Показательное

уравнение –
это уравнение,

неравенство –
это неравенство,

содержащее переменную
в показателе степени

Уравнения

1. $$a^{f(x)} = a^{g(x)}, \ a > 0, a \neq 1,$$

равносильно уравнению <u>*f(x) = g(x)*</u>

(уравнивание показателей

Обоснование:

1) *Если степени с равными основаниями, отличными от единицы и большими нуля, равны, то показатели равны;*

2) *функция монотонна на R, поэтому каждое свое значение она принимает при единственном значении аргумента.*

2. $$a^{f(x)} = b, \quad a > 0, a \neq 1, b > 0$$

Неравенства

$$a^{f(x)} > a^{g(x)}, a > 0, a \neq 1,$$

1) Равносильно неравенству ***f(x) > g(x), a>1***

2) Равносильно неравенству ***f(x) < g(x), 0<a<1.***

(сравнение показателей)

Обоснование:

а) Показательная функция монотонно возрастает (убывает) на R, поэтому большему (меньшему) значению функции соответствует большее значение аргумента.

б) Если a>1, то из неравенства $a^u > a^v \Rightarrow u > v$

если 0<a<1, то из неравенства $a^u > a^v \Rightarrow u < v.$

Решите двойные неравенства:

$$1 < 5^x < 125$$

Решение. $1 < 5^x < 125$

$$5^0 < 5^x < 5^3$$

т.к. показательная функция с основанием *a* =5, *a*>1 возрастает на R, то большему значению функции соответствует большее значение аргумента, имеем

$$0 < x < 3$$

Ответ: (0;3)

$$3 < \left(\frac{1}{3}\right)^x \leq 27$$

Решение. $3 < \left(\frac{1}{3}\right)^x \leq 27$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} < \left(\frac{1}{3}\right)^x \leq \left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$$

т.к. основание степени *a* = 1/3, 0<*a*<1, то из неравенства

$$a^u < a^t < a^v \Rightarrow \text{неравенство}$$

$v < t < u$ **Имеем**

$$-1 > x \geq -3$$

$$-3 \leq x < -1$$

$$\text{Ответ}: [-3;-1)$$

Функционально-графический метод решения неравенства $f(x) < g(x)$

1. Подбором найдем корень уравнения $f(x)=g(x)$, используя свойства монотонных функций;

:

2. Построим схематически графики обеих функций, проходящие через точку с найденной абсциссой;

3. Выберем решение неравенства, соответствующее знаку неравенства;

4. Запишем ответ.

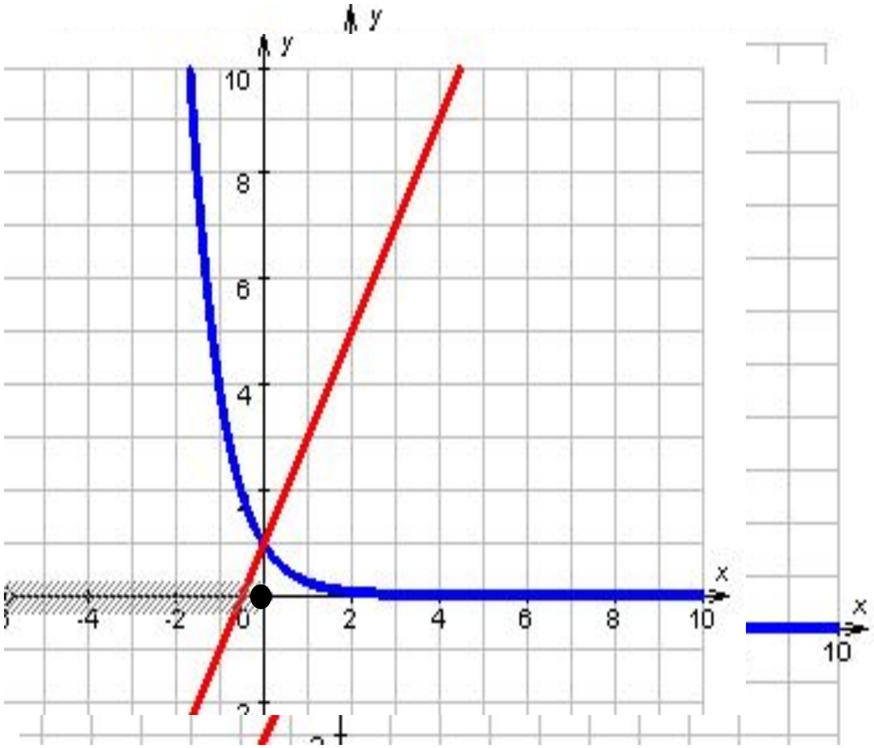
Решить неравенства, используя функционально-графический метод

1) $\left(\frac{1}{4}\right)^x \geq 2x+1$ 2) $2^x \leq 3-\sqrt{x}$

1) Решение.

1. $f(x)=\left(\frac{1}{4}\right)^x$ убывает на R
2. $g(x)=2x+1$ возрастает на R
3. Уравнение ***f(x)=g(x)*** *имеет* не более одного корня
4. Подбором x=0
5. Строим схематически графики через точку (0, 1)
6. Неравенство выполняется при $x \leq 0$

7. $\underline{Ответ}:\ (-\infty;0]$



Решить неравенства, используя функционально-графический метод

1) $(\frac{1}{4})^x \geq 2x+1$ 2) $2^x \leq 3-\sqrt{x}$

2) Решение.

1. $f(x)=2^x$ **возраст. на R**

2. $g(x)=3-\sqrt{x}$ **убывает на** $[0;+\infty)$

3. Уравнение *f(x)=g(x)* *имеет* не более одного корня

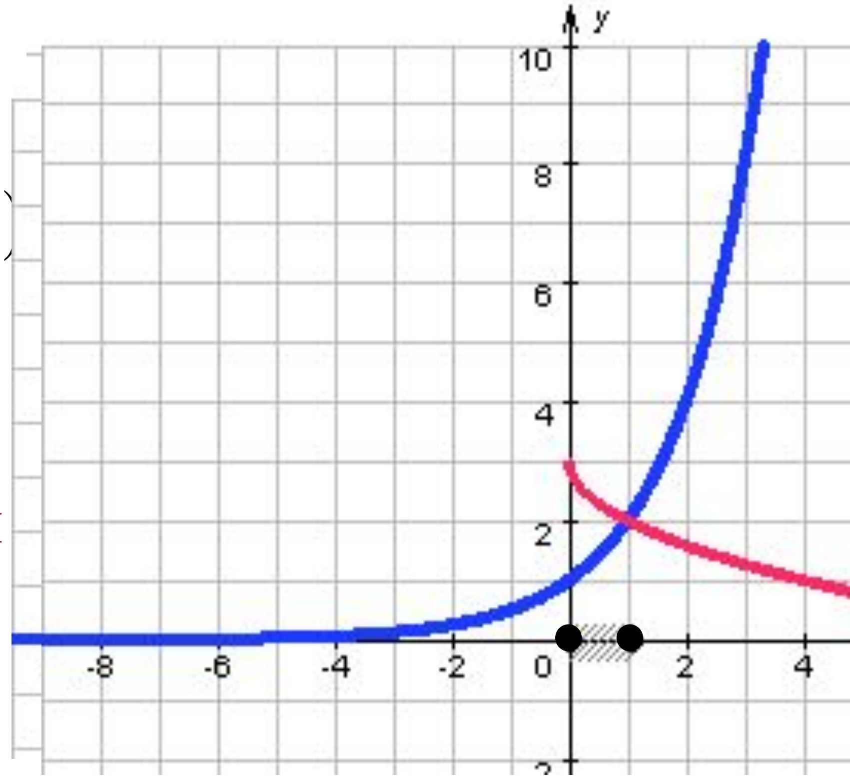
4. Подбором x=1

5. Строим схематически графики через точку (1, 2)

6. Неравенство выполняется при

$$0 \leq x \leq 1$$

7. $\underline{Ответ}:[0;1]$



- Каков общий вид простейших показательных неравенств?

- Метод решения?

$$a^{f(x)} > a^{g(x)}, a > 0, a \neq 1,$$

1) Равносильно неравенству ***f(x) > g(x), a>1***

2) Равносильно неравенству ***f(x) < g(x), 0<a<1.***

(сравнение показателей)

Обоснование: ***а) Показательная функция монотонно возрастает (убывает) на R, поэтому большему (меньшему) значению функции соответствует большее значение аргумента.***

б) Если a>1, то из неравенства $a^u > a^v \Rightarrow u > v$

если 0<a<1, то из неравенства $a^u > a^v \Rightarrow u < v.$