

# Исследование деформаций в тонкостенной цилиндрической оболочке

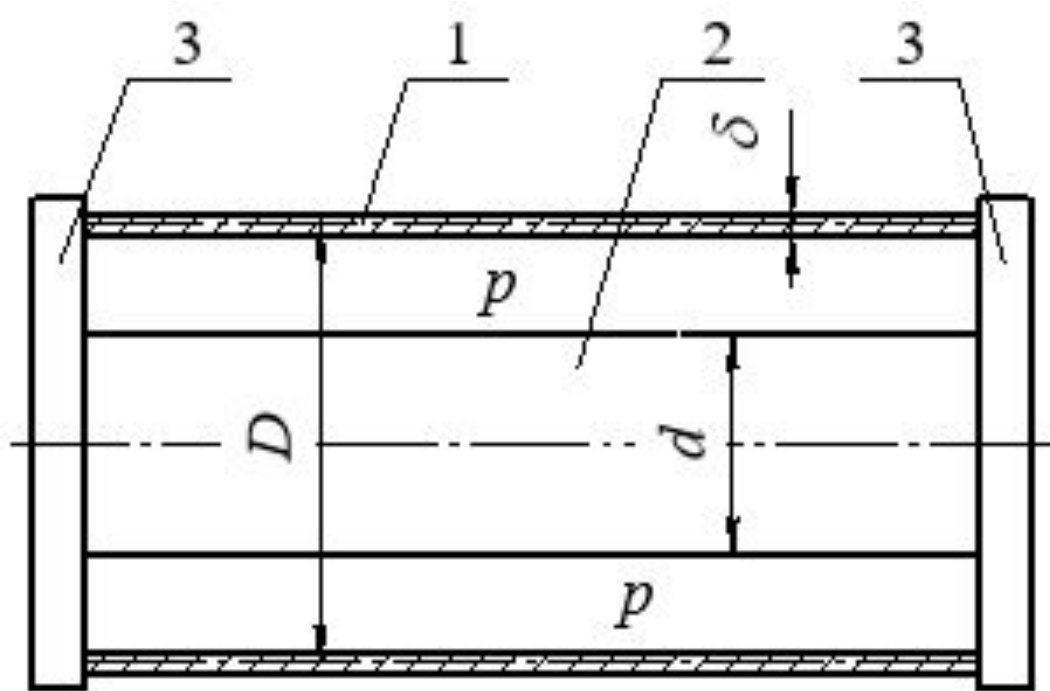
---

Выполнил: студент группы 3209  
Задорожнюк А.О.

Руководитель: доцент, к.т.н.

Шадрин В.К.

# Исходная постановка задачи



1 – тонкостенная медная трубка;

2 – стальной вал;

3 – абсолютно жёсткие фланцы;

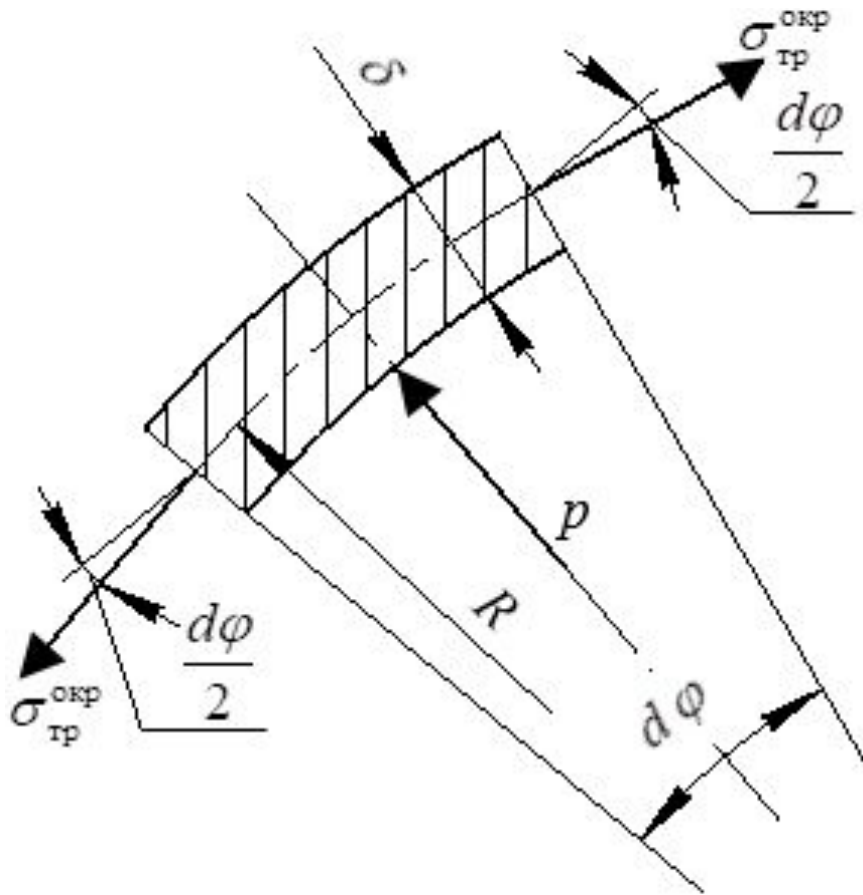
$E_{ст} = 2E$ ,  $\mu_{ст} = 0,24$  – модуль Юнга и коэффициент Пуассона стали;

$E_{м} = E$ ,  $\mu_{м} = 1,5\mu_{ст}$  – модуль Юнга и коэффициент Пуассона меди;

$p$ ,  $D = 2d$ ,  $\delta = 0,01d$ .

$$\Delta R = \frac{\Delta D}{2} - ?$$

# Равновесие выделенного элемента



$$p l R d\varphi = 2 N_{\text{тр}}^{\text{окр}} \sin \frac{d\varphi}{2} = 2 \sigma_{\text{тр}}^{\text{окр}} l \delta \sin \frac{d\varphi}{2},$$

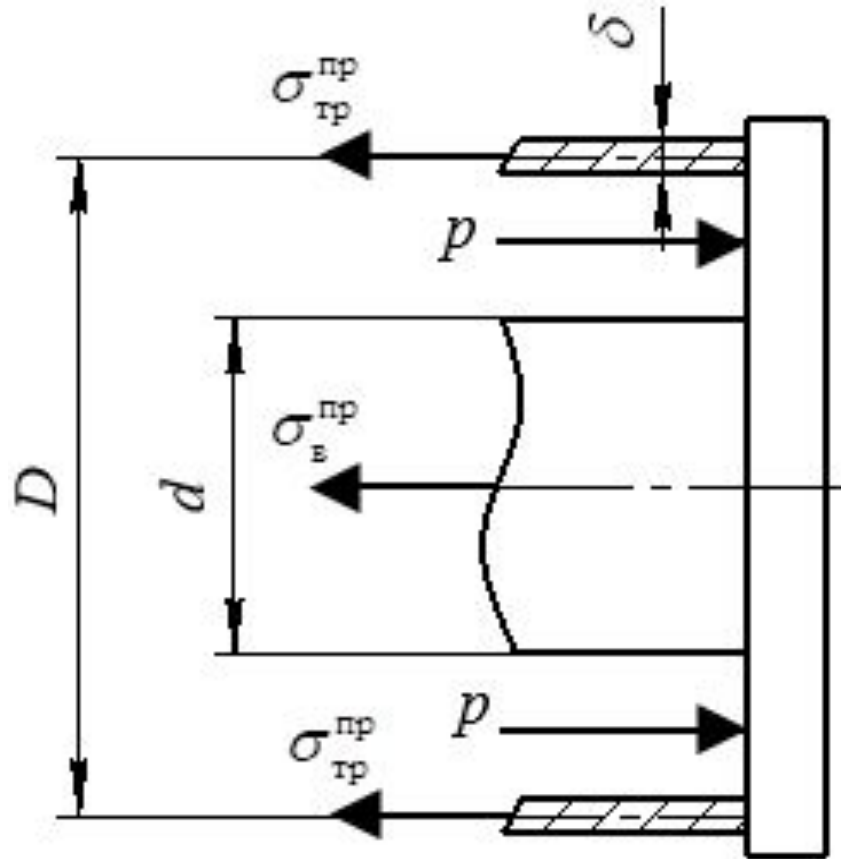
где  $l$  – длина цилиндрического участка;

$$\sin \frac{d\varphi}{2} \approx \frac{d\varphi}{2};$$

$$p l R d\varphi = 2 \sigma_{\text{тр}}^{\text{окр}} l \delta \frac{d\varphi}{2};$$

$$\sigma_{\text{тр}}^{\text{окр}} = \frac{p R}{\delta} = \frac{p D}{2\delta} = \frac{200 p d}{2d} = 100 p.$$

# Равновесие отсечённой части



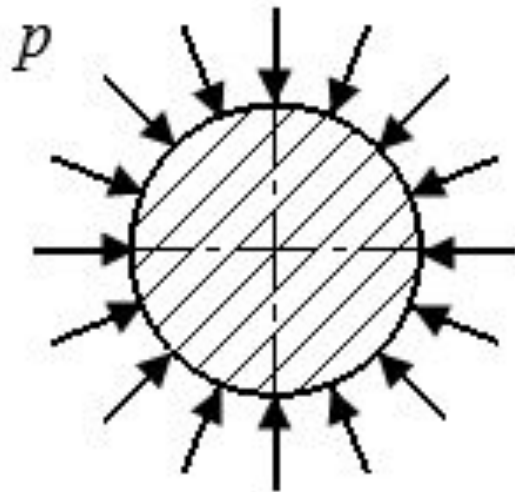
$$N_{\text{в}}^{\text{пр}} + N_{\text{тр}}^{\text{пр}} = p \left( \frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4} \right);$$

$$\sigma_{\text{в}}^{\text{пр}} \frac{\pi d^2}{4} + \sigma_{\text{тр}}^{\text{пр}} \pi D \delta = p \left( \frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4} \right);$$

$$\sigma_{\text{в}}^{\text{пр}} \frac{\pi d^2}{4} + \sigma_{\text{тр}}^{\text{пр}} \frac{2\pi d^2}{100} = p \left( \pi d^2 - \frac{\pi d^2}{4} \right);$$

$$0,25\sigma_{\text{в}}^{\text{пр}} + 0,02\sigma_{\text{тр}}^{\text{пр}} = 0,75p.$$

# Уравнение совместности деформаций



$$\varepsilon_{\text{в}}^{\text{пр}} = \varepsilon_{\text{тр}}^{\text{пр}};$$

$$\varepsilon_{\text{в}}^{\text{пр}} = \frac{1}{E_{\text{ст}}} (\sigma_{\text{в}}^{\text{пр}} - \mu_{\text{ст}} (-2p)) = \frac{1}{2E} (\sigma_{\text{в}}^{\text{пр}} - 2\mu_{\text{ст}} p);$$

$$\varepsilon_{\text{тр}}^{\text{пр}} = \frac{1}{E_{\text{м}}} (\sigma_{\text{тр}}^{\text{пр}} - \mu_{\text{м}} \sigma_{\text{тр}}^{\text{окр}}) = \frac{1}{E} (\sigma_{\text{тр}}^{\text{пр}} - 100\mu_{\text{м}} p);$$

$$2\sigma_{\text{тр}}^{\text{пр}} - 200\mu_{\text{м}} p = \sigma_{\text{в}}^{\text{пр}} + 2\mu_{\text{ст}} p;$$

$$2\sigma_{\text{тр}}^{\text{пр}} - \sigma_{\text{в}}^{\text{пр}} = 200 \cdot 1,5\mu_{\text{ст}} p + 2\mu_{\text{ст}} p = 302\mu_{\text{ст}} p.$$

$$\begin{cases} 0,25\sigma_{\text{в}}^{\text{пр}} + 0,02\sigma_{\text{тр}}^{\text{пр}} = 0,75 p \\ 2\sigma_{\text{тр}}^{\text{пр}} - \sigma_{\text{в}}^{\text{пр}} = 302\mu_{\text{ст}} p \end{cases}$$

# Решение системы уравнений

---

$$\begin{cases} 0,25\sigma_{\text{в}}^{\text{пр}} + 0,02\sigma_{\text{тр}}^{\text{пр}} = 0,75 p \\ 2\sigma_{\text{тр}}^{\text{пр}} - \sigma_{\text{в}}^{\text{пр}} = 302\mu_{\text{ст}} p \end{cases}$$

$$\sigma_{\text{в}}^{\text{пр}} = 4 \cdot (0,75 p - 0,02\sigma_{\text{тр}}^{\text{пр}}) = 3 p - 0,08\sigma_{\text{тр}}^{\text{пр}};$$

$$2\sigma_{\text{тр}}^{\text{пр}} - \sigma_{\text{в}}^{\text{пр}} = 2\sigma_{\text{тр}}^{\text{пр}} - 3 p + 0,02\sigma_{\text{тр}}^{\text{пр}} = 302\mu_{\text{ст}} p;$$

$$\sigma_{\text{тр}}^{\text{пр}} = \frac{302\mu_{\text{ст}} p + 3 p}{2,08} = \frac{302 \cdot 0,24 p + 3 p}{2,08} = 36,29 p.$$

$$\sigma_{\text{тр}}^{\text{пр}} = 36,29 p, \sigma_{\text{тр}}^{\text{окр}} = 100 p.$$

# Нахождение $\Delta R$

---

$$\sigma_{\text{тр}}^{\text{пр}} = 36,29 p, \sigma_{\text{тр}}^{\text{окр}} = 100 p.$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\text{тр}}^{\text{окр}} &= \frac{2\pi(R + \Delta R) - 2\pi R}{2\pi R} = \frac{\Delta R}{R} = \frac{1}{E_M} (\sigma_{\text{тр}}^{\text{окр}} - \mu_M \sigma_{\text{тр}}^{\text{пр}}); \\ \Delta R &= \frac{R(\sigma_{\text{тр}}^{\text{окр}} - \mu_M \sigma_{\text{тр}}^{\text{пр}})}{E_M} = \frac{D(100 p - 1,5\mu_{\text{ст}} 36,29 p)}{2E} = \\ &= \frac{2d(100 p - 1,5 \cdot 0,24 \cdot 36,29 p)}{2E} = \frac{86,94 p d}{E}.\end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } \Delta R = \frac{86,94 p d}{E}.$$