

# СТАТИКА

# УСЛОВИЯ

# РАВНОВЕСИЯ

Лектор:

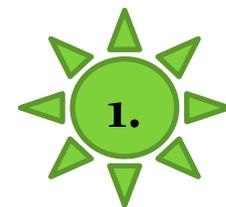
доцент Бердюгина Ольга  
Владимировна

**2020 ГОД**

# ПЛАН ЛЕКЦИИ

- ❖ 1. Понятия, которые будут встречаться в лекции
- ❖ 2. Законы механики
- ❖ 3. Связи и реакции связей
- ❖ 4. Сходящаяся система сил
- ❖ 5. План (алгоритм) решения задач статики
- ❖ 6. Примеры
- ❖ 7. Вопросы для самоконтроля





## Понятия, которые будут встречаться в лекции

**Сила** — это векторная величина, характеризующая взаимодействие между телами. Действие силы характеризуется тремя факторами:

*точкой приложения,*

*направлением,*

*величиной (численным значением) (рис. 1.1).*

За единицу силы принимается 1 Н:

$$1 \text{ кН} = 10^3 \text{ Н.}$$

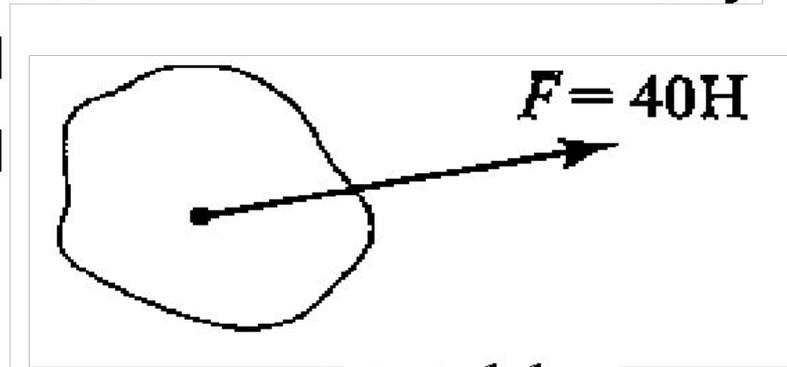


рис. 1.1

Обозначение различных типов сил:

$\vec{F}$  - сила;

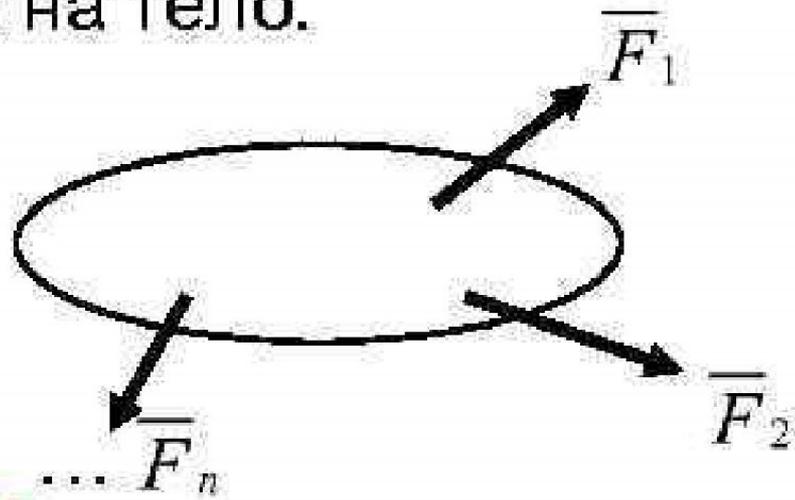
$F_x, F_y$  - проекция силы на ось  $x$  и  $y$   
соответственно;

$\vec{R}$  — равнодействующая сила.

**Система сил** — это совокупность всех сил, действующих на тело в данный момент времени.

---

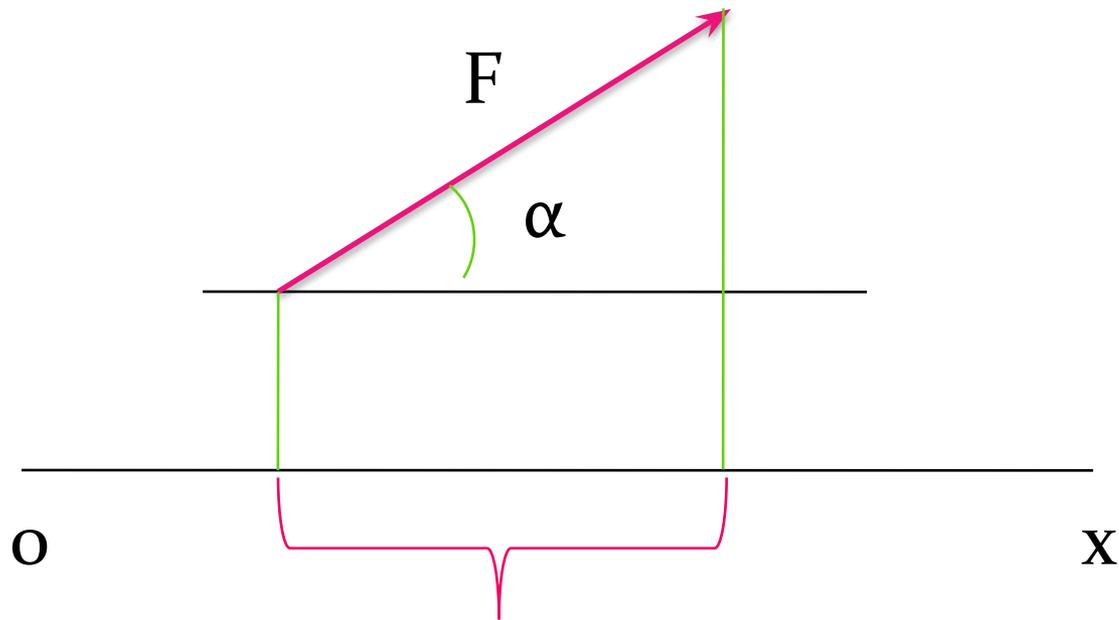
**Система сил** – совокупность сил, действующих на тело.



$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$$



# ПРОЕКЦИЯ СИЛЫ НА ОСЬ

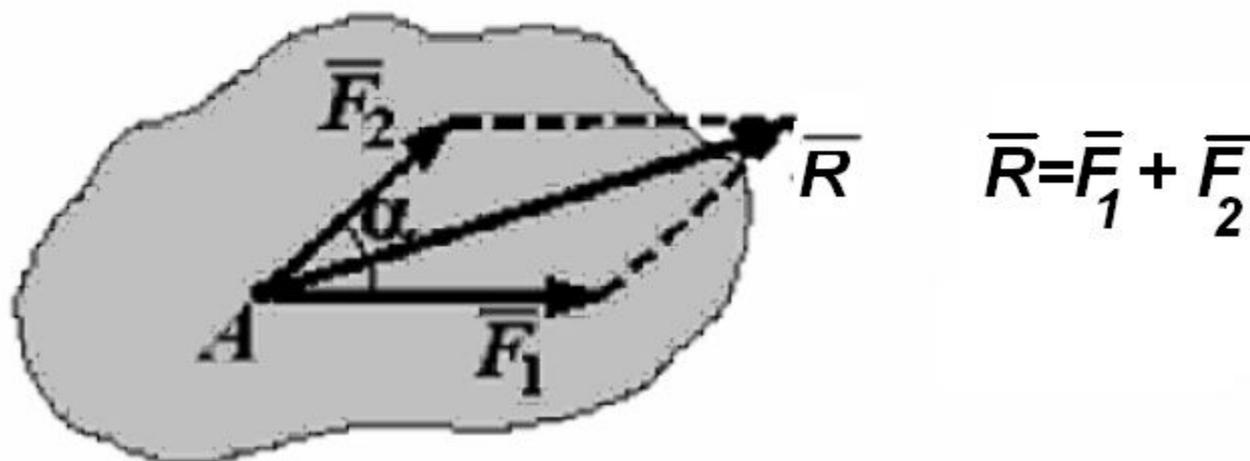


$$F_x = F \cos \alpha$$

*Величина проекции силы на ось равна произведению модуля силы на косинус угла между вектором силы и положительным направлением оси.*

### Аксиома 3 (закон параллелограмма).

Равнодействующая двух сил, приложенных к одной точке тела под углом друг к другу, выражается по величине и по направлению диагональю параллелограмма, построенного на заданных силах.



**Равнодействующей** называется сила, которая оказывает такое же действие на тело, как и несколько сил, вместе взятых. Равнодействующая равна геометрической сумме сил, действующих на тело:

$$\bar{R} = \sum_{i=1}^n \bar{F}_i,$$

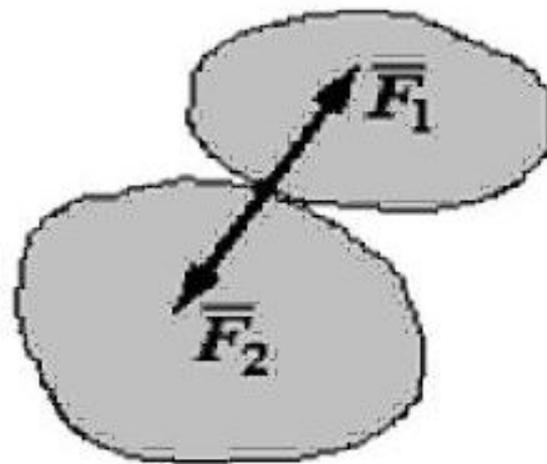
где  $i = 1, 2, \dots, n$  – порядковый номер силы.



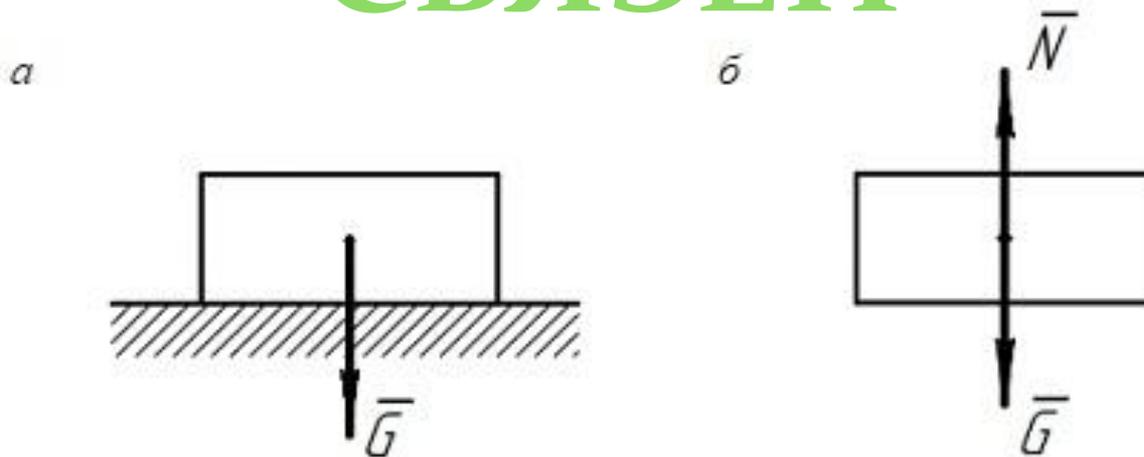
**Аксиома 4** (о действии и противодействии).

Два тела действуют друг на друга с силами, равными по величине и направленными по одной прямой в противоположные стороны,

Заметим, что эти силы приложены к разным телам.



# СВЯЗИ И РЕАКЦИИ СВЯЗЕЙ



**Свободное тело (б)** — это тело, движению которого ничто не препятствует.

**Несвободное тело (а)** — это тело, движению которого препятствуют другие тела.



# Принцип освобождения от связей

Для того чтобы несвободное тело сделать свободным необходимо:

1. Отбросить связь.
2. Заменить её действие силой реакции.
3. Изучать равновесие точки под действием активных сил и силы реакции.

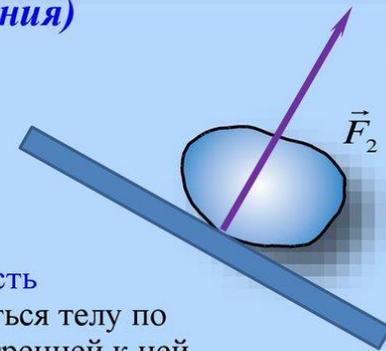
### 1.3. Связи и их реакции

**Связь** — это тело, которое препятствует движению других тел.

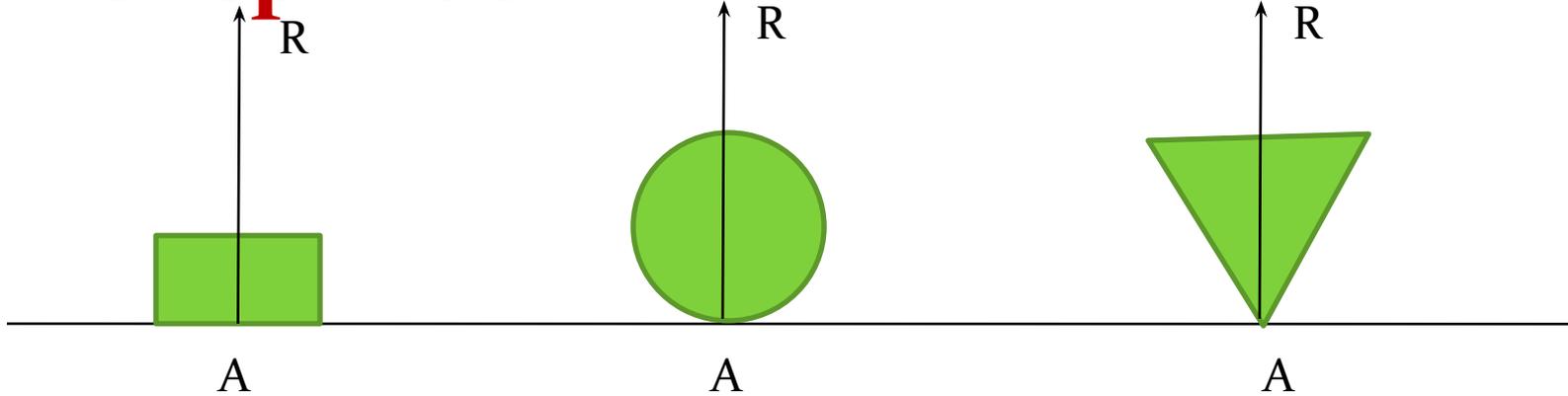
**Реакция связи** - сила, с которой связь действует на тело, препятствуя его движению.

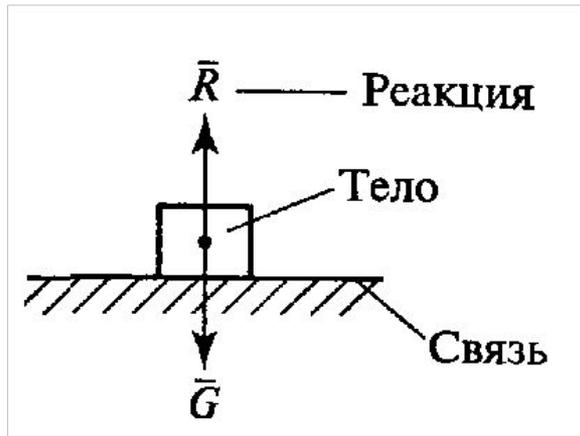
# Виды связей: Идеально гладкая поверхность

(поверхность без трения)



Гладкая поверхность не дает перемещаться телу по направлению внутренней к ней нормали. Следовательно реакция связи направлена по внешней нормали к гладкой поверхности.

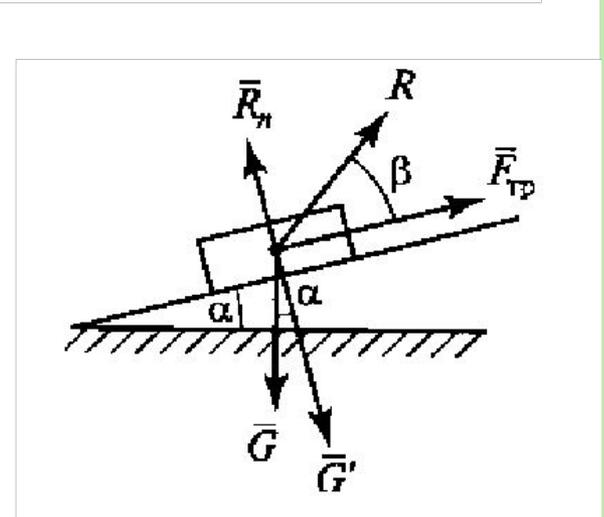




**Основные типы связи:**  
 1) *в виде гладкой поверхности.* Реакция связи направлена перпендикулярно поверхности

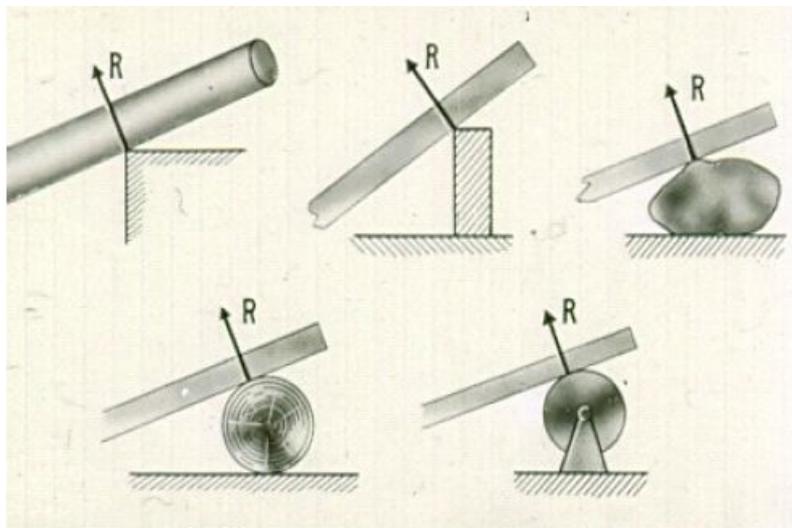
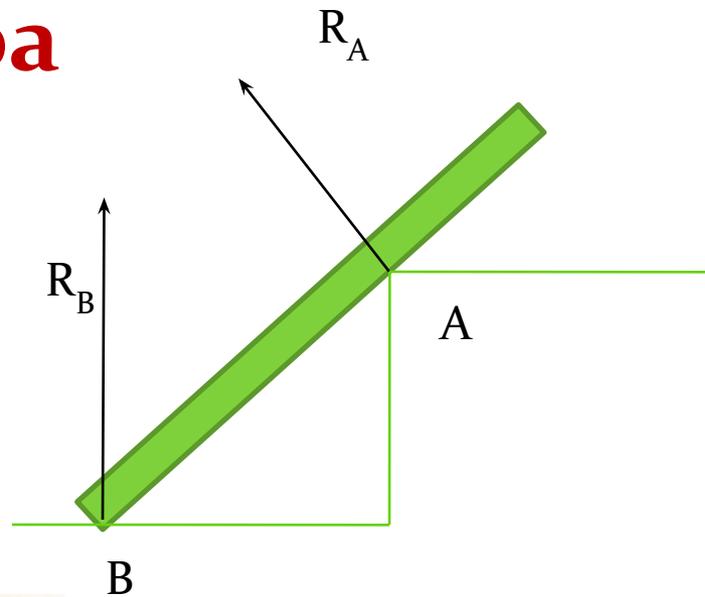
СВЯЗИ

2) *в виде шероховатой поверхности.* Изображается наклонной плоскостью. Реакция связи  $\bar{R}$  направлена под углом  $\beta$



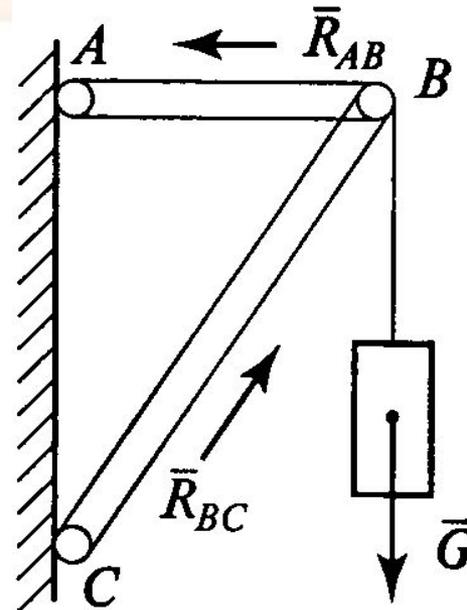
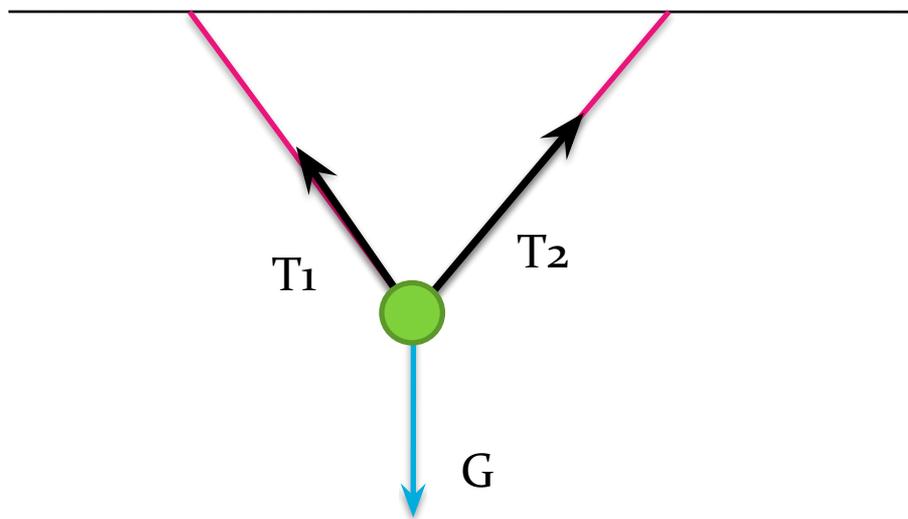
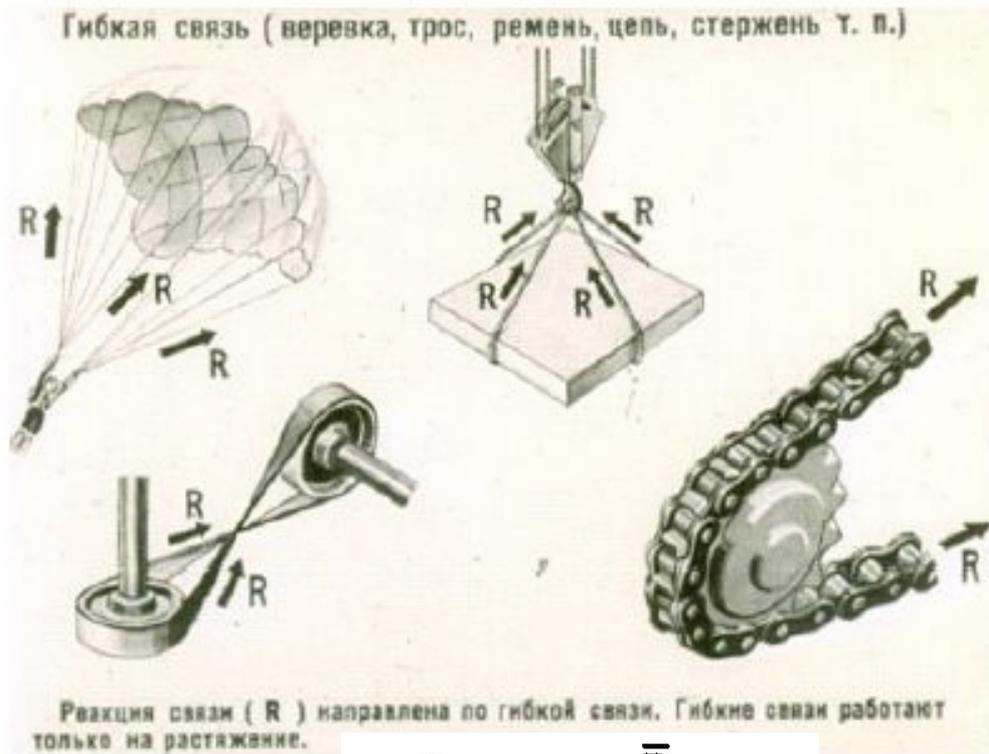
# Виды связей:

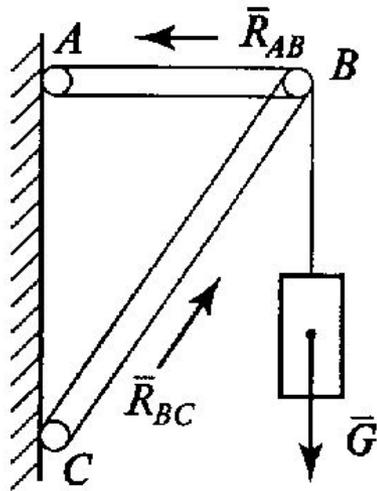
## Точечная опора



# Виды связей:

- Идеальная (нерастяжимая, гибкая) нить
- Идеальный (несгибаемый) стержень



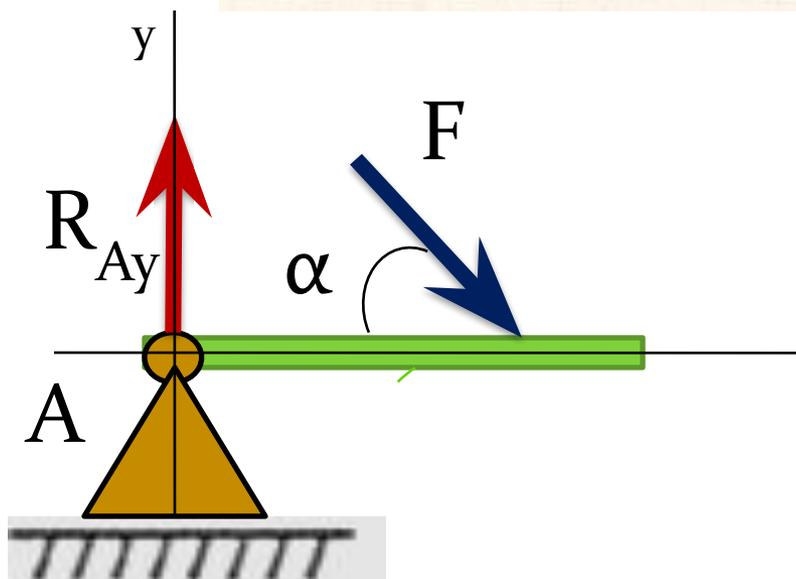
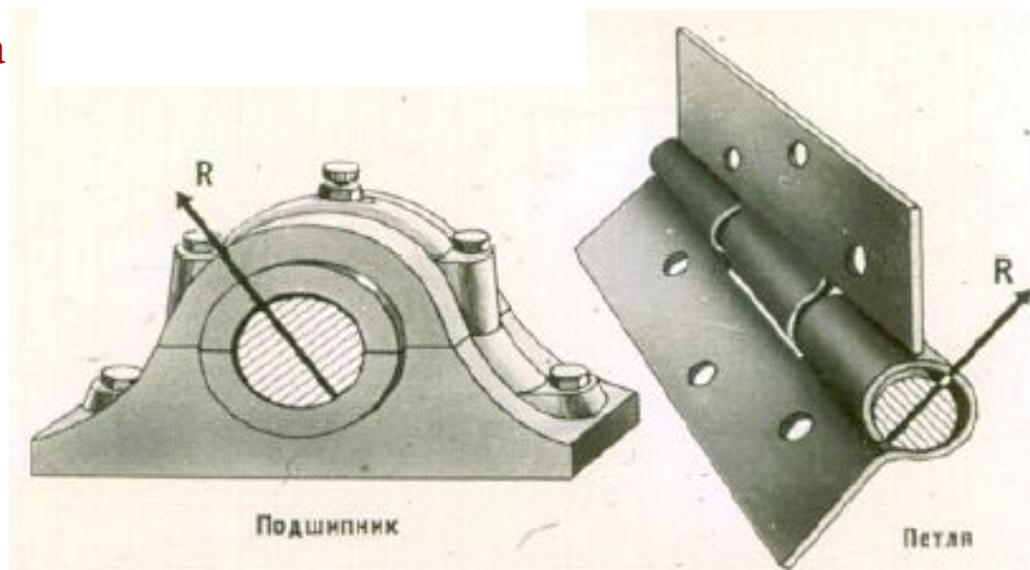
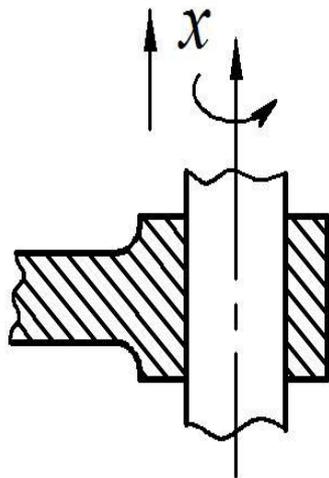


3) в виде прямого жесткого стержня с шарнирным закреплением концов. Реакция стержня направлена вдоль его оси;

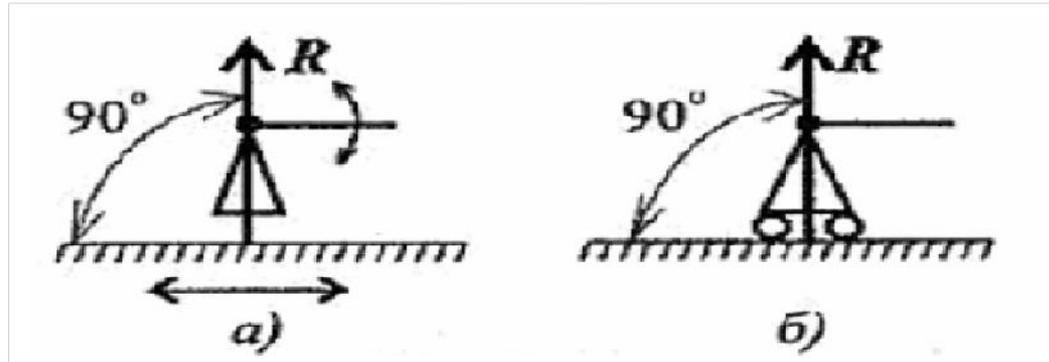
# ШАРНИРНАЯ ОПОРА

## Шарнирно-подвижная опора

Цилиндрический шарнир



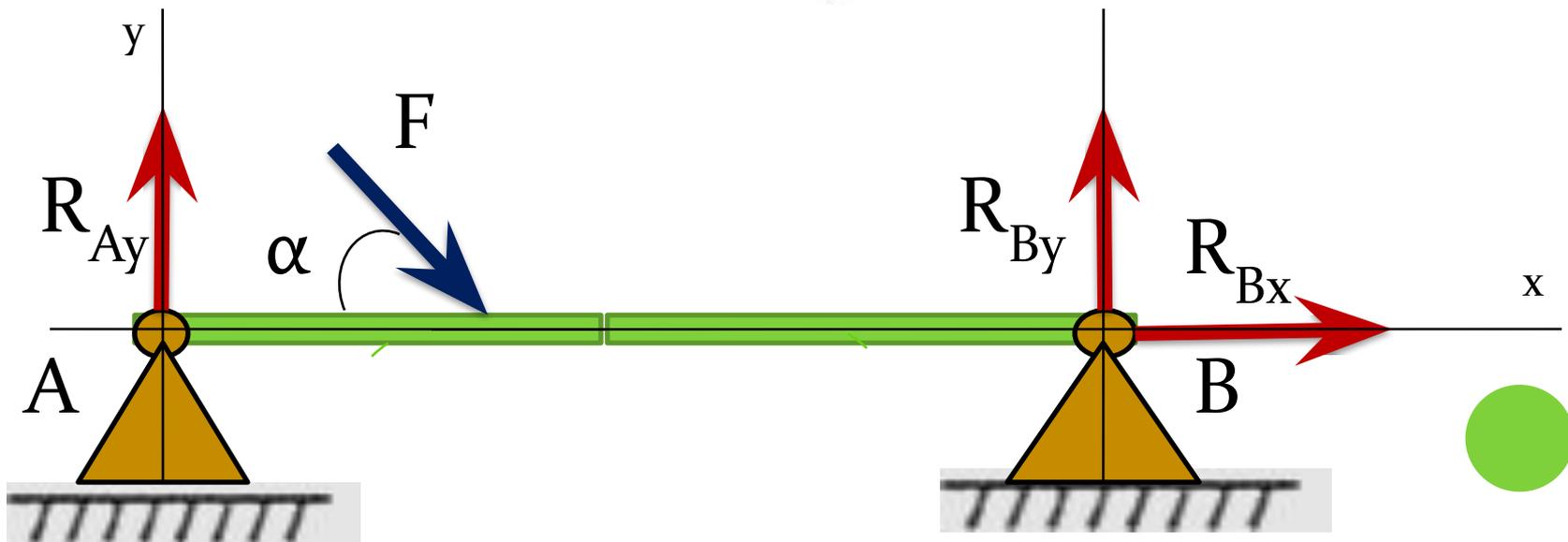
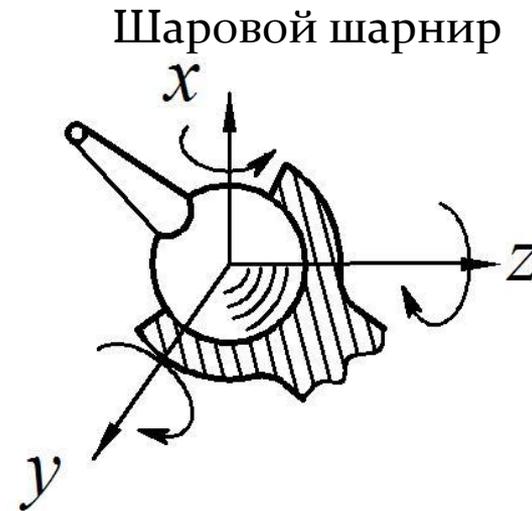
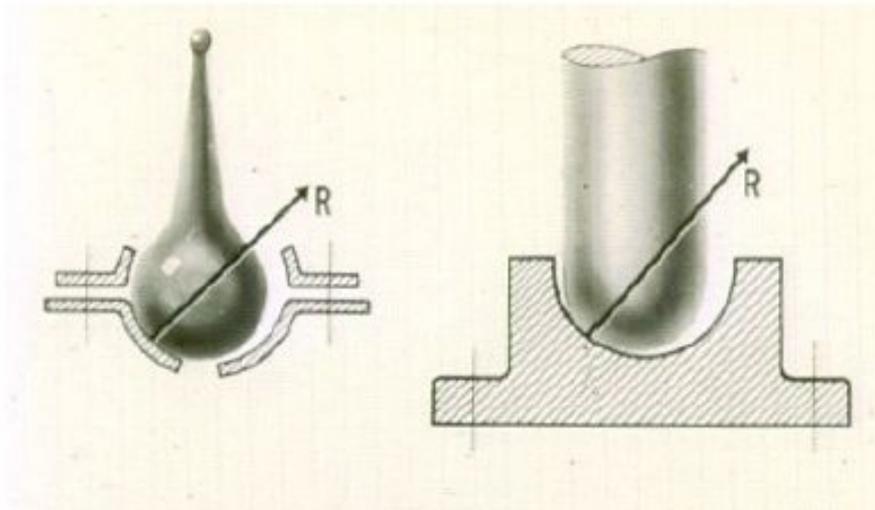
## 7) подвижный шарнир.



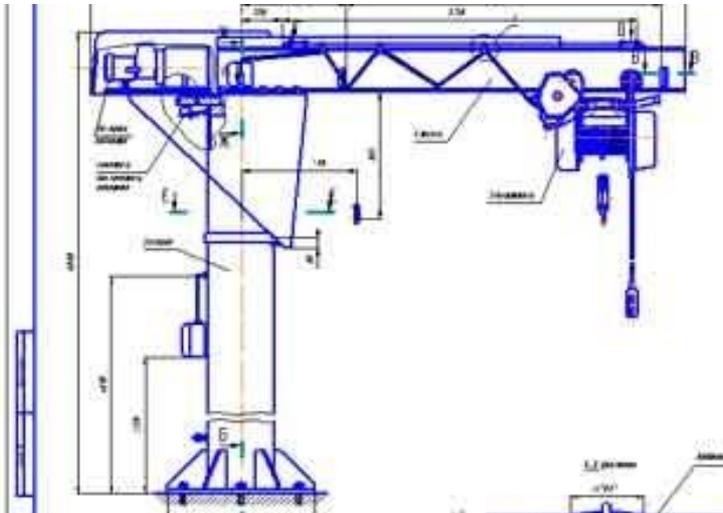
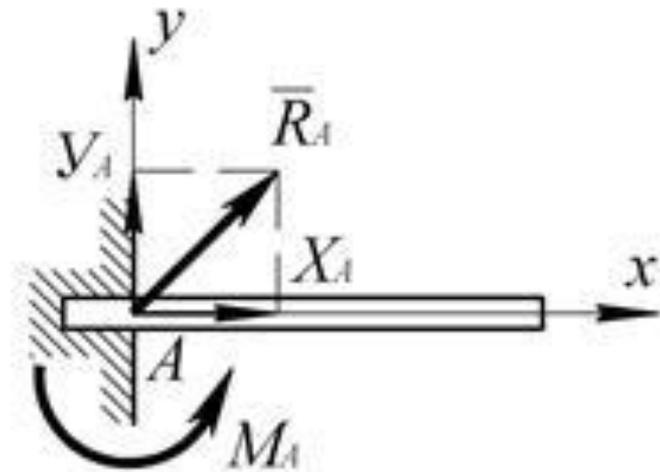
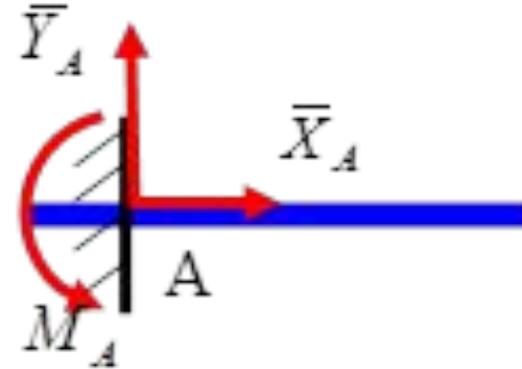
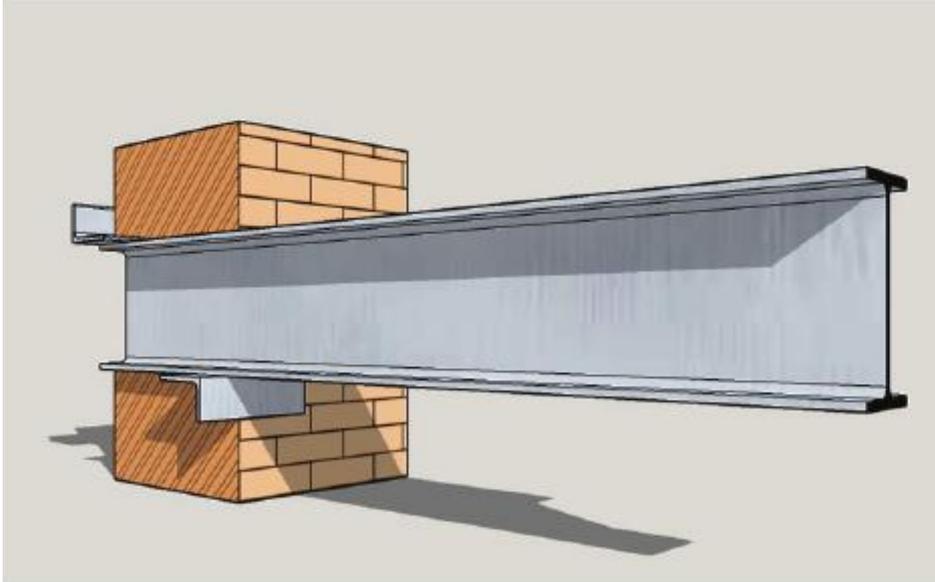
Стержень, закрепленный на шарнире может поворачиваться вокруг оси, а точка крепления перемещаться вдоль направляющей (площадки)

# ШАРНИРНАЯ ОПОРА

## Шарнирно-неподвижная опора

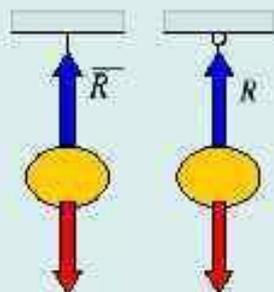


# ЗАЦЕМЛЕНИЕ (ЖЕСТКАЯ ЗАДЕЛКА)



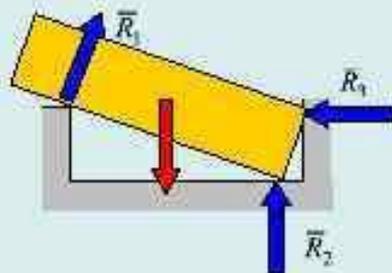
# Виды связей и их реакции

## 1. Нить, шарнирный стержень:



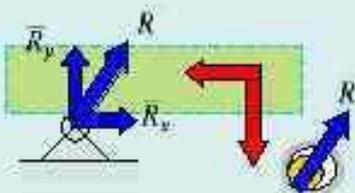
Реакция нити (стержня) направлена по нити

## 2. Абсолютно гладкая поверхность:



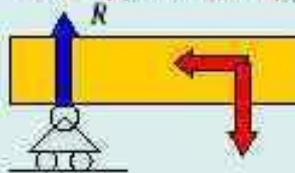
Реакция гладкой поверхности направлена перпендикулярно общей касательной плоскости, проведенной к соприкасающимся поверхностям тела и связи.

## 3. Неподвижный цилиндрический шарнир:



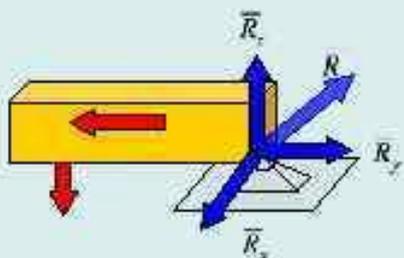
Реакция неподвижного шарнира проходит через центр шарнира перпендикулярно оси шарнира и имеет произвольное направление.

## 4. Подвижный цилиндрический шарнир:



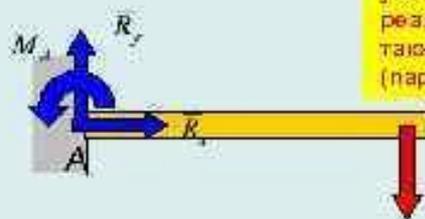
Реакция подвижного шарнира проходит через центр шарнира перпендикулярно оси шарнира и плоскости опирания.

## 5. Неподвижный сферический шарнир:



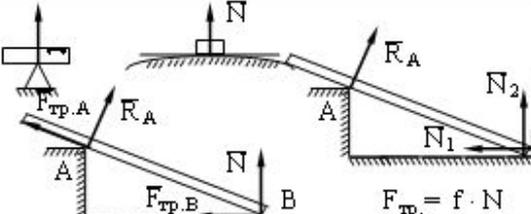
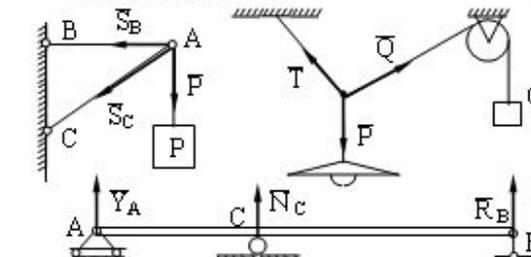
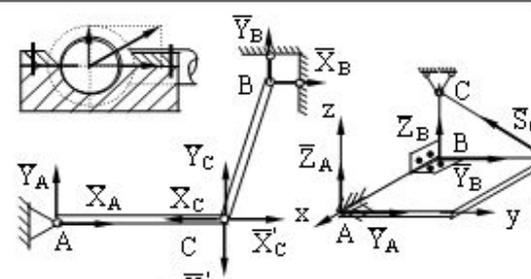
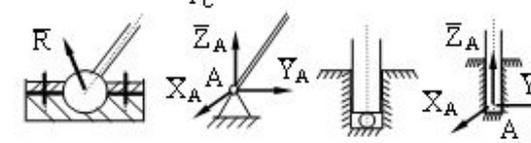
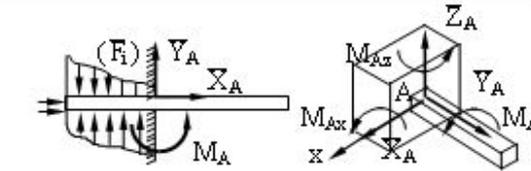
Реакция неподвижного сферического шарнира проходит через центр шарнира и имеет произвольное направление в пространстве.

## 6. Жесткая плоская заделка:



В жесткой плоской заделке возникает три реактивных усилия: две составляющие реактивные силы  $R_x$  и  $R_y$ , а также реактивный момент (пара сил)  $M_A$ .

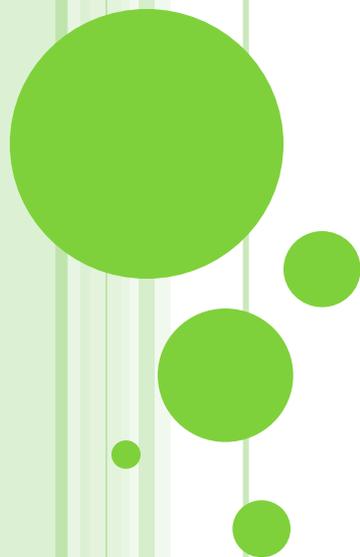
**В MOODL**  
**имеется**  
**учебно-**  
**методическое**  
**пособие**  
**1.«24.03.20\_AI\_**  
**Лекция №1**  
**Аксиомы**  
**статики»**  
**2.«Методическое**  
**руководство к**  
**самостоятельной**  
**работе студентов**  
**по решению**  
**задач по разделу**  
**СТАТИКА»**  
**Приведены**  
**правила**  
**указания**  
**реакций связи**  
**текстом**

4с	ТИПЫ СВЯЗЕЙ И ИХ РЕАКЦИИ	
НАИМЕНОВАНИЕ СВЯЗИ	УСЛОВНЫЕ ИЗОБРАЖЕНИЯ СВЯЗЕЙ И РЕАКЦИИ СВЯЗЕЙ	
1. ГЛАДКАЯ ПОВЕРХНОСТЬ (ОСТРИЕ, УСТУП) 2. НЕГЛАДКАЯ ШЕРОХОВАТАЯ ПОВЕРХНОСТЬ		
3. НЕВЕСОМЫЙ СТЕРЖЕНЬ 4. ГИБКАЯ НИТЬ (трос, цепь, канат ...) 5. ШАРНИРНО-ПОДВИЖНАЯ ОПОРА		
6. ШАРНИРНО-НЕПОДВИЖНАЯ ОПОРА (цилиндрический шарнир) В ЗАДАЧАХ НА ПСС и ППСС		
7. ШАРОВОЙ (СФЕРИЧЕСКИЙ) ШАРНИР 8. ПОДПЯТНИК		
9. ЗАЩЕМЛЯЮЩАЯ ОПОРА (ЖЕСТКАЯ ЗАДЕЛКА) В ПЛОСКОСТИ И В ПРОСТРАНСТВЕ		

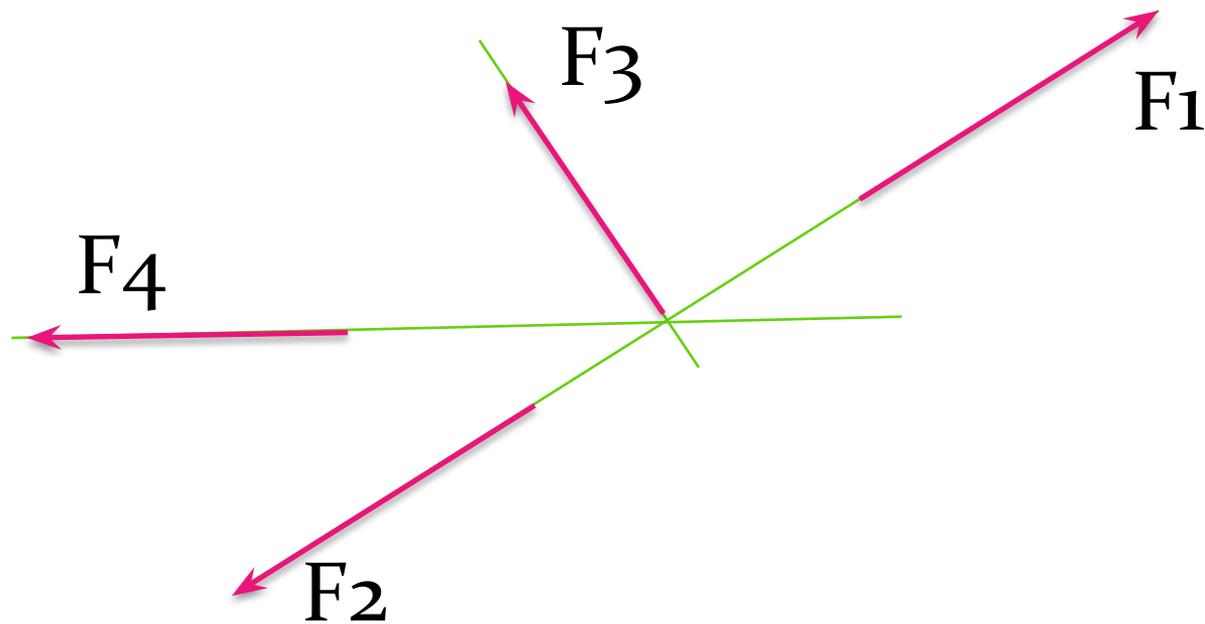




# ПЛОСКАЯ СИСТЕМА СХОДЯЩИХСЯ СИЛ



**Плоская система сходящихся сил (ПССС)** - система сил, линии действия которых пересекаются в одной точке.



## Условия равновесия плоской системы сходящихся сил в аналитической форме.

Исходя из того, что равнодействующая равна нулю, получим

$$\begin{array}{l} R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \\ R = 0 \end{array} \quad \longrightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} R_x = \sum_{k=1}^n F_{kx} = 0 \\ R_y = \sum_{k=1}^n F_{ky} = 0 \end{array} \right. \quad \text{т.е. :}$$

*Плоская система сходящихся сил находится в равновесии, если алгебраическая сумма проекции всех сил системы на любую ось равна нулю:*

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{k=1}^n F_{kx} = 0 \\ \sum_{k=1}^n F_{ky} = 0 \end{array} \right.$$

**Примечание:**

Для плоской системы сходящихся сил характерны **2 уравнения равновесия.**

## ПЛАН (АЛГОРИТМ) РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ СТАТИКИ:



- 1. Назвать (выделить) объект: тело, узел, равновесие которого надо.
- 2. Указать на рисунке силы, действующие на этот объект:
  - а) активные силы;
  - б) назвать каждую связь и пояснить направление реакций связи или их составляющих сил (мысленно освобождая объект от связи на основании аксиомы освобождения от связей);
- 3. Назвать вид полученной системы сил, учитывая расположение линий действия сил.



- 4. Сформулировать условия равновесия полученной системы сил в алгебраической (координатной) форме.
- 5. Провести на рисунке координатные оси (если заранее не потребовалось это сделать).
- 6. Составить уравнения равновесия.
- 7. Решить систему уравнений с пояснением.
- 8. Записать ответ.



# Принцип освобождения от связей

Для того чтобы несвободное тело сделать свободным необходимо:

1. Отбросить связь.
2. Заменить её действие силой реакции.
3. Изучать равновесие точки под действием активных сил и силы реакции.

**Задача 1.1.** Каток  $P$  весом  $20\text{ Н}$  удерживается на гладкой наклонной плоскости тросом, который одним концом закреплён на поверхности шара, а другим – на вертикальной стене (рис. 1.7). Угол наклона троса к вертикальной стене составляет  $\beta = 120^\circ$ . Угол наклона плоскости к горизонту  $\alpha = 45^\circ$ . Определить силу давления катка на плоскость и натяжение троса.

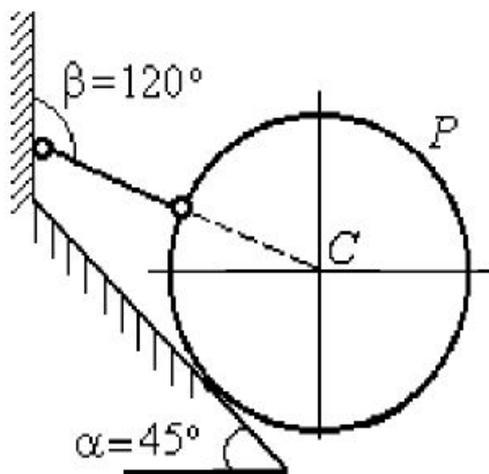


Рис. 1.7. Равновесие шара

*Решение*

Рассмотрим равновесие катка, на который действуют сила тяжести  $\vec{P}$  и реакции связей:  $\vec{N}$  – сила натяжения троса,  $\vec{R}$  – реакция гладкой плоскости. Сила натяжения троса направлена вдоль троса, реакция опоры на гладкую плоскость перпендикулярна плоскости и направлена по радиусу (рис. 1.8).

В положении равновесия линии действия сил пересекаются в центре шара. Условия равновесия плоской сходящейся системы сил:  $\sum F_{kx} = 0$ ,  $\sum F_{ky} = 0$ . Проведя оси координат, как показано на рис. 1.8, выразим условия равновесия в виде системы уравнений:

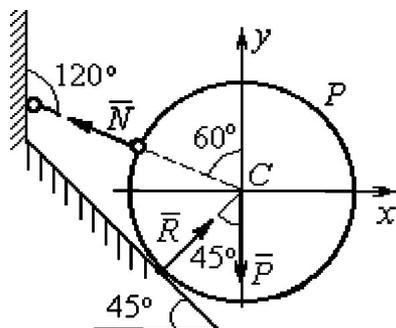


Рис.  
1.8

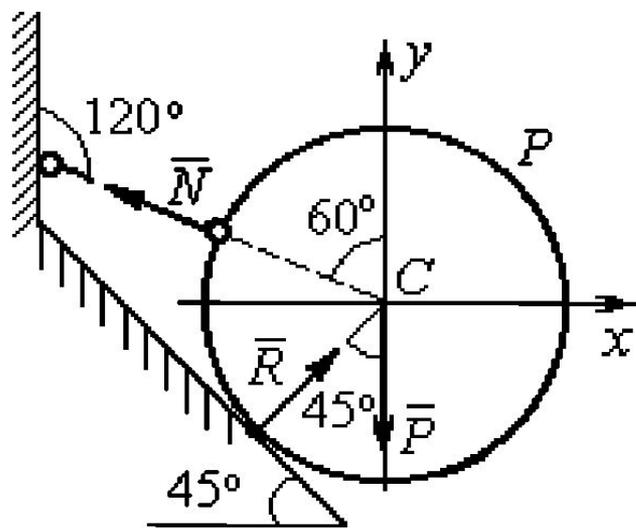


Рис. 1.8.

Силы, действующие на каток,  
при его равновесии

$$\sum F_{kx} = -N \cos 30^\circ + R \cos 45^\circ = 0,$$

$$\sum F_{ky} = N \cos 60^\circ + R \cos 45^\circ - P = 0.$$

Подставляя в уравнения исходные данные задачи, получим систему в виде:  $-N \cdot 0,866 + R \cdot 0,707 = 0$ ,  
 $N \cdot 0,5 + R \cdot 0,707 - 20 = 0$ . Отсюда найдем:  
 $N = 14,64 \text{ Н}$ ,  $R = 17,93 \text{ Н}$ .

Сила давления катка на плоскость равна реакции опоры гладкой плоскости, но направлена в противоположную сторону.

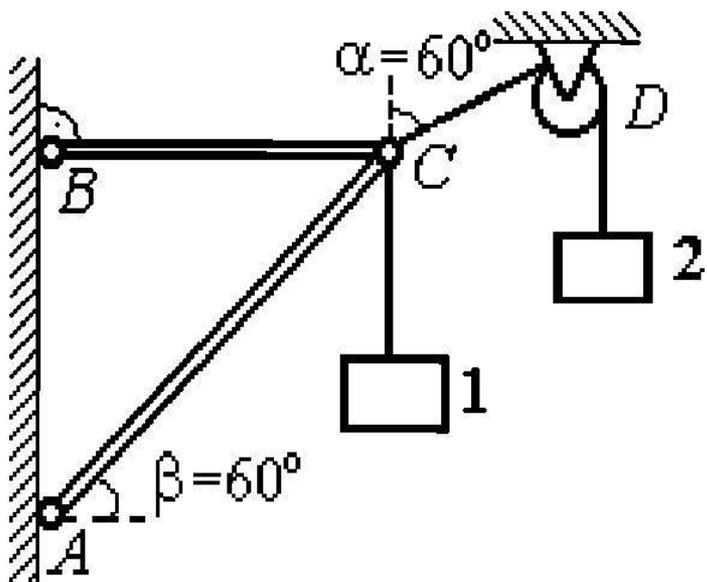


Рис. 1.9.  
Равновесие  
кронштейна

### Задача 1.2.

Кронштейн состоит из невесомых стержней AC и BC, скрепленных друг с другом и с вертикальной стеной шарнирами, как показано на рис. 1.9. Стержень BC - горизонтален, стержень AC составляет с горизонталью угол  $\beta = 60^\circ$ . К шарниру C прикреплены два троса, удерживающие грузы 1 и 2 весом  $G_1 = 10 \text{ Н}$  и  $G_2 = 12 \text{ Н}$ . Трос, удерживающий груз 1, вертикален, а другой перекинут через блок D так, что угол наклона участка троса CD к вертикали равен  $\alpha = 60^\circ$ . Определить усилия в стержнях BC и AC.

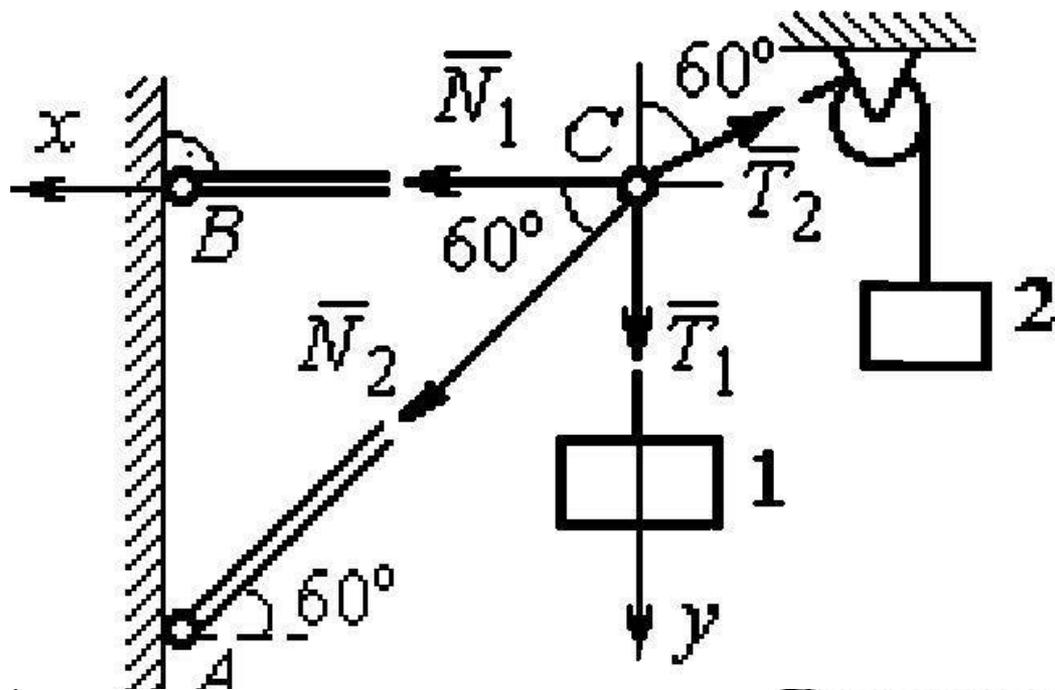


Рис. 1.10.  
Силы,  
действующие на  
узел С, при его  
равновесии

### *Решение*

Рассмотрим равновесие узла С, в котором закреплены стержни и тросы. На узел С действуют силы натяжения тросов  $\vec{T}_1$  и  $\vec{T}_2$ , и реакции стержней ВС и АС –  $\vec{N}_1$  и  $\vec{N}_2$  (рис. 1.10). Натяжение троса  $\vec{T}_1$ ,



удерживающего груз 1, численно равно весу этого груза  $T_1 = G_1$ , натяжение троса, удерживающего груз 2,  $T_2 = G_2$ . Плоская система сил сходится в точке

$C$ . Условия равновесия плоской сходящейся системы сил  $\sum F_{kx} = 0$ ,  $\sum F_{ky} = 0$ . Проведя оси координат  $xCy$ , как показано на рис. 1.10, и определяя проекции сил на оси, получим систему уравнений

$$N_1 + N_2 \cos 60^\circ - T_2 \cos 30^\circ = 0,$$

$$N_2 \cos 30^\circ + T_1 - T_2 \cos 60^\circ = 0.$$

Подставим в уравнения исходные данные задачи с учётом того, что  $T_1 = G_1$ ,  $T_2 = G_2$ , выразим систему в виде:  $N_1 + 0,5N_2 - 12 \cdot 0,866 = 0$ ,  $0,866N_2 + 10 - 12 \cdot 0,5 = 0$ . Отсюда найдём  $N_1 = 12,7$  Н,  $N_2 = -4,62$  Н. Направление усилия

$N_1$  показывает, что стержень  $BC$  растянут. Отрицательное значение  $N_2$  означает, что усилие в стержне  $AC$  направлено в противоположную сторону и стержень  $AC$  сжат.

# ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ



1. Сила, линия действия силы.
2. Проекция силы на ось. В каком случае проекция силы на ось равна нулю?
3. Проекция силы на плоскость, в каком случае эта проекция равна нулю. Отличие проекции силы на плоскость от проекции силы на ось.
4. Что называется связями, перечислите виды связей.
6. Аксиома освобождения от связей.
7. Реакция связи, ее направление и точка приложения.
8. Какая система сил называется плоской сходящейся?  
Сформулировать и записать уравнения: условия равновесия плоской сходящейся системы сил в векторной (геометрической) и аналитической (координатной) формах.

Спасибо за внимание!!

