ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ, ЙМОВІРНІСНІ ПРОЦЕСИ І МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА

- 1 ПЗ. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ
- 2 ПЗ. Тема 1. ДІЇ НАД ВИПАДКОВИМИ ПОДІЯМИ
- 2 ПЗ. Тема 2. ФОРМУЛИ ПОВНОЇ ЙМОВІРНОСТІ ТА БЕЙЄСА

ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ

СОБЫТИЕ – ЛЮБОЙ ИСХОД ОПЫТА ЛИБО ИСПЫТАНИЯ

Событие
- достоверное
- невозможное

События
- совместимые
- несовместимые

Событие
- благоприятствующее
- единственно возможное

События
- равновозможные
- противоположные

Вероятностью события A называют отношение числа m благоприятствующих этому событию результатов испытания, к общему числу n всех несовместимых, единственно возможных и равновозможных элементарных исходов испытания.

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

Вероятность **противоположного** события A равна

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

Перестановками из n элементов называются какие – либо комбинации, каждая из которых содержит все n элементов и отличаются друг от друга только порядком расположения элементов.

Число перестановок без повторений равно

$$P_n = n!$$

Если комбинации из n по m элементов отличаются или составом элементов, либо порядком их расположения (или тем и другим), то такие комбинации называют **размещениями** из n по m элементов.

Число размещений из n по m элементов равно

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

Если комбинации из n по m элементов отличаются только составом элементов, то их называют **сочетаниями** из n по m элементов.

Число сочетаний из n по m элементов равно

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

Геометрической вероятностью события *A* называется отношение меры области *g*, благоприятствующей появлению события *A*, к мере всей области *G*.

$$P(A) = \frac{mes(g)}{mes(G)}$$

ДІЇ НАД ВИПАДКОВИМИ ПОДІЯМИ

Суммой $A+B$ событий A и B называется событие, состоящее в появлении хотя бы одного из них.

Если события A и B – **совместимые**, то их сумма означает наступление или события A или события B, или обоих событий вместе.

Если события A и B **несовместимы**, то их сумма заключается в появлении только одного из них.

Вероятность появления одного из двух **несовместимых** событий равна сумме вероятностей этих событий:

$$P(A+B) = P(A) + P(B).$$

Вероятность суммы двух **совместимых** событий равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного появления:

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB).$$

Произведением AB событий A и B называется событие, которое состоит в совместном появлении этих событий.

Если события A и B – **совместимые**, то их произведение означает наступление и события A, и события B.

Вероятность события B, найденная в предположении, что событие A уже произошло, называется **условной вероятностью** события B относительно события A и обозначается $P_A(B)$

Вероятность совместного наступления двух событий равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого, вычисленную в предположении, что первое событие уже произошло, т.е. события **зависимые друг от друга**

$$P(AB) = P(A) \cdot P_A(B) \text{ или } P(AB) = P(B) \cdot P_B(A).$$

Вероятность произведения двух **независимых** событий равна произведению вероятностей этих событий

$$P(A) = P_B(A) \text{ и } P(B) = P_A(B).$$

Два события называются **независимыми**, если вероятность одного из них не изменяется при наступлении другого

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B).$$

Вероятность события A – появления **хотя бы одного** из независимых в совокупности событий $A_1, A_2, \ldots, A_n$, равна разности между единицей и произведением вероятностей противоположных событий $\overline{A}_1, \overline{A}_2, \ldots, \overline{A}_n$:

$$P(A_1 + A_2 + \ldots + A_n) = 1 - P(\overline{A}_1) \cdot P(\overline{A}_2) \cdot \ldots \cdot P(\overline{A}_n).$$

ФОРМУЛИ ПОВНОЇ ЙМОВІРНОСТІ ТА БЕЙЄСА

Пусть событие A может произойти при условии появления одного из несовместимых событий: $H_1, H_2, \ldots, H_n$, составляющих полную группу.

События H_i, $i=1,2,\ldots,n$ называются **гипотезами**.

Пусть известны вероятности гипотез $P(H_1), P(H_2), \ldots, P(H_n)$ и условные вероятности события A относительно каждой из гипотез $P_{H_1}(A)$, $P_{H_2}(A)$, …, $P_{H_n}(A)$.

Тогда вероятность появления события A определяется по формуле **полной вероятности**:

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(H_i) \cdot P_{H_i}(A).$$

Пусть событие A может произойти при условии появления одной из гипотез $H_1, H_2, \ldots, H_n$, составляющих полную группу. Пусть известны вероятности этих гипотез – $P(H_1), P(H_2), \ldots, P(H_n)$, а также условные вероятности события A при осуществлении каждой из этих гипотез. Допустим, что в результате произведенного опыта событие A наступило. Требуется определить, как изменились вероятности гипотез $H_1, H_2, \ldots, H_n$ после появления события A.

Задачи такого типа решаются с помощью **формулы Байеса**:

$$P_A(H_i) = \frac{P(H_i) \cdot P_{H_i}(A)}{\sum_{i=1}^{n} P(H_i) \cdot P_{H_i}(A)}, \quad i=1,2,\ldots,n.$$

ЗАДАНИЕ

- Самостоятельное решение типовых задач вручную и средствами Excel / MathCad по вариантам из списка

5 задач в 1 пз и 8 задач во 2 пз

- Решение индивидуальных задач вручную

10 задач из 1 пз, 10 задач из 2 пз (5 из 1 темы, 5 из 2 темы)

- Самостоятельная работа по инд. задачам на следующем пз (*3-4 задачи*)