

# АЛГЕБРА И НАЧАЛА АНАЛИЗА

10 КЛАСС

Ш.А.АЛИМОВ, Ю.М.КОЛЯГИН и др.

15 ИЗД. М.: ПРОСВЕЩЕНИЕ, 2010

## Глава I. Действительные числа

Урок 1

*Холодные числа, внешне сухие формулы математики  
полны внутренней красоты и жара сконцентрированной  
в них мысли.*

А.Д.Александров

# 1. Множество натуральных чисел

$$\mathbb{N} = \{1; 2; 3; \dots\}$$

- сумма и произведение нат. чисел являются числами натуральными

$$7 + 7 = 14$$

$$12 - 7 = 5$$

- разность и частное – могут не быть натуральными числами

$$7 - 7 = 0$$

$$7 - 12 = -5$$

## 2. Множество целых чисел

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots\}$$

- сумма, разность и произведение целых чисел всегда являются целыми числами

- частное – может не быть

$$5 + (-7) = -2$$

$$-7 - 7 = -14$$

$$7 \cdot (-12) = -84$$

$$-7 : (-7) = 1$$

$$5 : (-7) = \underline{\underline{-\frac{5}{7}}}$$

# 3. Множество рациональных чисел

$$Q = \left\{ \frac{m}{n}; m \in Z, n \in N \right\}$$

- сумма, разность, произведение и частное (кроме деления на нуль) над рациональными числами всегда являются рациональными числами

4. Каждое рациональное число можно представить в виде бесконечной периодической десятичной дроби

Целое число	Конечная десятичная дробь	Бесконечная периодическая десятичная дробь
$\frac{360}{30} = 12$	$\frac{m}{10^k},$ <p>где <math>m</math> – целое число, <math>k</math> – натуральное число</p> $\frac{275}{100} = 2,75$	$\frac{29}{9} = 3,222\dots = 3,(2)$
<p><b>Период равен нулю</b>  <math>12,000\dots = 12,(0)</math></p>	<p><b>Период равен нулю</b>  <math>2,75000\dots = 2,75(0)</math></p>	<p><b>Период равен 2</b></p>



# №1. Запишите в виде десятичной дроби:

$$1) \frac{2}{3} =$$

$$3) \frac{3}{5} =$$

$$5) -8\frac{2}{7} =$$

Сверим ответы:

$$1) \frac{2}{3} = 0,666\dots = 0,(6)$$

$$3) \frac{3}{5} = 0,6$$

$$5) -8\frac{2}{7} = -8,(285714)$$

## №2. Выполните действия и запишите результат в виде десятичной дроби:

$$1) \frac{2}{11} + \frac{1}{9}$$

$$3) \frac{1}{3} + 1,25$$

$$5) \frac{3}{14} \cdot 1,05$$

Сверим

ответы:

$$1) \frac{2}{11} + \frac{1}{9} = \frac{2 \cdot 9}{11 \cdot 9} + \frac{1 \cdot 11}{9 \cdot 11} = \frac{18+11}{99} = \frac{29}{99} = 0,(29)$$

$$3) \frac{1}{3} + 1,25 = \frac{1}{3} + \frac{5}{4} = \frac{4+15}{12} = \frac{19}{12} = 1\frac{7}{12} = 1,58(3)$$

$$5) \frac{3}{14} \cdot 1,05 = \frac{3}{14} \cdot 1\frac{1}{20} = \frac{3}{14} \cdot \frac{21}{20} = \frac{9}{40} = 0,225$$

5. Справедливо и обратное утверждение:  
каждая бесконечная периодическая десятичная  
дробь является рациональным числом

**Рассмотрим задачу 2 из параграфа и составим алгоритм :**

представить бесконечную периодическую десятичную дробь  $0,2(18)$  в виде обыкновенной

1) Пусть  $x = 0,2(18)$

Умножая на 10,  
получим

$$x \cdot 10 = 2,1818\dots$$

1) Нужно умножить дробь на  $10^n$ ,  
где  $n$  – количество десятичных знаков,  
содержащихся в записи этой дроби до  
периода

Получаем  $x \cdot 10^n$

2) Умножая обе  
части последнего  
равенства на 100,  
получим

$$1000x = 218,1818\dots$$

2) Нужно умножить дробь на  $10^k$ ,  
где  $k$  – количество цифр в периоде:  
Получаем  $x \cdot 10^n \cdot 10^k = x \cdot 10^{n+k}$

3) (2) – (1), получим

$$990x = 216$$

$$x = \frac{216}{990},$$

сокращая

$$x = \frac{12}{55}$$

3) Отнять от равенства (2) равенство  
(1),

Решить полученное уравнение



№3<sub>(1,3,5,6)</sub>.

Записать в виде обыкновенной дроби бесконечную десятичную дробь.

1)  $0,(6) =$

3. 1)  $0,(6)$ .

Пусть  $x = 0,(6) = 0,66\dots$  (1)

Период этой дроби состоит из одной цифры. Поэтому, умножая эти этого равенства на 10, находим

$$10x = 6,66\dots \quad (2)$$

Вычитая из равенства (2) равенство (1), получаем  $9x = 6$ .

$$\text{Отсюда } x = \frac{6}{9} \quad x = \frac{2}{3}$$

Сверим  
ответы:

$$\frac{2}{3}$$

Далее №4; №5(1)

# №3. Записать в виде обыкновенной дроби бесконечную десятичную дробь

3)  $0,1(2) =$

3)  $0,1(2)$

Пусть  $x = 0,1(2) = 0,1222\dots$

Так как в записи этого числа до периода содержится только один десятичный знак, то, умножая на 10, получаем

$$10x = 1,2 \quad (1)$$

Период этой дроби состоит из одной цифры. Поэтому, умножив последнее равенство на 10, находим

$$100x = 12,2 \quad (2)$$

Вычитая из равенства (2) равенство (1), получаем  $90x = 11$ . Отсюда

КО ОДИН

обе час-

$$x = \frac{11}{90};$$

Сверим  
ответы:

$$\frac{11}{90};$$

Далее №4; №5(1)

### №3. Записать в виде обыкновенной дроби бесконечную десятичную дробь.

$$5) -3,(27) =$$

$$5) -3,(27)$$

$$\text{Пусть } x = -3,(27) = -3,2727\dots \quad (1)$$

Период этой дроби состоит из двух цифр. Поэтому, умножая о этого равенства на  $10^2 = 100$ , получаем

$$100x = -327,(27) \quad (2)$$

Вычитая из равенства (2) равенство (1), получаем  $99x = -324$ .

$$x = -\frac{324}{99} = -\frac{36}{11} = -3\frac{3}{11}.$$

Сверим  
ответы:

$$-3\frac{3}{11};$$

Далее №4; №5(1)

# №3. Записать в виде обыкновенной дроби бесконечную десятичную дробь.

б)  $-2,3(82)=$

б)  $-2,3(82)$

Пусть  $x = -2,3(82) = -2,38282\dots$

Так как в записи этого числа до периода содержится тол. десятичный знак, то, умножая на 10, получаем

$$10x = -23,82 \quad (1)$$

Период этой дроби состоит из двух цифр.

Поэтому, умножая обе части этого равенства на  $10^2 = 100$ , получ

$$1000x = -2382,82 \quad (2)$$

Вычитая из равенства (2) равенство (1), получаем  $990x = -2359$ .

Отсюда  $x = -\frac{2359}{990} = -2\frac{379}{990}$ .

Сверим  
ответы:

$$-2\frac{379}{990}$$

Далее №4; №5(1)

# ОТВЕТЫ:

$$4. 1) (20,88 : 18 + 45 : 0,36) : (19,59 + 11,95) = \left( \frac{2088}{100 \cdot 18} + \frac{45 \cdot 100}{36} \right) :$$

$$: \left( \frac{1959}{100} + \frac{1195}{100} \right) = \left( \frac{2088 + 4500 \cdot 50}{50 \cdot 2 \cdot 12} \right) : \left( \frac{3154}{100} \right) = \frac{227088}{100 \cdot 18} \cdot \frac{100}{3154} = 4.$$

$$2) \frac{7}{36} \cdot 9 + 8 \cdot \frac{11}{32} + \frac{9}{10} \cdot \frac{5}{18} = \frac{7}{4 \cdot 9} \cdot 9 + 8 \cdot \frac{11}{4 \cdot 8} + \frac{9 \cdot 5}{2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 9} = \frac{7}{4} + \frac{11}{4} + \frac{1}{4} = \frac{19}{4} =$$

$$= 4,75$$

# ОТВЕТЫ:

$$\begin{aligned} 5. \quad 1) & \left(3\frac{4}{25} + 0,24\right)2,15 + \left(5,1625 - 2\frac{3}{16}\right)\frac{2}{5} = \left(\frac{79 \cdot 4}{4 \cdot 25} + \frac{24}{100}\right) \cdot \frac{215}{100} + (5,1625 - 2,1875) \cdot \frac{2}{5} = \\ & = \frac{316 + 24}{100} \cdot \frac{215}{100} + \frac{2975}{1000} \cdot \frac{2}{5} = \frac{35 \cdot 215}{10 \cdot 100} + \frac{595 \cdot 5 \cdot 2}{1000 \cdot 5} = \frac{7310 + 1190}{1000} = \frac{8500}{1000} = 8,5. \end{aligned}$$

# ДОМАШНЯЯ РАБОТА.

2) Воспользуемся алгоритмом деления уголком:

$$\begin{array}{r|l} 11 & \\ \hline 8,0 & \\ \hline 77 & 0,7272 \\ \hline 30 & \\ \hline 22 & \\ \hline \dots & \\ \hline 30\dots & \end{array}$$

Остатки повторяются, поэтому в частном повторяется одна и та же группа цифр: 72

Следовательно,  $\frac{8}{11} = 0,7272\dots = 0,(72)$ .

$$4) -\frac{3}{4} = -\frac{25 \cdot 3}{25 \cdot 4} = -\frac{75}{100} = -0,75$$

$$\begin{array}{r|l} 99 & \\ \hline 13,0 & \\ \hline 99 & 0,131 \\ \hline 310 & \\ \hline 297 & \\ \hline \dots & \\ \hline 31\dots & \end{array}$$

Остатки повторяются, поэтому в частном повторяется одна и та же группа цифр: 13

Следовательно,  $\frac{13}{99} = 0,1313\dots = 0,(13)$ .

$$2) \frac{8}{13} + \frac{2}{3} = \frac{8 \cdot 3 + 2 \cdot 13}{3 \cdot 13} = \frac{24 + 26}{39} = \frac{50}{39}.$$

$$\begin{array}{r} \text{...} \\ 50 \\ -39 \\ \hline 110 \\ -110 \\ \hline \text{...} \\ 11 \end{array} \quad \begin{array}{r} 39 \\ \hline 1,282051 \end{array}$$

Остатки повторяются, поэтому в частном повторяется одна и та же группа цифр: 282051. Следовательно,  $\frac{50}{39} =$

$$= 1,2820512... = 1,(282051).$$

$$4) \frac{1}{6} + 0,33 = \frac{1}{6} + \frac{33}{100} = \frac{1 \cdot 50 + 33 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 50} = \frac{50 + 99}{300} = \frac{149}{300}.$$

$$\begin{array}{r} \text{...} \\ 149,0 \\ -1200 \\ \hline 2900 \\ -2700 \\ \hline \text{...} \\ 200... \end{array} \quad \begin{array}{r} 300 \\ \hline 0,4966 \end{array}$$

Остатки повторяются, поэтому в частном повторяется одна и та же цифра: 6. Следовательно,  $\frac{149}{300} = 0,4966... = 0,49(6)$

$$6) \frac{7}{9} \cdot 1,7 = \frac{7 \cdot 17}{9 \cdot 10} = \frac{119}{90}.$$



2) 1,(55).

Пусть  $x = 1,(55) = 1,5555\dots$  (1)

Период этой дроби состоит из двух цифр, поэтому, умножая о  
этого равенства на  $10^2 = 100$ , находим

$$100x = 155,55\dots \quad (2)$$

Вычитая из равенства (2) равенство (1), получим

$$99x = 154. \text{ Отсюда } x = \frac{154}{99} = \frac{14}{9} = 1\frac{5}{9}.$$

4)  $-0,(8)$

Пусть  $x = -0,(8) = -0,888\dots$  (1)

Период этой дроби состоит из одной цифры. Поэтому, умножая  
ти этого равенства на 10, получаем

$$10x = -8,(8) \quad (2)$$

Вычитая из равенства (2) равенство (1), получаем  $9x = -8$ . Отсюда

$$x = -\frac{8}{9}$$

$$\begin{aligned}
 2) \quad & 0,364 : \frac{7}{25} + \frac{5}{16} : 0,125 + 2\frac{1}{2} \cdot 0,8 = \frac{364}{1000} \cdot \frac{25}{7} + \frac{5}{16} \cdot \frac{8}{10} = \\
 & = \frac{7 \cdot 52 \cdot 25}{40 \cdot 25 \cdot 7} + \frac{5 \cdot 8 \cdot 125}{2 \cdot 8 \cdot 125} + \frac{5 \cdot 2 \cdot 4}{2 \cdot 2 \cdot 5} = \frac{13}{10} + \frac{25}{10} + \frac{20}{10} = \frac{58}{10} = 5,8.
 \end{aligned}$$