Лекція 2

Коливальні процеси.

Власні електромагнітні коливання

Класифікація коливань

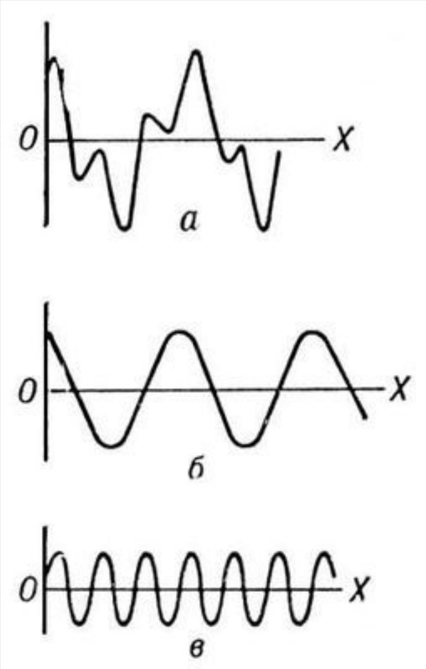
Коливальні процеси характеризуються повторюваністю у часі.

За фізичною природою коливання бувають механічні, електромеханічні, електромагнітні.

В залежності від характеру впливу на коливальну систему розрізняють вільні та вимушені коливання.

За наявності чи відсутності (в ідеалізованому випадку) сил опору чи тертя коливання можуть бути згасаючі або незгасаючі.

Коливання, які можна описати за допомогою функції сінуса чи косінуса, називаються гармонічні (на рисунку – графіки б,в), в іншому випадку – ангармонічні (на рисунку – графік а).



Квазістаціонарні струми

При розгляді електромагнітних коливань ми маємо справу зі змінним в часі струмом. Для того, щоб для змінного струму виконувалися закон Ома та правила Кірхгофа, він має задовільняти умові квазістаціонарності (квазі=майже) , яка має вигляд:

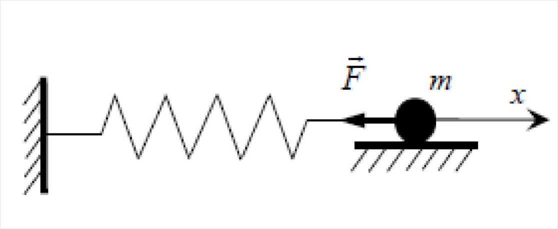
$$\tau = \frac{l}{c} \ll T$$

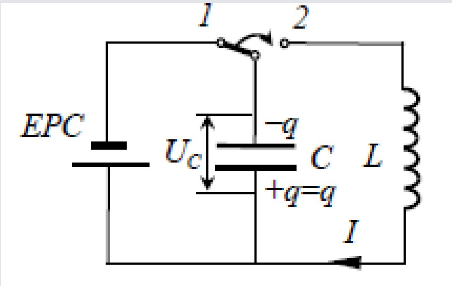
Струм промислової частоти (50 Гц) є квазістаціонарним для електричних кіл довжиною ~ 100 км.

Струми в колах при квазіперіодичних процесах задовільняють також рівнянню неперервності, що дає змогу визначати силу струму як зміну заряду в часі $I = \frac{dq}{dt}$.

У даній лекції будуть розглядатися вільні незгасаючі коливання, які могли б відбуватися у системі за умови відсутності опору в електричному контурі. Коли вільні незгасаючі коливання здійснюються за гармонічним законом, їх називають власними коливаннями.

Диференціальне рівняння власних коливань





$$m\vec{a} = \vec{F}$$

$$ma_x = -kx$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$$

$$\boxed{\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0,} \qquad \omega_0^2 = \frac{k}{m}$$

$$U_C = \varepsilon_i$$

$$\frac{q}{C} = -L\frac{dI}{dt}$$

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0$$

$$\boxed{\ddot{q} + \omega_0^2 q = 0,} \qquad \omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

ω_0 – власна частота коливального контуру.

Розв’язок диференціального рівняння власних коливань

$$x(t) = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0) \quad \text{або} \quad q(t) = Q_{\max}\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

У цьому рівнянні A чи Q_{max} називається амплітудою коливань та визначає максимальне зміщення по координаті для механічних коливань чи максимальний заряд на обкладинках конденсатора для електромагнітних коливань.

Вираз в дужках називається фазою коливання та визначає миттєве значення координати чи заряду у певний момент часу.

φ_0 – початкова фаза, яка визначає значення координати чи заряду у початковий момент часу.

Для характеристики коливань використовують також такі величини як період – час, за який відбувається одне повне коливання, та частоту – кількість коливань за одиницю часу (або циклічну частоту – кількість коливань за 2π секунд).

$$T = \frac{1}{\nu} = \frac{2\pi}{\omega_0}, \quad \nu = \frac{1}{T}, \quad \omega_0 = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \text{або} \quad T = 2\pi\sqrt{LC}$$

У разі збурення коливань шляхом надання конденсатору початкового заряду, часова залежність заряду описується виразом:

$$q(t) = Q_{\max} cos\omega_0 t$$

Коливання струму також описуються гармонічним законом:

$$I(t) = \frac{dq}{dt} = -Q_{\max} \sin\left(\omega_0 t + \varphi_0\right), \qquad I_{\max} = \omega_0 Q_{\max}.$$

Під час коливань напруженість електричного поля всередині конденсатора змінюється за гармонічним законом:

$$E(t) = \frac{U_C}{d} = \frac{q}{Cd} = E_{\max} \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0\right), \qquad E_{\max} = \frac{Q_{\max}}{Cd}.$$

Коли діаметр котушки індуктивності значно менший її довжини, магнітне поле в котушці можна вважати однорідним, і вектор індукції магнітного поля також здійснює гармонічні коливання:

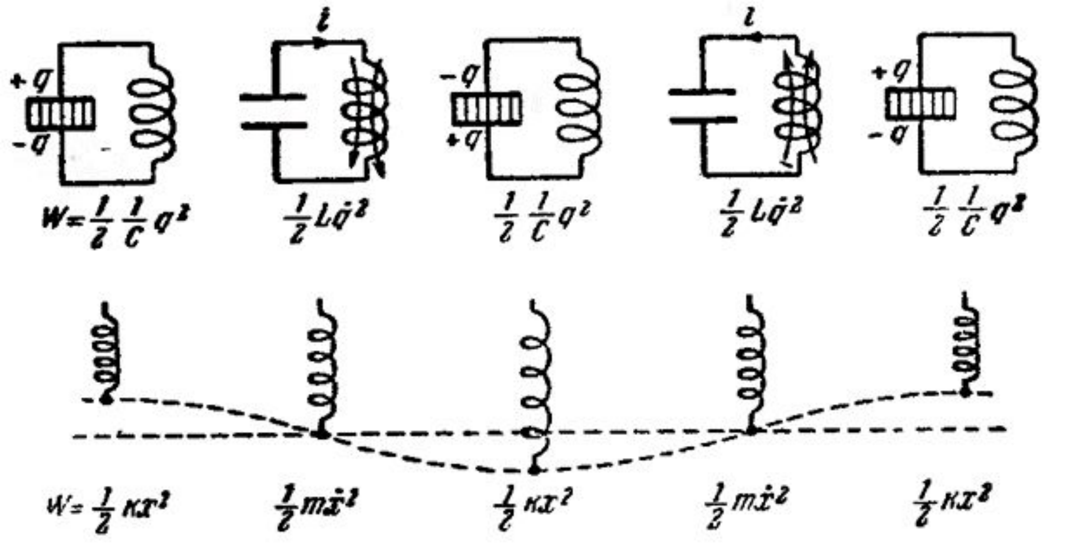
$$B(t) = \frac{\Psi}{NS_{пер}} = \frac{LI}{NS_{пер}} = B_{\max} \sin\left(\omega_0 t + \varphi_0\right), \qquad B_{\max} = \frac{LI_{\max}}{NS_{пер}}.$$

Таким чином, під час електромагнітних коливань відбувається періодична зміна таких величин як: заряд на обкладинках конденсатора, електричний струм в котушці, напруженість електричного поля в конденсаторі, індукція магнітного поля в котушці.

Перетворення енергії під час коливань

\У випадку вільних незгасаючих коливань енергія системи лишається постійною.

Для механічних коливань відбувається перетворення між потенціальною та кінетичною енергією, для електромагнітних коливань відбувається перетворення між енергією електричного поля, зосередженою всередині конденсатора, та енергією магнітного поля котушки індуктивності.



Зважаючи на те, що при зміні координати з часом як $x(t) = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ *зміна швидкості у часі буде задаватись рівнянням* $v(t) = \frac{dx}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$*. При цьому потенціальна енергія розтягнутої чи стиснутої пружини запишеться як* $U = \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0)}{2}$*, а кінетична –*

$$E_к = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2 \omega_0{}^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0)}{2}$$

В довільний момент часу повна енергія системи (з врахуванням виразу для власної частоти) буде становити:

$$U + E_к = \frac{kA^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0)}{2} + \frac{mA^2 \omega_0{}^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0)}{2} = \frac{kA^2}{2}$$

При зміні заряду з часом $q(t) = Q_{\max} \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ *енергія електричного поля буде мати вигляд*

$$W_{еп} = \frac{q^2}{2C} = \frac{Q_{\max}{}^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0)}{2C}$$

З врахуванням, що струм є похідною від заряду по часу, а саме $I(t) = \frac{dq}{dt} = -\omega_0 Q_{\max} \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$*, енергія магнітного поля буде мати вигляд:*

$$W_{мп} = \frac{LI^2}{2} = \frac{LQ_{\max}{}^2 \omega_0{}^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0)}{2}.$$

При цьому повна енергія буде становити:

$$W = \frac{Q_{\max}{}^2}{2C} = \frac{LI_{\max}{}^2}{2}$$