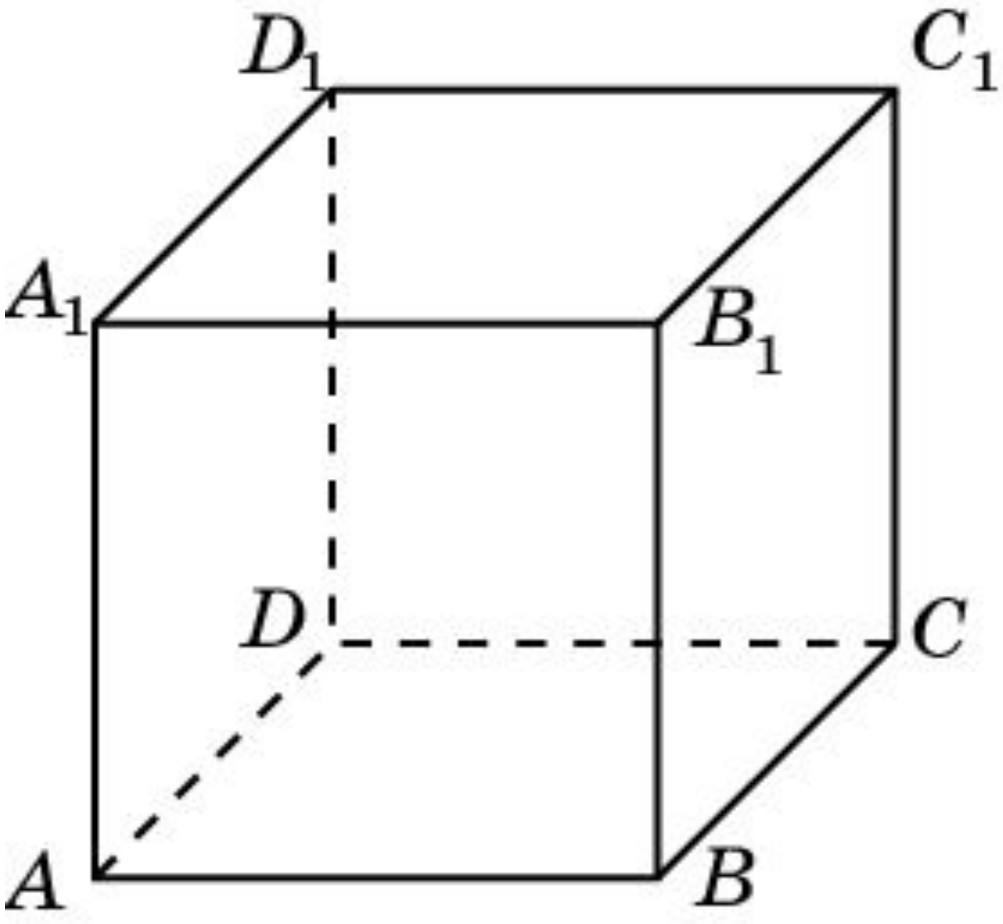
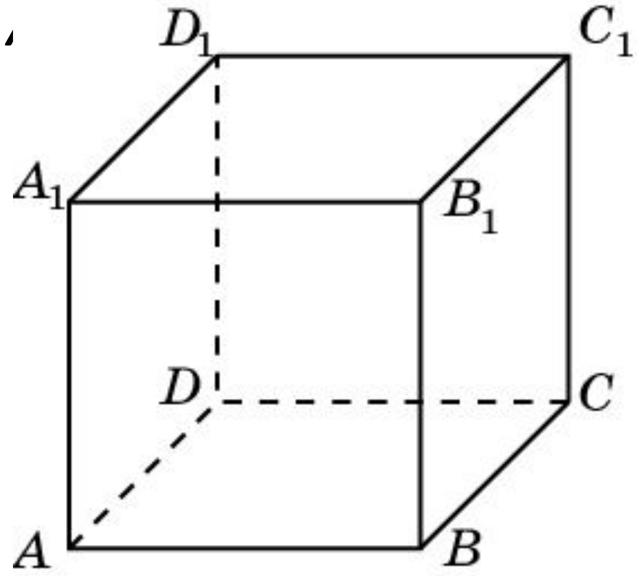
Упражнение 1



Упражнение 2

В кубе $A\ldots D_1$ укажите плоскости, проходящие через вершины куба, параллельные прямой: а) AA_1; б) AB_1; в)



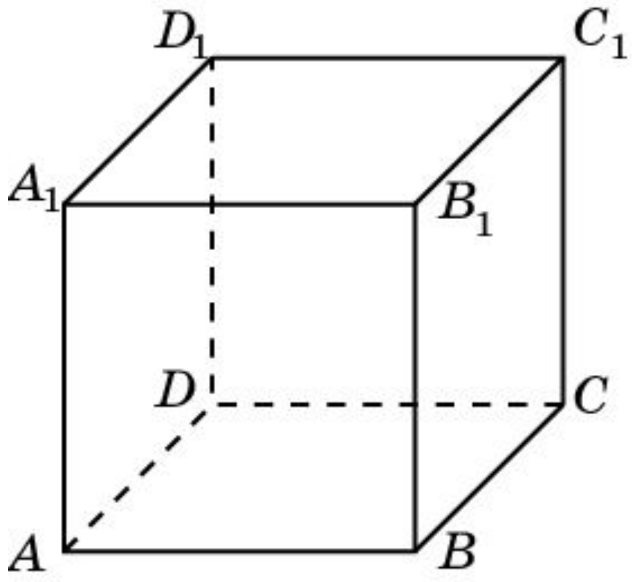
Ответ: а) BCC_1, CDD_1, BDD_1;

б) CDD_1, DA_1C_1, BDC_1;

в) нет.

Упражнение 3

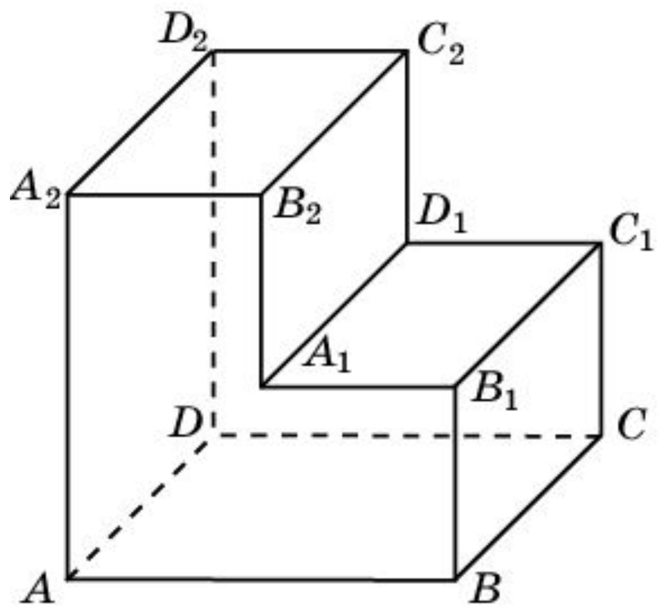
Докажите, что для куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ прямая AA_1 параллельна плоскости BCC_1.



Доказательство: Прямая AA_1 параллельна прямой BB_1, лежащей в плоскости BCC_1. Следовательно, прямая AA_1 параллельна плоскости BCC_1.

Упражнение 4

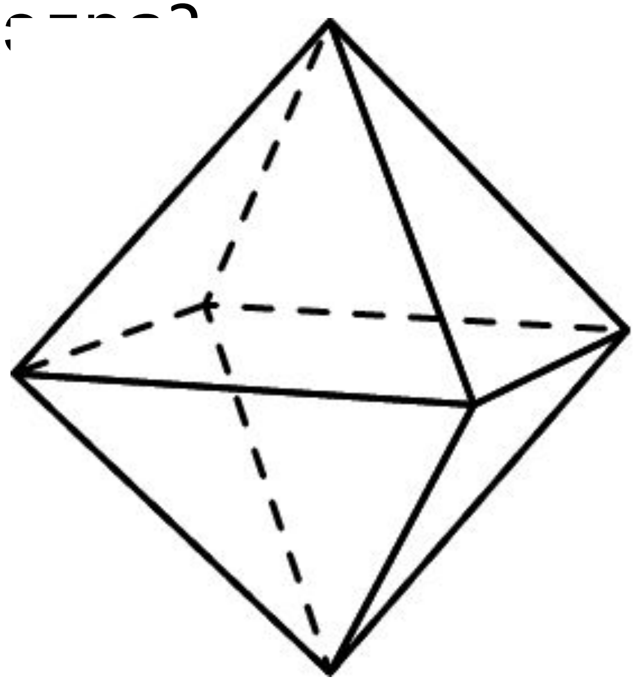
Назовите прямые, содержащие многогранника, изображенного на рисунке, все плоские углы которого прямые, параллельные плоскости ABC.



Ответ. B_1C_1, A_1D_1, B_2C_2, A_2D_2, A_1B_1; C_1D_1; A_2B_2; C_2D_2.

Упражнение 5*

Сколько имеется пар параллельных прямых и плоскостей, содержащих ребра октаэдра?



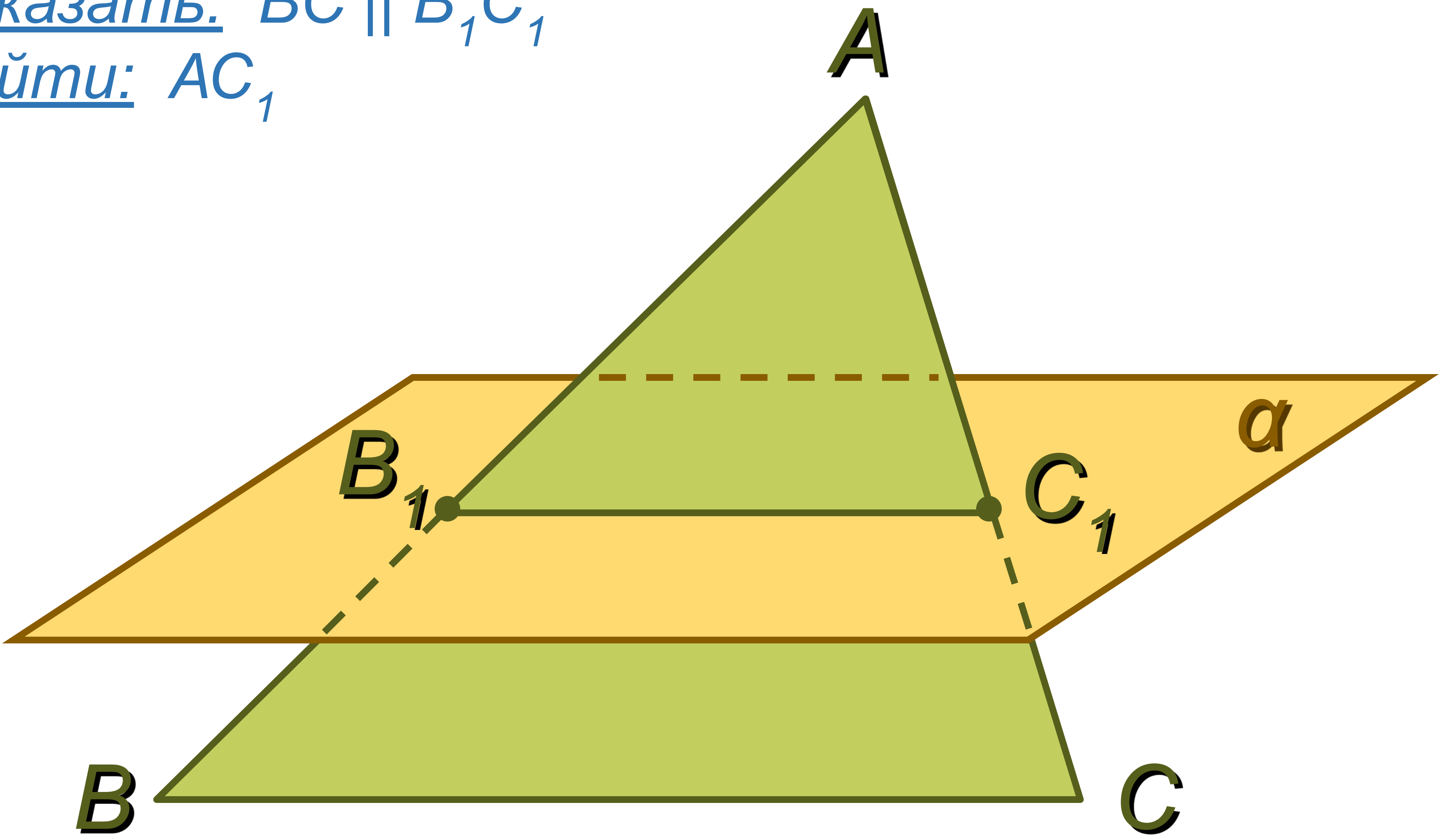
Решение: Для каждого ребра имеется две грани, ей параллельные. У октаэдра 12 ребер. Следовательно, искомое число пар параллельных прямых и плоскостей равно 24.

Решите задачу

Дано: $AB \cap \alpha = B_1$; $AC \cap \alpha = C_1$; $BC \parallel \alpha$;
$AB : BB_1 = 8 : 3$; $AC = 16$ см

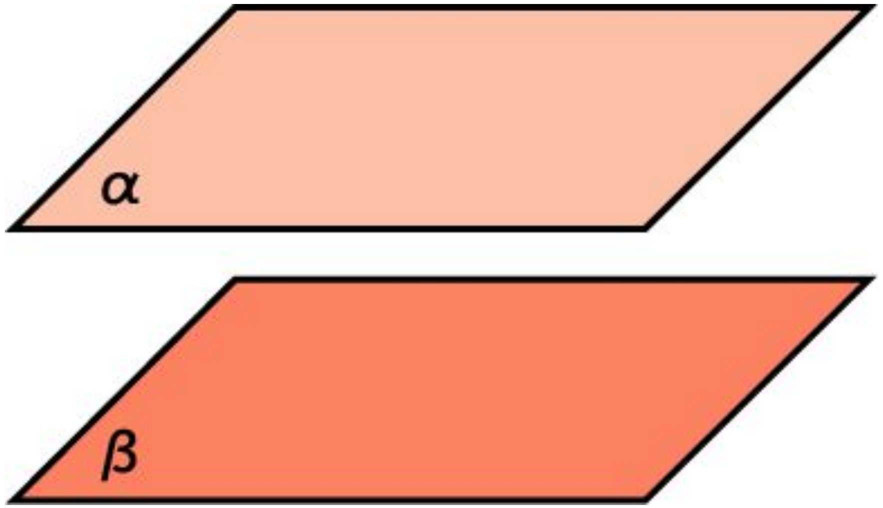
Доказать: $BC \parallel B_1C_1$

Найти: AC_1



ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПЛОСКОСТЕЙ В ПРОСТРАНСТВЕ

Определение. Две плоскости в пространстве называются параллельными, если они не имеют общих точек.

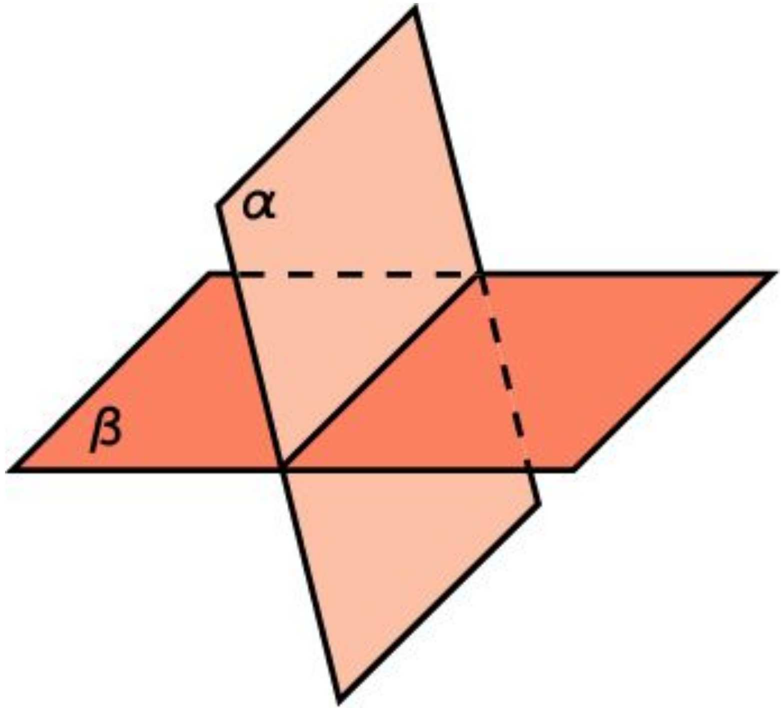


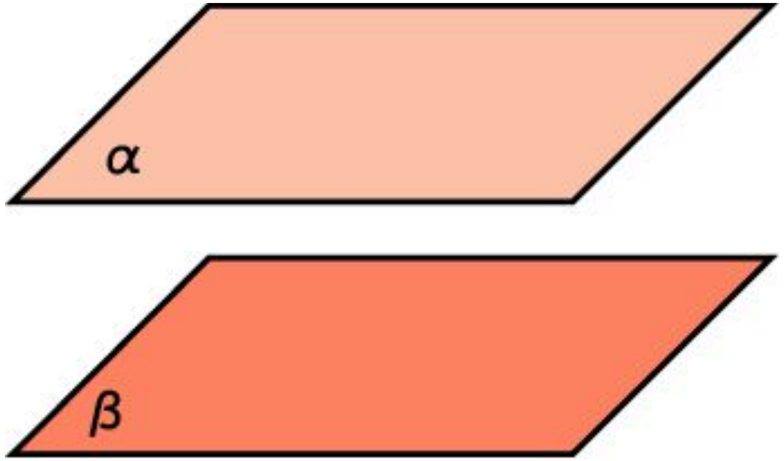
Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве

Две плоскости

Имеют общие точки
(пересекаются по прямой)

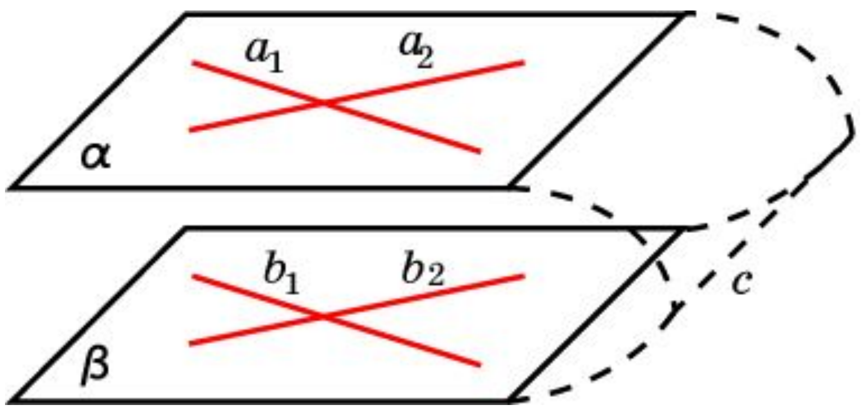
Не имеют общих точек
(параллельны)





Признак параллельности двух плоскостей

Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны.

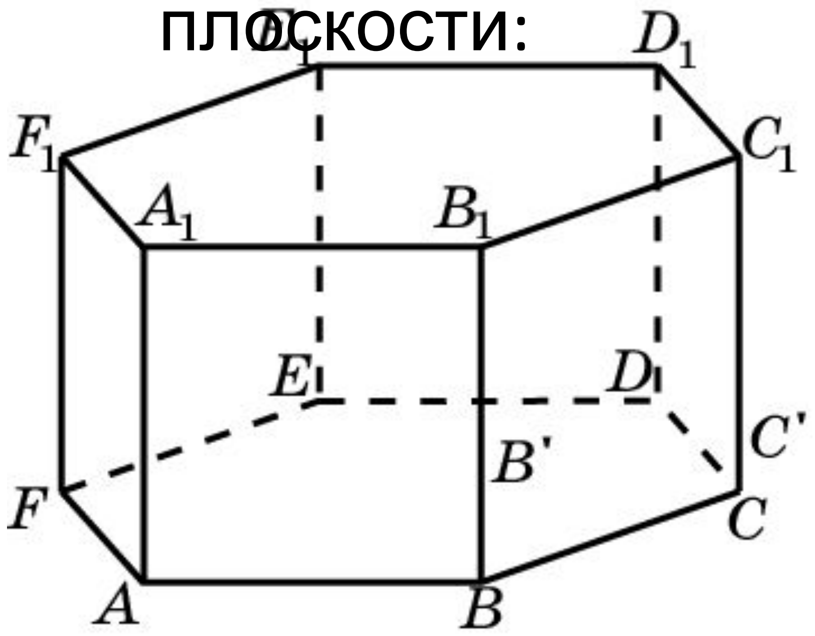


Доказательство. Пусть две пересекающиеся прямые a_1, a_2 плоскости α соответственно параллельны двум прямым b_1, b_2 плоскости β. Докажем, что плоскости α и β параллельны.

Предположим противное, т.е., что плоскости α и β пересекаются, и пусть c - линия их пересечения. По признаку параллельности прямой и плоскости, прямая a_1 параллельна плоскости β, а по свойству параллельности прямой и плоскости, она параллельна прямой c. Аналогично, прямая a_2 также параллельна прямой c. Таким образом, в плоскости α мы имеем две пересекающиеся прямые, параллельные одной прямой, что невозможно. Следовательно, плоскости α и β параллельны.

Упражнение 6

Являются ли параллельными плоскости:



а) ABB_1 и CDD_1;

б) ABB_1 и DEE_1;

в) ABB_1 и CEE_1;

г) ABB_1 и CFF_1;

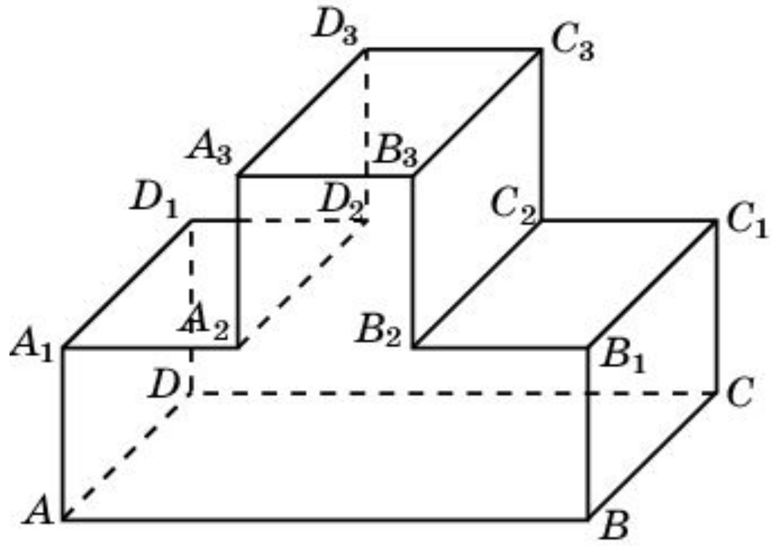
д) ABB_1 и CFE_1,

проходящие через вершины правильной шестиугольной призмы $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$?

Ответ: а) Нет; б) да; в) нет; г) да; д) нет.

Упражнение 7

Для многогранника, изображенного на рисунке, все плоские углы которого прямые, докажите, что плоскости ABC и $A_3B_3C_3$ параллельны.



Доказательство: Прямые AB и BC, лежащие в плоскости ABC, соответственно параллельны прямым A_3B_3 и B_3C_3, лежащим в плоскости $A_3B_3C_3$. Следовательно, плоскости ABC и $A_3B_3C_3$ параллельны.