или } x \in B \}$$



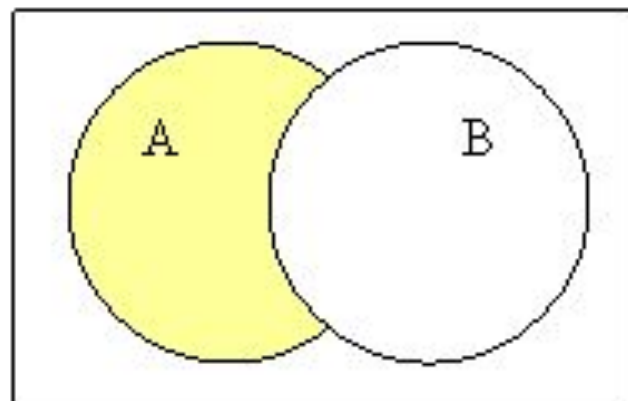
Пересечение A и B -

$$A \cap B = \{ x \mid x \in A \text{ и } x \in B \}$$

Операции над множествами

Разность A и B -

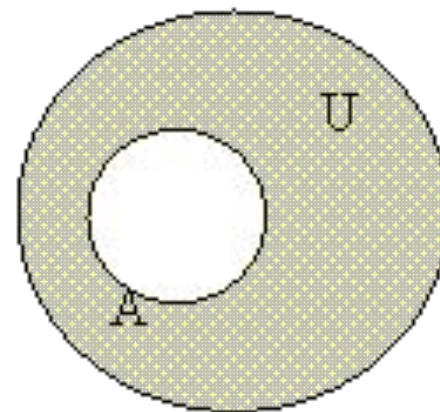
$$A \setminus B = \{ x \mid x \in A \text{ и } x \notin B \}$$



Универсальное множество U -

Дополнение A -

$$A' = U \setminus A = \{ x \mid x \notin A \}$$





Свойства операций

1. Ассоциативность: $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$
 $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

2. Коммутативность: $A \cup B = B \cup A$
 $A \cap B = B \cap A$

3. $A \cup A = A, A \cap A = A$

4. Дистрибутивность: $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
 $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

5. Поглощение: $(A \cup B) \cap A = A, (A \cap B) \cup A = A$



Свойства операций

6. $A \setminus B = A \cap B'$

7. $A \cap A' = \emptyset$

8. $(A')' = A$

9. Законы двойственности де Моргана:

$$(A \cup B)' = A' \cap B'$$

$$(A \cap B)' = A' \cup B'$$