

Семинар 5

Принятие решений в группе

Общая постановка задачи принятия групповых решений

- Группа участников процесса ПУР
- У каждого свои предпочтения по альтернативам
- Нужно построить упорядоченное множество альтернатив, отражающее мнение группы
- Как выработать совокупное мнение на основе отдельных индивидуальных мнений?

Возможные подходы к выбору решений в группе

- 1) Принцип Кондорсе
- 2) Правило Борда
- 3) Медианные ранги

Пример

- Эксперты принимают решение по выбору дизайна упаковки нового продукта. Креативный отдел подготовил 5 вариантов на выбор. Каждый эксперт проранжировал варианты, результаты в таблице:

	\mathcal{E}_1	\mathcal{E}_2	\mathcal{E}_3	\mathcal{E}_4	\mathcal{E}_5
№1 - лучшее	a_1	a_1	a_1	a_2	a_2
	a_3	a_2	a_2	a_3	a_4
	a_2	a_4	a_5	a_1	a_3
	a_5	a_3	a_3	a_5	a_1
	a_4	a_5	a_4	a_4	a_5

Принцип Кондорсе

Описан в 1785 г. маркизом де Кондорсе.

Для каждой пары альтернатив a_i и a_j вычисляется s_{ij} - число экспертов, считающих, что a_i лучше, чем a_j . Если $s_{ij} > s_{ji}$, то альтернатива a_i лучше (в итоговой ранжировке), чем a_j . Если некоторая альтернатива лучше всех остальных в указанном смысле, то она называется *альтернативой*

Кондорсе

Рассчитаем с помощью принципа Кондорсе

- Нужно найти оценки s_{ik} , характеризующих предпочтение альтернатив в парных предпочтениях

\mathcal{E}_1	\mathcal{E}_2	\mathcal{E}_3	\mathcal{E}_4	\mathcal{E}_5
a_1	a_1	a_1	a_2	a_2
a_3	a_2	a_2	a_3	a_4
a_2	a_4	a_5	a_1	a_3
a_5	a_3	a_3	a_5	a_1
a_4	a_5	a_4	a_4	a_5

s_{ik}	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
a_1		X			
a_2					
a_3					
a_4					
a_5					

Пример: X – сколько экспертов считают, что a_1 предпочтительнее a_2

Рассчитаем с помощью принципа Кондорсе

- Нужно найти оценки s_{ik} , характеризующих предпочтение альтернатив в парных предпочтениях

s_{ik}	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
a_1		3	3	4	5
a_2	2		4	5	5
a_3	2	1		3	4
a_4	1	0	2		2
a_5	0	0	1	3	

Выполняются проверки согласно принципу Кондорсе: наилучшей является альтернатива a_i , если $S_{ik} \geq S_{ki}$ для всех k не равных i

Какая альтернатива наилучшая? Попробуйте проранжировать альтернативы.

Рассчитаем с помощью принципа Кондорсе

- Нужно найти оценки S_{ik} , характеризующих предпочтение альтернатив в парных предпочтениях

S_{ik}	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
a_1		3	3	4	5
a_2	2		4	5	5
a_3	2	1		3	4
a_4	1	0	2		2
a_5	0	0	1	3	

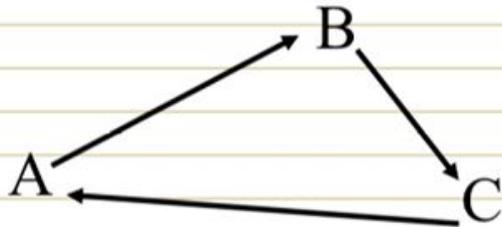
Выполняются проверки согласно принципу Кондорсе: наилучшей является альтернатива a_i , если $S_{ik} \geq S_{ki}$ для всех k не равных i .

Какая альтернатива наилучшая? Попробуйте проранжировать альтернативы.

$A1 > A2 > A3 > A5 > A4$

Парадокс Кондорсе

1-й изб.	2-й изб.	3-й изб.
A	C	B
B	A	C
C	B	A



Парадокс Кондорсе: при наличии более двух альтернатив и более двух избирателей коллективная ранжировка альтернатив может быть циклической (не транзитивной), даже если ранжировки всех избирателей транзитивны.

Э_1	Э_2	Э_3	Э_4	Э_5
a_1	a_1	a_1	a_2	a_2
a_3	a_2	a_2	a_3	a_4
a_2	a_4	a_5	a_1	a_3
a_5	a_3	a_3	a_5	a_1
a_4	a_5	a_4	a_4	a_5

Правило Борда

- Число Борда для каждой альтернативы
- Для A_1 :

кол-во экспертов, поставивших A_1 на место x * $(n-x)$ + кол-во экспертов, поставивших A_1 на место y * $(n-y)$ ++....., где n – количество мест

Э_1	Э_2	Э_3	Э_4	Э_5
a_1	a_1	a_1	a_2	a_2
a_3	a_2	a_2	a_3	a_4
a_2	a_4	a_5	a_1	a_3
a_5	a_3	a_3	a_5	a_1
a_4	a_5	a_4	a_4	a_5

Правило Борда

- Число Борда для каждой альтернативы
- Для А1: $0*0+1*1+1*2+0*3+3*4 = 15$
- Для А2
- Для А3
- Для А4
- Для А5

Э_1	Э_2	Э_3	Э_4	Э_5
a_1	a_1	a_1	a_2	a_2
a_3	a_2	a_2	a_3	a_4
a_2	a_4	a_5	a_1	a_3
a_5	a_3	a_3	a_5	a_1
a_4	a_5	a_4	a_4	a_5

Правило Борда

- Число Борда для каждой альтернативы
- Для A1: $0*0+1*1+1*2+0*3+3*4 = 15$
- Для A2: $0*0+0*1+1*2+2*3+2*4 = 16$
- Для A3: $0*0+ 2*1+1*2+2*3+0*4 = 10$
- Для A4: $3*0+0*1+1*2+1*3+0*4 = 5$
- Для A5: $2*0+2*1+1*2+0*3+0*4=4$

Пример подсчета голосов с помощью правила Борда

Число голосующих	Предпочтения
23	A > B > C
17	B > C > A
2	B > A > C
10	C > A > B
8	C > B > A

Альтернатива А: $23 \cdot 2 + 17 \cdot 0 + 2 \cdot 1 + 10 \cdot 1 + 8 \cdot 0 = 58$

Альтернатива В: $23 \cdot 1 + 17 \cdot 2 + 2 \cdot 2 + 10 \cdot 0 + 8 \cdot 1 = \underline{69}$

Альтернатива С: $23 \cdot 0 + 17 \cdot 1 + 2 \cdot 0 + 10 \cdot 2 + 8 \cdot 2 = 53$

Вывод: лучшая альтернатива – В.

Медианные ранги

- Для A1:
- Для A2:
- Для A3:
- Для A4:
- Для A5:

	Э ₁	Э ₂	Э ₃	Э ₄	Э ₅
№1 - лучшее	a ₁	a ₁	a ₁	a ₂	a ₂
	a ₃	a ₂	a ₂	a ₃	a ₄
	a ₂	a ₄	a ₅	a ₁	a ₃
	a ₅	a ₃	a ₃	a ₅	a ₁
	a ₄	a ₅	a ₄	a ₄	a ₅

Медианные ранги

- Для A1: 11134 - 1
- Для A2: 11223 - 2
- Для A3: 22344 - 3
- Для A4: 23555 - 5
- Для A5: 34455 - 4

	Э ₁	Э ₂	Э ₃	Э ₄	Э ₅
№1 - лучшее	a ₁	a ₁	a ₁	a ₂	a ₂
	a ₃	a ₂	a ₂	a ₃	a ₄
	a ₂	a ₄	a ₅	a ₁	a ₃
	a ₅	a ₃	a ₃	a ₅	a ₁
	a ₄	a ₅	a ₄	a ₄	a ₅

Двухэтапное голосование

Выбор – путем голосования. Каждый голосует только за ОДИН вариант. Вариант считается выбранным, если за него проголосовало больше половины участников. Если такой не находится, проводится повторное голосование, в котором участвуют два варианта, получившие наибольшее число голосов.

Предпочтения участников известны и не меняются ими в ходе голосования (если проводится второй тур)

Двухэтапное голосование (определение одной выигравшей альтернативы)

Исходная таблица:

	Э ₁	Э ₂	Э ₃	Э ₄	Э ₅
№1 - лучшее	a ₁	a ₁	a ₃	a ₂	a ₂
	a ₃	a ₂	a ₂	a ₃	a ₄
	a ₂	a ₄	a ₅	a ₁	a ₃
	a ₅	a ₃	a ₁	a ₅	a ₁
	a ₄	a ₅	a ₄	a ₄	a ₅

Двухэтапное голосование (определение одной выигравшей альтернативы)

Исходная таблица:

	\mathcal{A}_1	\mathcal{A}_2	\mathcal{A}_3	\mathcal{A}_4	\mathcal{A}_5
№1 - лучшее	a_1	a_1	a_3	a_2	a_2
	a_3	a_2	a_2	a_3	a_4
	a_2	a_4	a_5	a_1	a_3
	a_5	a_3	a_1	a_5	a_1
	a_4	a_5	a_4	a_4	a_5

Итоговый вывод: выигрывает a_2

Первое голосование

Друзья		Приоритетный список			Выбирают
1 и 2	Мальта	Кипр	Майорка	Крит	Мальта
3 и 4	Кипр	Крит	Мальта	Майорка	Кипр
5,6,7 и 8	Мальта	Кипр	Крит	Майорка	Мальта
9,10 и 11	Крит	Майорка	Мальта	Кипр	Крит
12 и 13	Майорка	Кипр	Крит	Мальта	Майорка

Итого: Мальта 6, Кипр 2, Крит 3, Майорка 2

Второе голосование (Крит и Мальта)

Друзья		Приоритетный список			Выбирают
1 и 2	Мальта	Кипр	Майорка	Крит	Мальта
3 и 4	Кипр	Крит	Мальта	Майорка	Крит
5,6,7 и 8	Мальта	Кипр	Крит	Майорка	Мальта
9,10 и 11	Крит	Майорка	Мальта	Кипр	Крит
12 и 13	Майорка	Кипр	Крит	Мальта	Крит

Итого: Мальта 6, Крит 7

Первое голосование 2

Друзья	Приоритетный список				Выбирают
1 и 2	Кипр	Мальта	Майорка	Крит	Кипр
3 и 4	Кипр	Крит	Мальта	Майорка	Кипр
5,6,7 и 8	Мальта	Кипр	Крит	Майорка	Мальта
9,10 и 11	Крит	Майорка	Мальта	Кипр	Крит
12 и 13	Майорка	Кипр	Крит	Мальта	Майорка

Итого: Мальта 4, Кипр 4, Крит 3, Майорка 2

Второе голосование 2 (Кипр и Мальта)

Друзья	Приоритетный список				Выбирают
1 и 2	Кипр	Мальта	Майорка	Крит	Кипр
3 и 4	Кипр	Крит	Мальта	Майорка	Кипр
5,6,7 и 8	Мальта	Кипр	Крит	Майорка	Мальта
9,10 и 11	Крит	Майорка	Мальта	Кипр	Мальта
12 и 13	Майорка	Кипр	Крит	Мальта	Кипр

Итого: Мальта 7, Кипр 6