

# ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ, ЙМОВІРНІСНІ ПРОЦЕСИ І МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА

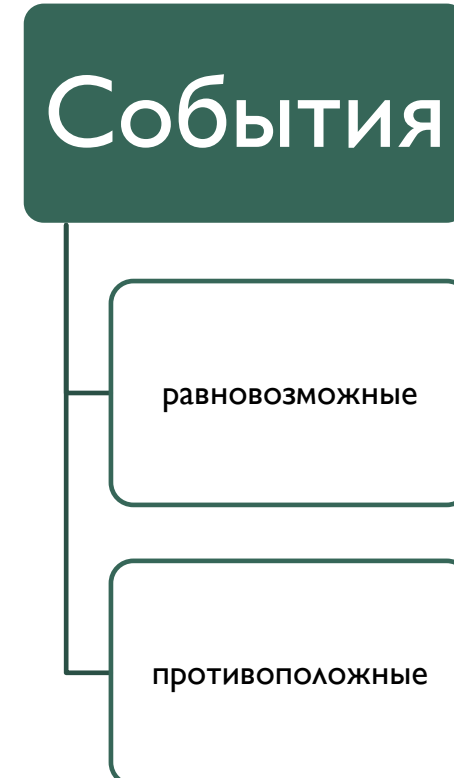
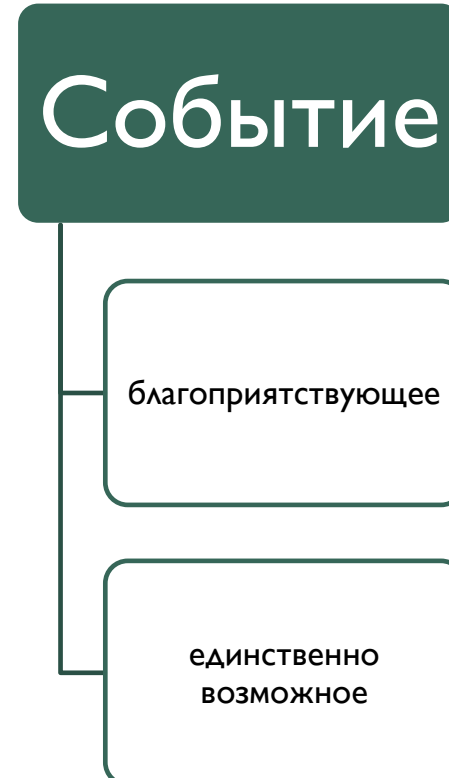
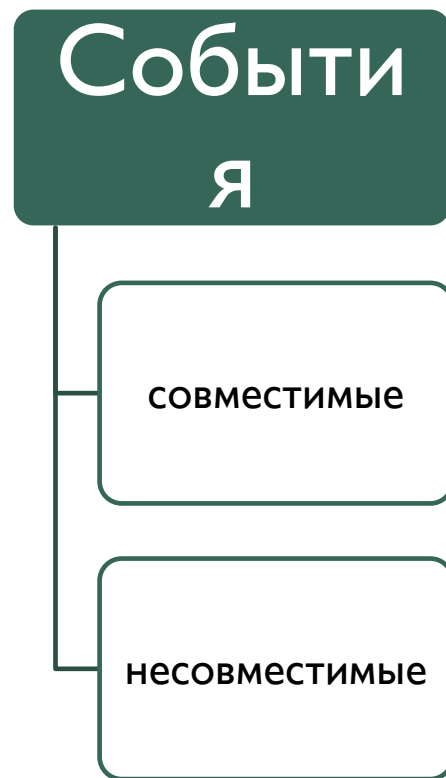
- **1** ПЗ. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ
- **2** ПЗ. Тема **1**. ДІЇ НАД ВИПАДКОВИМИ ПОДІЯМИ
- **2** ПЗ. Тема **2**. ФОРМУЛИ ПОВНОЇ ЙМОВІРНОСТІ ТА БЕЙЄСА



# ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ



# СОБЫТИЕ – ЛЮБОЙ ИСХОД ОПЫТА ЛИБО ИСПЫТАНИЯ



**Вероятностью** события  $A$  называют отношение числа  $m$  благоприятствующих этому событию результатов испытания, к общему числу  $n$  всех несовместимых, единственно возможных и равновозможных элементарных исходов испытания.

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

Вероятность **противоположного** события  $A$  равна

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

**Перестановками** из  $n$  элементов называются какие – либо комбинации, каждая из которых содержит все  $n$  элементов и отличаются друг от друга только порядком расположения элементов.

Число перестановок без повторений равно

$$P_n = n!$$

Если комбинации из  $n$  по  $m$  элементов отличаются или составом элементов, либо порядком их расположения (или тем и другим), то такие комбинации называют **размещениями** из  $n$  по  $m$  элементов.

Число размещений из  $n$  по  $m$  элементов равно

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

Если комбинации из  $n$  по  $m$  элементов отличаются только составом элементов, то их называют **сочетаниями** из  $n$  по  $m$  элементов.

Число сочетаний из  $n$  по  $m$  элементов равно

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$



**Геометрической вероятностью** события  $A$  называется отношение меры области  $g$ , благоприятствующей появлению события  $A$ , к мере всей области  $G$ .

$$P(A) = \frac{mes(g)}{mes(G)}$$



# ДІЇ НАД ВИПАДКОВИМИ ПОДІЯМИ



Суммой  $A+B$  событий  $A$  и  $B$  называется событие, состоящее в появлении хотя бы одного из них.

Если события  $A$  и  $B$  – **совместимые**, то их сумма означает наступление или события  $A$  или события  $B$ , или обоих событий вместе.

Если события  $A$  и  $B$  **несовместимы**, то их сумма заключается в появлении только одного из них.

Вероятность появления одного из двух **несовместимых** событий равна сумме вероятностей этих событий:

$$P(A+B) = P(A) + P(B).$$

Вероятность суммы двух **совместимых** событий равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного появления:

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB).$$

**Произведением  $AB$  событий  $A$  и  $B$  называется событие, которое состоит в совместном появлении этих событий.**

Если события  $A$  и  $B$  – **совместимые**, то их произведение означает наступление и события  $A$ , и события  $B$ .

Вероятность события  $B$ , найденная в предположении, что событие  $A$  уже произошло, называется **условной вероятностью** события  $B$  относительно события  $A$  и обозначается  $P_A(B)$

Вероятность совместного наступления двух событий равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого, вычисленную в предположении, что первое событие уже произошло, т.е. события **зависимые друг от друга**

$$P(AB) = P(A) \cdot P_A(B) \text{ или } P(AB) = P(B) \cdot P_B(A).$$

Вероятность произведения двух **независимых** событий равна произведению вероятностей этих событий

$$P(A) = P_B(A) \text{ и } P(B) = P_A(B).$$

Два события называются **независимыми**, если вероятность одного из них не изменяется при наступлении другого

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B).$$

Вероятность события  $A$  – появления **хотя бы одного** из независимых в совокупности событий  $A_1, A_2, \dots, A_n$ , равна разности между единицей и произведением вероятностей противоположных событий  $\bar{A}_1, \bar{A}_2, \dots, \bar{A}_n$ :

$$P(A_1 + A_2 + \dots + A_n) = 1 - P(\bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_2) \cdot \dots \cdot P(\bar{A}_n).$$





# ФОРМУЛИ ПОВНОЇ ЙМОВІРНОСТІ ТА БЕЙЄСА



Пусть событие  $A$  может произойти при условии появления одного из несовместимых событий:  $H_1, H_2, \dots, H_n$ , составляющих полную группу.

События  $H_i$ ,  $i=1, 2, \dots, n$  называются **гипотезами**.

Пусть известны вероятности гипотез  $P(H_1), P(H_2), \dots, P(H_n)$  и условные вероятности события  $A$  относительно каждой из гипотез  $P_{H_1}(A), P_{H_2}(A), \dots, P_{H_n}(A)$ .

Тогда вероятность появления события  $A$  определяется по формуле **полной вероятности**:

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(H_i) \cdot P_{H_i}(A).$$

Пусть событие  $A$  может произойти при условии появления одной из гипотез  $H_1, H_2, \dots, H_n$ , составляющих полную группу. Пусть известны вероятности этих гипотез –  $P(H_1), P(H_2), \dots, P(H_n)$ , также условные вероятности события  $A$  при осуществлении каждой из этих гипотез. Допустим, что в результате произведенного опыта событие  $A$  наступило. Требуется определить, как изменились вероятности гипотез  $H_1, H_2, \dots, H_n$  после появления события  $A$ .

Задачи такого типа решаются с помощью **формулы Байеса**:

$$P_A(H_i) = \frac{P(H_i) \cdot P_{H_i}(A)}{\sum_{i=1}^n P(H_i) \cdot P_{H_i}(A)}, \quad i=1, 2, \dots, n.$$

## ЗАДАНИЕ

- Самостоятельное решение типовых задач вручную и средствами Excel / MathCad по вариантам из списка

*5 задач в 1 пз и 8 задач во 2 пз*

- Решение индивидуальных задач вручную

*10 задач из 1 пз, 10 задач из 2 пз (5 из 1 темы, 5 из 2 темы)*

- Самостоятельная работа по инд. задачам на следующем пз (*3-4 задачи*)