



# МНОЖЕСТВА

---

Вводный курс математики

# Множества

Г. Кантор

**Множество** – совокупность некоторых объектов, рассматриваемая как единое целое

$a \in A$      $a \notin A$      $N, Z, Q, R$      $|A|$  - **МОЩНОСТЬ**

$A$  – **ПОДМНОЖЕСТВО**  $B$ , если множество  $A$  состоит из элементов, принадлежащих  $B$

$$A \subseteq B \quad N \subseteq Z \subseteq Q \subseteq R \quad \emptyset \subseteq A$$

**Свойства:** 1)  $A \subseteq A$

2) Если  $A \subseteq B$  и  $B \subseteq A$ , то  $A = B$

3) Если  $A \subseteq B$  и  $B \subseteq C$ , то  $A \subseteq C$



# Множества

**Булеан множества  $P(A)$**  – множество всех подмножеств множества  $A$

$$A = \{a, b, c\}$$

$$P(A) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, A\}$$

Если  $|A|=n$ , то  $|P(A)|=2^n$

Множества  $A$  и  $B$  **равны**, если  $A$  и  $B$  состоят из одних и тех же элементов  **$A = B$**

**Свойства:** 1)  $A = A$

2) Если  $A = B$ , то  $B = A$

3) Если  $A = B$  и  $B = C$ , то  $A = C$



# Способы задания множества

---

1) Перечисление элементов:

$$A = \{a, b, c, 2, 3\}$$

2) Обобщение 1 способа (закономерность):

$$K = \{2^0, 2^1, 2^2, 2^3, \dots\}$$

3) Характеристическим свойством:

$$A = \{x \mid P(x)\} \quad A = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$$

4) С помощью операций над множествами  
(см. позже)

5) Стандартные обозначения:  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$



# Способы задания множества

---

6) Стандартные обозначения подмножеств множества  $\mathbb{R}$ :

$$\text{Сегмент } [a,b] = \{ x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b \}$$

$$\text{Интервал } (a,b) = \{ x \in \mathbb{R} \mid a < x < b \}$$

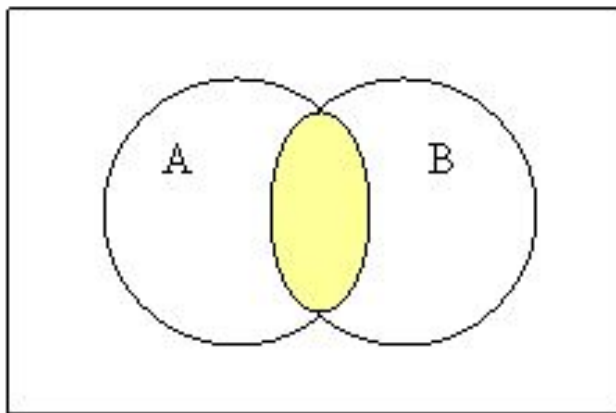
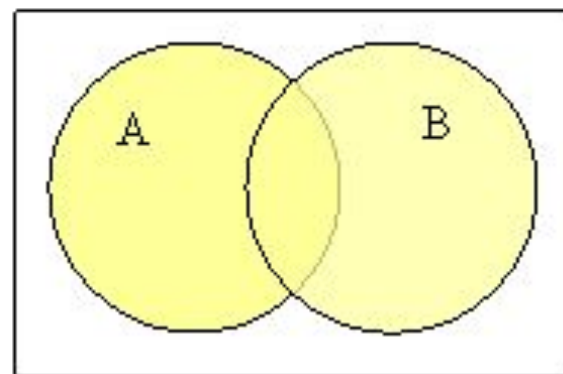
$$\text{Полусегмент } [a,b) = \{ x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b \}$$

$$\text{Полуинтервал } (a,b] = \{ x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b \}$$

# Операции над множествами

**Объединение** A и B -

$$A \cup B = \{ x \mid x \in A \text{ или } x \in B \}$$



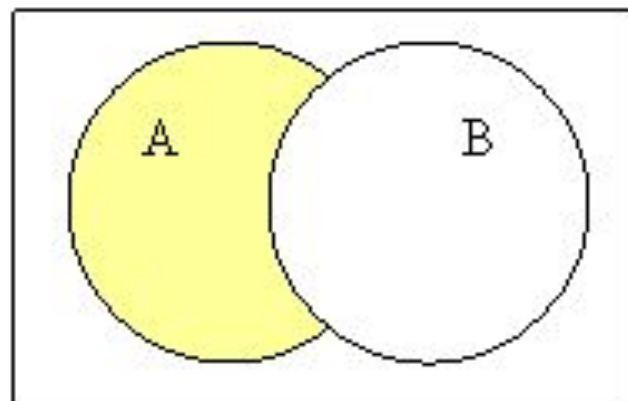
**Пересечение** A и B -

$$A \cap B = \{ x \mid x \in A \text{ и } x \in B \}$$

# Операции над множествами

**Разность A и B -**

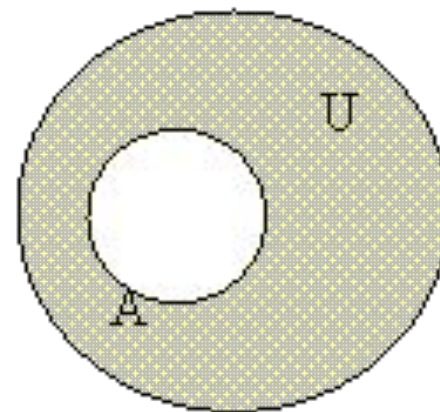
$$A \setminus B = \{ x \mid x \in A \text{ и } x \notin B \}$$



**Универсальное множество U-**

**Дополнение A -**

$$A' = U \setminus A = \{ x \mid x \notin A \}$$





# Свойства операций

---

1. Ассоциативность:  $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$   
 $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

2. Коммутативность:  $A \cup B = B \cup A$   
 $A \cap B = B \cap A$

3.  $A \cup A = A, A \cap A = A$

4. Дистрибутивность:  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$   
 $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

5. Поглощение:  $(A \cup B) \cap A = A, (A \cap B) \cup A = A$





# Свойства операций

---

6.  $A \setminus B = A \cap B'$

7.  $A \cap A' = \emptyset$

8.  $(A')' = A$

9. Законы двойственности де Моргана:

$$(A \cup B)' = A' \cap B'$$

$$(A \cap B)' = A' \cup B'$$